

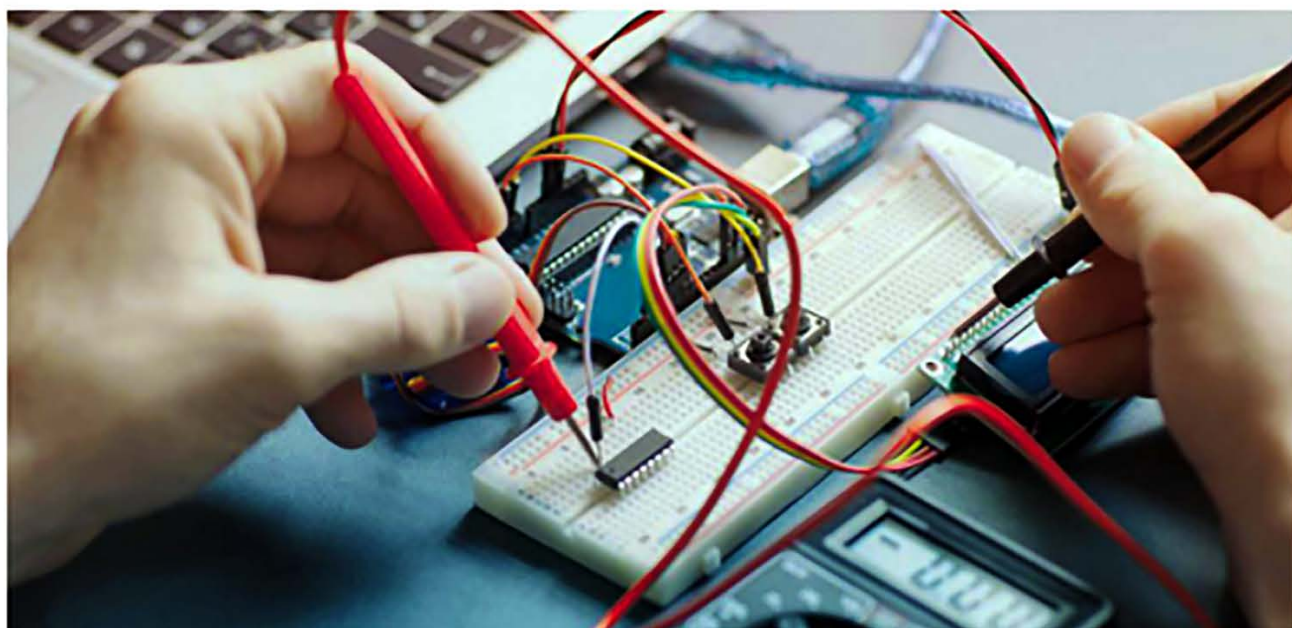


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Л. Н. Горбунова, С. Ф. Юсифова

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ



Учебное пособие

Министерство сельского хозяйства
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный государственный
аграрный университет»

Л. Н. Горбунова, С. Ф. Юсифова

***ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ***

Учебное пособие

Благовещенск
Дальневосточный ГАУ
2025

УДК 621.3
ББК 31.2
Г67

Рецензент

В. Н. Гришин, главный энергетик ООО «Алькор»

*Рекомендовано к использованию в учебном процессе
методическим советом электроэнергетического факультета
Дальневосточного государственного аграрного университета*

**Горбунова, Л. Н. Теоретические основы электротехники : учебное
Г67 пособие / Л. Н. Горбунова, С. Ф. Юсифова ; Дальневост. гос. аграр.
ун-т. – Благовещенск : Дальневосточный ГАУ, 2025. – 106 с.**

ISBN 978-5-9642-0610-1

Учебное пособие предназначено для изучения теоретического материала и получения практических навыков по теме «Электрические цепи несинусоидального тока» дисциплины «Теоретические основы электротехники». Изложенный материал необходим для выполнения расчетно-графического задания по соответствующей теме. Рассмотрение теоретических вопросов в учебном пособии сопровождается поясняющими примерами с развернутыми числовыми решениями.

Учебное пособие предназначено для обучающихся очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и 35.03.06 «Агроинженерия».

УДК 621.3
ББК 31.2

ISBN 978-5-9642-0610-1 © Горбунова Л. Н., Юсифова С. Ф., 2025
© ФГБОУ ВО Дальневосточный
государственный аграрный университет, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1 Электрические цепи периодического несинусоидального тока	7
1.1 Несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи	7
1.2 Причины возникновения периодических несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов	8
1.3 Разложение несинусоидальной периодической функции в тригонометрический ряд	9
1.4 Свойства периодических кривых, обладающих симметрией.....	15
1.5 Основные величины и понятия, характеризующие несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и ток.....	21
1.5.1 Максимальные, действующие и средние значения несинусоидальных периодических ЭДС, напряжений и токов	21
1.5.2 Коэффициенты, характеризующие несинусоидальные величины ...	22
1.5.3 Графические зависимости, характеризующие несинусоидальные периодические величины	25
1.6 Влияние пассивных элементов электрической несинусоидальной цепи на кривую тока	26
1.6.1 Резистивный элемент.....	26
1.6.2 Индуктивный элемент	27
1.6.3 Емкостный элемент	28
1.6.4 Резонансные явления в электрической несинусоидальной цепи.....	29
1.7 Высшие гармоники в трехфазных цепях	32
1.7.1 Группы гармоник напряжений трехфазных источников энергии	32
1.7.2 Некоторые особенности работы трехфазных систем, обусловленные наличием гармоник, кратных трем	34
1.8 Мощности в цепях несинусоидального тока.....	36
1.9 Особенности расчета линейных цепей при периодических несинусоидальных токах	37

2 Расчет цепи несинусоидального тока (пример расчета расчетно-графического задания)	41
2.1 Расчет электрических цепей несинусоидального периодического тока	41
2.2 Представление входного напряжения, заданного графически, тригонометрическим рядом Фурье.....	42
2.3 Определение токов в ветвях электрической цепи	46
2.4 Мгновенные значения токов ветвей схемы	54
2.5 Действующие значения всех токов и входного напряжения.....	55
2.6 Влияние отброшенных гармоник на величину действующего входного напряжения	55
2.7 Определение активной, реактивной и полной мощности.....	56
2.8 Построение заданной кривой несинусоидальной ЭДС и кривой, полученной в результате сложения гармонических составляющих.....	58
3 Расчет трехфазной цепи несинусоидального тока.....	61
3.1 Расчет четырехпроводной цепи в соединении «звезда-звезда».....	62
3.2 Расчет трехпроводной цепи в соединении «звезда-звезда».....	68
4 Особенности воздействия гармоник на системы электроснабжения	72
4.1 Влияние высших гармоник на устройства защиты энергосистем	73
4.2 Влияние гармоник на измерение мощности и энергии.....	74
4.3 Способы уменьшения гармоник напряжения	75
4.4 Основные способы подавления высших гармоник тока.....	77
Расчетно-графическое задание	80
Тестовые задания.....	93
Список рекомендуемой литературы.....	97
Приложение А. Расчет первой гармоники в программе MathCAD	98
Приложение Б. Расчет третьей гармоники в программе MathCAD	100
Приложение В. Расчет мощностей в программе MathCAD.....	102
Приложение Г. Расчет и построение графических зависимостей.....	103
Приложение Д. Пример оформления титульного листа	105

ВВЕДЕНИЕ

Курс «Теоретические основы электротехники» является важнейшей общетехнической дисциплиной в системе инженерного энергетического образования. На базе данной дисциплины осуществляется освоение специальных электротехнических дисциплин, связанных с электроснабжением, эксплуатацией и ремонтом электрооборудования, автоматизацией технологических процессов и другими вопросами.

Учебное пособие предназначено для изучения теоретического материала по теме «Электрические цепи несинусоидального тока», а также для выполнения расчетно-графического задания по соответствующей теме.

Искажение синусоиды тока и напряжения возникает в процессе генерации и распределения электроэнергии. Значительные искажения приводят к нежелательным последствиям: возникновению резонансов на промышленной частоте с опасным для изоляции пиковым повышением напряжения; дополнительным потерям электроэнергии в сетях и в электроприемниках; помехам, возникающим в линиях связи и телемеханики. В этой связи действующая нормативно-техническая документация регламентирует допустимые искажения синусоидального тока в электроустановках.

Задачей по повышению качества электроэнергии в питающих цепях электроустановок и электроснабжающей сети является выявление несинусоидального тока. Ее решение доступно квалифицированным специалистам энергетикам, электроэнергетикам.

Основная цель учебного пособия – помочь студентам освоить необходимые сведения о несинусоидальных токах, причинах их возникновения. Студенты должны научиться делать расчет и анализировать электрические цепи с несинусоидальными токами, а также знать особенности проявления несинусоидальных величин тока, напряжения и ЭДС в тех или иных типичных случаях.

Изложение теоретических вопросов в учебном пособии сопровождается поясняющими примерами с развернутыми числовыми решениями. Большое количество иллюстрационного материала позволяет обеспечить хорошую наглядность учебного пособия, а также способствует прочному усвоению изложенного теоретического материала, что, в свою очередь, выступает залогом практических успехов будущего специалиста.

Настоящее учебное пособие составлено в соответствии с рабочей программой дисциплины «Теоретические основы электротехники» и предназначено для обучающихся очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» и 35.03.06 «Агроинженерия» (профиль «Электрооборудование и электротехнологии»).

1 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

1.1 Несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи

Широкое применение в электрических цепях электро-, радио- и других установок находят периодические ЭДС, напряжения и токи. Периодические величины изменяются во времени по значению и направлению; причем эти изменения повторяются через некоторые равные промежутки времени T , называемые периодом.

Следует отметить, что до сих пор нами рассматривались линейные цепи при действии постоянных или синусоидальных источников. На практике ЭДС, напряжения и токи в той или иной степени отличаются от постоянных или синусоидальных. Это связано с тем, что реальные генераторы не обеспечивают, строго говоря, синусоидальной формы кривых напряжения. То есть в машинных генераторах искажения формы кривой возникают из-за несинусоидального распределения магнитной индукции вдоль воздушного зазора.

В цепях с нелинейными элементами (электрическая дуга, катушка со стальным сердечником, вентили и др.) даже при синусоидальных ЭДС возникают несинусоидальные напряжения и токи.

На практике к несинусоидальности напряжений и токов необходимо подходить двояко:

1) в силовой электроэнергетике несинусоидальные токи обуславливают в общем случае дополнительные потери мощности, пульсации момента на валу двигателей, а также вызывают помехи в линиях связи; следовательно, здесь необходимо «всеми силами» поддержание синусоидальных режимов;

2) в цепях автоматики и связи, где несинусоидальные токи и напряжения лежат в основе принципа действия электротехнических устройств, задача напротив заключается в их усилении и передаче с наименьшими искажениями.

Таким образом, несинусоидальные величины могут быть как нежелательным явлением, так и необходимым.

В общем случае характер изменения основных электрических величин (ЭДС, напряжения и токи) может быть периодическим, почти периодическим и непериодическим.

В различных областях радиотехники, автоматики и т. д. применяются статические генераторы, вырабатывающие импульсы пилообразной, ступенчатой или прямоугольной формы. Все перечисленные сигналы относятся к **периодическим токам**. Если сложить несколько синусоидальных сигналов разной частоты, то получается **непериодический сигнал**, который имеет периодическую огибающую. Свойства такого сигнала близки к свойствам периодических сигналов. Поэтому подобные сигналы называются **почти периодическими**. При передаче последовательности импульсов или в случае помех и шумов приходится иметь дело с **непериодическими сигналами**. В данном разделе рассмотрим цепи с периодическими переменными.

1.2 Причины возникновения периодических несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов

Периодические несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи – это величины, изменяющиеся во времени по периодическому несинусоидальному закону. Можно выделить несколько режимов работы цепей, при которых возникает периодическая несинусоидальная величина:

1) источник ЭДС (источник тока) дает несинусоидальную ЭДС (несинусоидальный ток), а все элементы цепи (резистивные, индуктивные и емкостные) – линейные, то есть от тока не зависят;

2) источник ЭДС (источник тока) дает синусоидальную ЭДС (синусоидальный ток), но один или несколько элементов цепи являются нелинейными;

3) источник ЭДС (источник тока) дает несинусоидальную ЭДС (несинусоидальный ток), а в состав электрической цепи входят один или несколько нелинейных элементов;

4) источник ЭДС (источник тока) дает постоянную или синусоидальную ЭДС (ток), а один или несколько элементов цепи периодически изменяются во времени.

Следовательно, если в электрической цепи есть хотя бы один нелинейный элемент, то даже при синусоидальной ЭДС форма кривой тока может резко отличаться от синусоиды. Необходимо отметить нежелательные последствия при появлении несинусоидальной величины в электрических цепях: 1) создаются дополнительные потери мощности в электрических машинах и аппаратах, вследствие чего может возникать дополнительный нагрев, а затем снижаться КПД этих устройств; 2) ухудшаются характеристики асинхронных двигателей; 3) создаются большие помехи в линиях связи, каналах телемеханики.

При этом во многих электротехнических и радиотехнических устройствах несинусоидальный режим работы цепи является нормальным режимом.

1.3 Разложение несинусоидальной периодической функции в тригонометрический ряд

Во многих случаях на практике при установившемся процессе кривые периодических ЭДС, напряжений и токов в большей или меньшей мере отличаются от синусоиды. ЭДС, индуцируемые в обмотках синхронного генератора,

отличаются от идеальной синусоиды ввиду его конструктивных особенностей, а именно: наличие пазов на статоре; присутствие в цепях катушек индуктивности с насыщенными ферромагнитными сердечниками или полупроводниковых элементов приводит к возникновению токов несинусоидальной формы.

В этих случаях методы расчета цепей синусоидального тока, в том числе векторный и комплексный, непосредственно не могут быть использованы для анализа таких электрических цепей.

Поэтому для анализа электрических цепей несинусоидальными периодическими ЭДС, напряжениями и токами можно использовать методы, применяемые для анализа синусоидальных токов, если предварительно представить периодические несинусоидальные функции, искусственно разложенные в тригонометрический ряд Фурье.

Любую периодическую несинусоидальную величину (ЭДС, напряжение или ток) можно представить графически или аналитически:

1. Графическое представление – *временные диаграммы, а также эквивалентные синусоиды*. Это более наглядный способ представления периодической несинусоидальной функции.

2. Аналитическим представлением *таких величин, как правило, является тригонометрический ряд, который называется рядом Фурье*.

Из математики известно, что всякая периодическая функция, удовлетворяющая условиям Дирихле, то есть имеющая на всяком конечном интервале конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов, может быть разложена в тригонометрический ряд (ряд Фурье).

Можно отметить, что функции, рассматриваемые в электротехнике, этим условиям удовлетворяют, в связи с чем проверку на их выполнение проводить не нужно, так как основные функции можно найти в справочной литературе.

При разложении в ряд Фурье функция представляется таким образом:

$$\begin{aligned}
 f(\omega t) &= A_0 + A_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \cdot \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots = \\
 &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cdot \sin(k\omega t + \psi_k)
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

где A_0 – постоянная составляющая или нулевая гармоника;

$A_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_1)$ – основная или первая гармоническая составляющая;

$A_{km} \cdot \sin(k\omega t + \psi_k)$ – при $k > 1$ высшие гармонические составляющие (гармоники);

A_{km} – амплитуда k -ой гармоники;

ψ_k – начальная фаза k -ой гармоники;

ω – основная угловая частота ($\omega = 2\pi/T$);

T – период несинусоидальной периодической функции.

Каждое из слагаемых выражения (1.1) имеет два неизвестных – *амплитуду гармоники* и *фазный угол*. Для их нахождения целесообразно представить несинусоидальную периодическую функцию $f(\omega t)$ тригонометрическим рядом, слагаемые суммы которого содержат по одному неизвестному:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega_{(1)}t + \sum_{k=1}^n C_k \cos k\omega_{(1)}t
 \tag{1.2}$$

Для дальнейшего преобразования используется формула разложения синуса суммы двух углов (1.3):

$$\begin{aligned}
 A_{km} \sin(km_{(1)}t + \psi_k) &= A_{km} \sin k\omega_{(1)}t \cdot \cos\psi_k + \\
 &+ A_{km} \cos k\omega_{(1)}t \cdot \sin\psi_k
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

где $A_k \cos \psi_k = B_k$ – синусная составляющая k -ой гармоники;

$A_k \sin \psi_k = C_k$ – косинусная составляющая k -ой гармоники.

Подставляя значения получим выражение (1.4):

$$A_{km} \sin(km_{(1)}t + \psi_k) = B_k \sin k\omega_{(1)}t + C_k \cos k\omega_{(1)}t
 \tag{1.4}$$

где B_{km}, C_{km} – коэффициенты разложения.

После раскрытия синуса суммы выражение (1.1) запишем следующим образом (1.5):

$$f(\omega t) = A_0 + B_{1m} \cdot \sin \omega t + \dots + B_{km} \cdot \sin k\omega t + C_{1m} \cdot \cos \omega t + \dots + C_{km} \cdot \cos k\omega t = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (B_{km} \cdot \sin k\omega t + C_{km} \cdot \cos k\omega t) \quad (1.5)$$

Так как исходная несинусоидальная периодическая функция $f(\omega t)$ может быть задана аналитически, то есть уравнением, или графически (представлена графиком, то есть кривой), значит определяться они будут по разному.

Если несинусоидальная периодическая функция $f(\omega t)$ задана уравнением, то коэффициенты A_0, B_k, C_k определяются путем ее интегрирования в пределах одного периода по формулам (1.6):

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t), \\ B_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t), \\ C_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d(\omega t). \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Если функция $f(\omega t)$ задана графически, то коэффициенты A_0, B_k, C_k определяются из выражений (1.7):

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{m} \sum_1^m f\left(k \frac{\omega T}{m}\right), \\ B_k &= \frac{2}{m} \sum_1^m f\left(k \frac{\omega T}{m}\right) \cdot \sin\left(k \frac{\omega T}{m}\right), \\ C_k &= \frac{2}{m} \sum_1^m f\left(k \frac{\omega T}{m}\right) \cdot \cos\left(k \frac{\omega T}{m}\right). \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Последние выражения получаются из выражений (1.6), если интеграл заменить суммой дифференциал $d(\omega t)$ – приращением:

$$\Delta\omega t = 2\pi/m \quad (1.8)$$

где m – число равных отрезков, на которое разбивается периодическая синусоидальная функция.

Для вычисления коэффициентов A_0, B_k, C_k период T делится на m равных интервалов и в m точках деления определяются ординаты $f(k\omega T/m)$ кривой, полагая, что $k = 1, 2, 3, \dots, m$.

После определения значений коэффициентов B_{km}, C_{km} вычисляются две основные величины:

1. Амплитуда гармоник:

$$A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2} \quad (1.9)$$

2. Начальная фаза:

$$\psi_{km} = \arctg \frac{C_{km}}{B_{km}} \quad (1.10)$$

Коэффициенты ряда Фурье для стандартных функций могут быть взяты из справочной литературы или в общем случае рассчитаны по приведенным выше формулам.

Однако в случае кривых, обладающих симметрией, задача существенно упрощается, поскольку из их разложения выпадают целые спектры гармоник. Знание свойств таких кривых позволяет существенно сэкономить время и ресурсы при вычислениях.

Операцию по замене синусоиды с начальной фазы ψ_1 суммой двух функций с нулевыми начальными фазами первой гармоники можно пояснить графически (рис. 1.1).

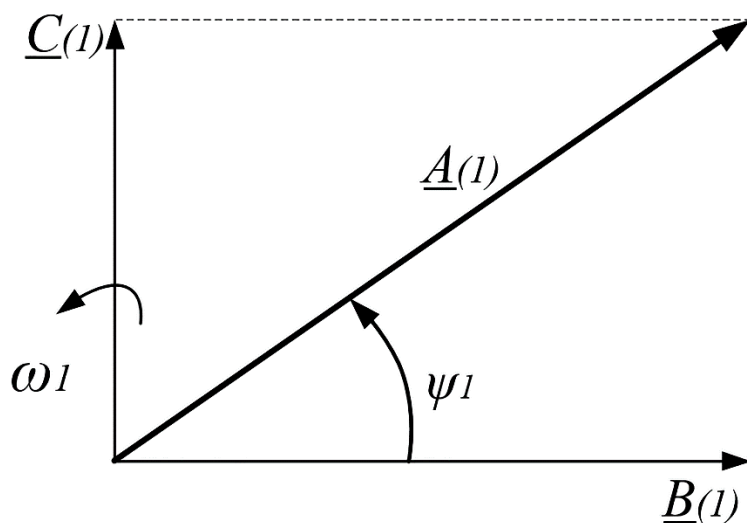


Рисунок 1.1 – Графическое пояснение операции по замене синусоиды с начальной фазы ψ_1 суммой двух функций с нулевыми начальными фазами первой гармоники

Проекции $\underline{B}_{(1)}$ и $\underline{C}_{(1)}$ вектора $\underline{A}_{(1)}$ на вертикальную и горизонтальную оси координатной плоскости являются амплитудами синусоиды и косинусоиды.

На рисунке 1.2 представлена несинусоидальная ЭДС, состоящая из основной и третьей гармоник с начальными фазами, равными нулю.

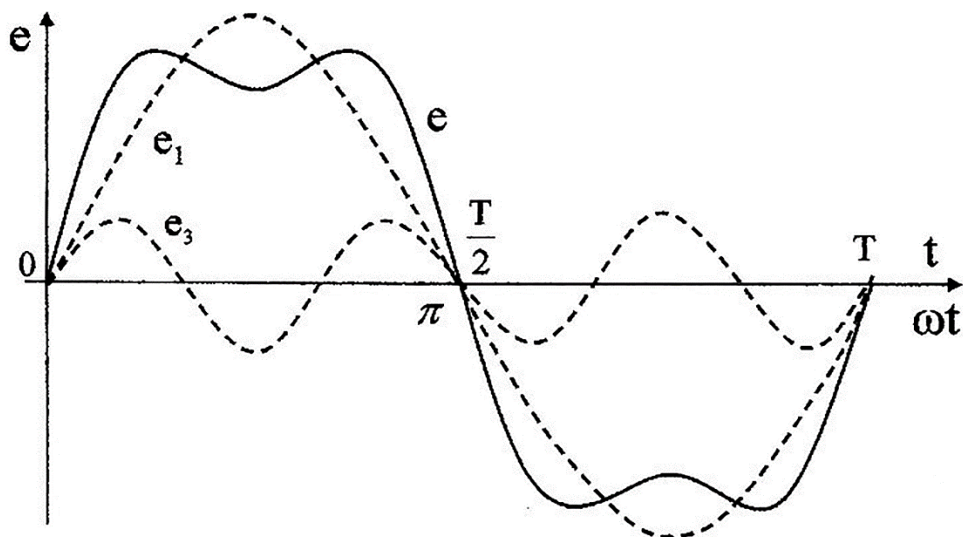


Рисунок 1.2 – Временная диаграмма несинусоидальной ЭДС и эквивалентные синусоиды

Основная синусоида (первая гармоника) изменяется с той же частотой, что и данная несинусоидальная кривая.

1.4 Свойства периодических кривых, обладающих симметрией

Симметрия относительно оси абсцисс. Значительное число функций, с которыми приходится иметь дело в электротехнике, удовлетворяют условию $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$. То есть любым двум абсциссам, отличающимся на половину периода, соответствуют ординаты, равные по величине и обратные по знаку. Такие функции называются симметричными относительно оси абсцисс. Пример приведен на рисунке 1.3.

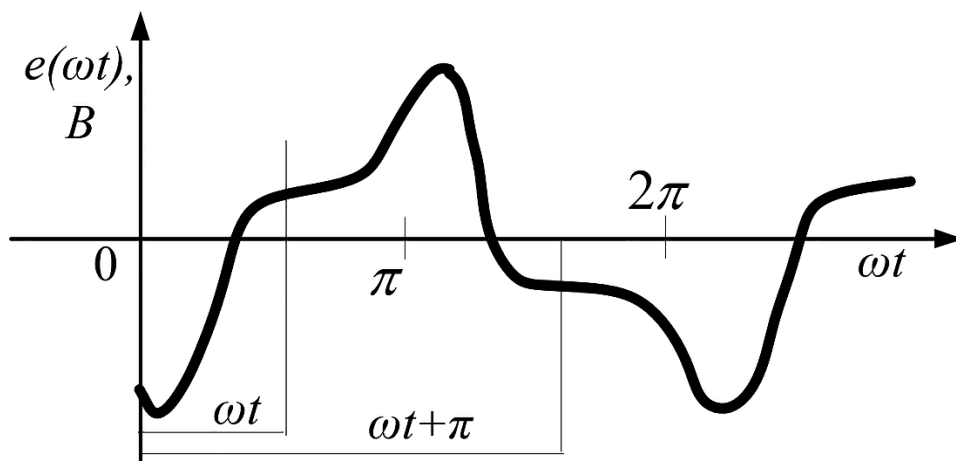


Рисунок 1.3 – График функции, симметричной относительно оси абсцисс

Свойства графика функции, симметричной относительно оси абсцисс:

- 1) ряд Фурье не содержит постоянной составляющей;
- 2) не имеет четных гармоник.

Значит, разложение такого вида графика в ряд Фурье содержит только нечетные гармоники:

$$f(\omega t) = A_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \cdot \sin(3\omega t + \psi_2) + \dots \quad (1.11)$$

Симметрия относительно оси ординат. В схемах выпрямления приходится иметь дело с функциями, удовлетворяющими условию $f(\omega t) = f(-\omega t)$. Таким образом, при изменении знака аргумента не изменяется величина и знак

функции. Такие функции называются симметричными относительно оси ординат (рис. 1.4). Это кривая первого порядка.

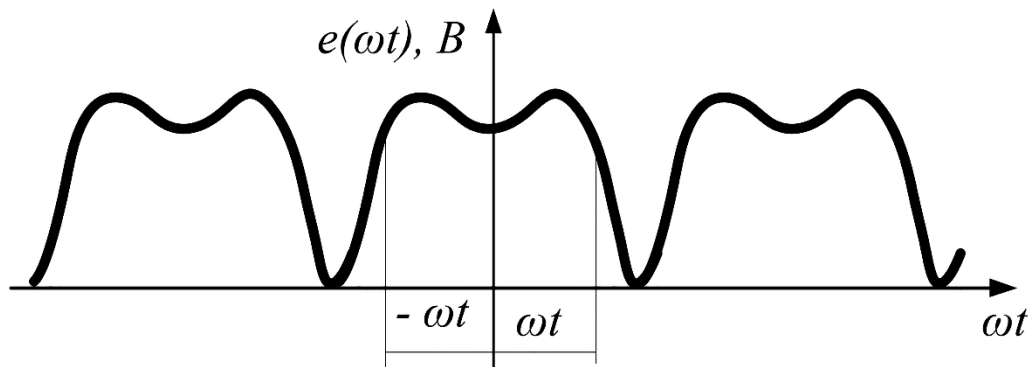


Рисунок 1.4 – График функции, симметричной относительно оси ординат

Свойства графика функции, симметричной относительно оси ординат:

- 1) ряд Фурье содержит постоянную составляющую;
- 2) не содержит синусных составляющих.

Такой ряд Фурье имеет вид выражения (1.12):

$$f(\omega t) = A_0 + C_{1m} \cdot \cos \omega t + C_{2m} \cdot \cos 2\omega t + \dots + C_{km} \cdot \cos k\omega t \quad (1.12)$$

Симметрия относительно начала координат. В схемах умножения частоты встречаются функции, которые при выборе начала координат в точке нуля функции удовлетворяют следующему условию $f(\omega t) = -f(-\omega t)$.

Такие функции называются симметричными относительно начала координат (рис. 1.5). Свойства графика функции, симметричной относительно начала координат:

- 1) ряд Фурье не содержит постоянной составляющей;
- 2) не содержит косинусных составляющих.

Ряд Фурье имеет вид выражения (1.13):

$$f(\omega t) = B_{1m} \cdot \sin \omega t + B_{2m} \cdot \sin 2\omega t + \dots + B_{km} \cdot \sin k\omega t \quad (1.13)$$

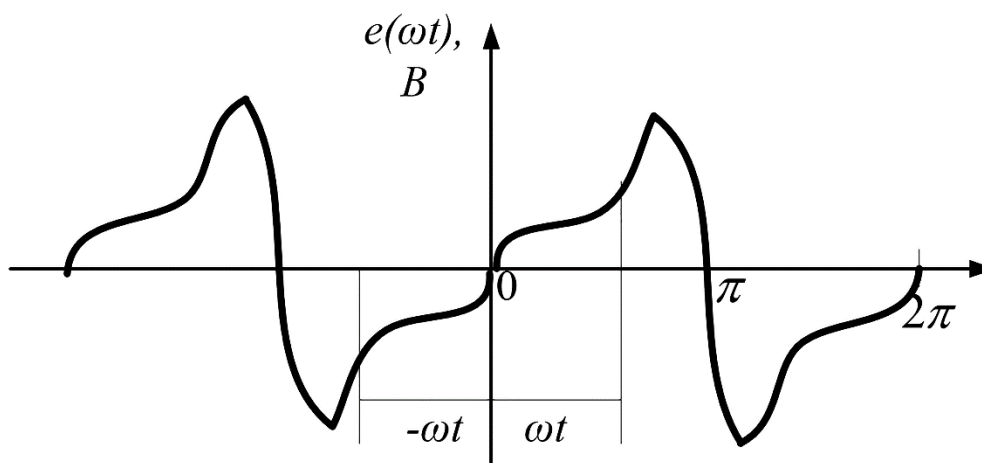


Рисунок 1.5 – График функции, симметричной относительно начала координат

Функции, имеющие два вида симметрии. Если кривая зеркальная и симметрична относительно оси ординат, то в разложении содержит только нечетные косинусы. Разложение зеркальной кривой, симметричной относительно начала координат, содержит только нечетные синусоиды. Определив вид симметрии по форме кривой, можно сразу сказать, какие гармоники содержит ряд. В тех случаях, когда начало отсчета можно выбрать произвольно, следует это сделать так, чтобы получить наибольшую симметрию.

На рисунке 1.6 показана кривая, симметричная как относительно оси абсцисс, так и начала координат.

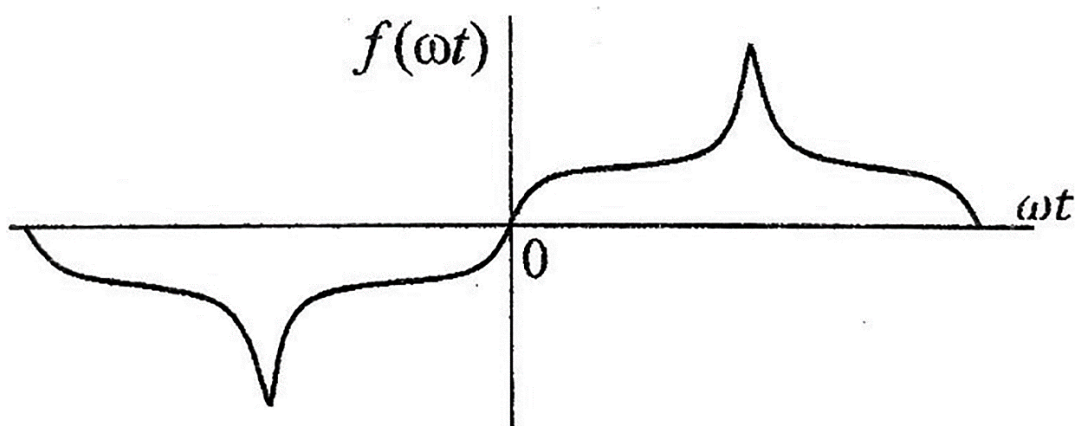


Рисунок 1.6 – График функции, симметричный относительно оси абсцисс и симметричный относительно начала координат

Свойства графика такой функции:

- 1) ряд Фурье не содержит постоянной составляющей;
- 2) не содержит косинусных составляющих;
- 3) не содержит четных гармоник.

Такой ряд Фурье имеет вид выражения (1.14):

$$f(\omega t) = B_{1m} \cdot \sin \omega t + B_{3m} \cdot \sin 3\omega t + B_{5m} \cdot \sin 5\omega t + \dots \quad (1.14)$$

Кроме перечисленных выше симметрий, существуют еще виды кривых, в которых возможны несколько симметрий одновременно.

Чтобы облегчить написание ряда Фурье (гармонических составляющих) для таких кривых, необходимо обратиться к таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Гармонические составляющие кривых различных симметрий

Вид симметрии	Аналитическое выражение	Составляющие		
		A_0	B_{km}	C_{km}
Ось абсцисс	$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$	–	только нечетные	
Ось ординат	$f(\omega t) = f(-\omega t)$	+	–	+
Начала координат	$f(\omega t) = -f(-\omega t)$	–	+	–
Оси абсцисс и ординат	$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi) = f(-\omega t)$	–	–	нечетные
Ось абсцисс и начала координат	$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi) = -f(-\omega t)$	–	нечетные	–

Пример 1.1. На входе цепи действует периодическое напряжение, имеющее в первой половине периода T , форму треугольника; во второй половине периода оно равно нулю (рис. 1.7). Разложите кривую в тригонометрический ряд до четвертой гармоники.

Решение. Временная характеристика входного напряжения описывается уравнением:

$$u(t) \begin{cases} U_m \frac{2t}{T}; & 0 < t < 0,5T; \\ 0; & 0,5T < t < T \end{cases}$$

При этом U_m – амплитуда входного напряжения, $U_m = 100$ В; ω – угловая частота; при $f = 50$ Гц; $\omega = 2\pi / T = 314$ с⁻¹.

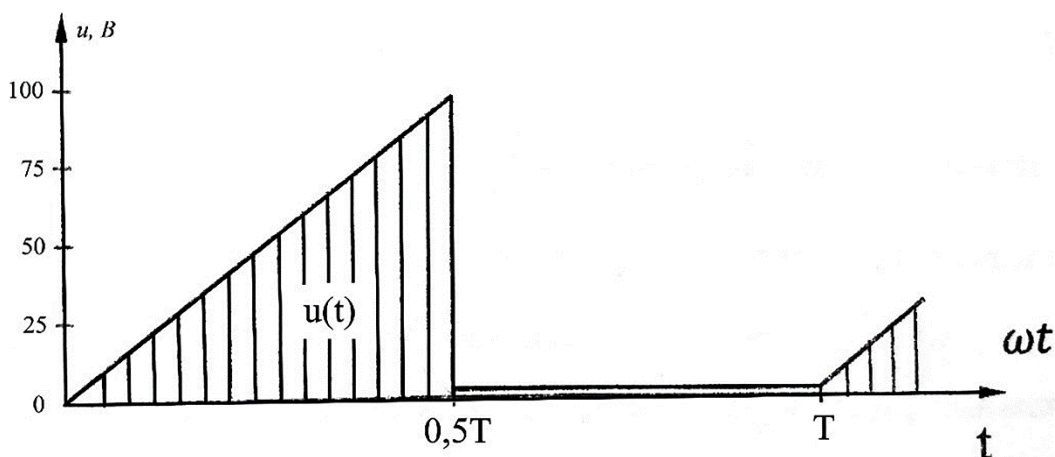


Рисунок 1.7 – Сигнал периодического несинусоидального напряжения

Разложение периодической функции $u(t)$ можно представить с помощью ряда Фурье. Он будет иметь следующий вид:

$$u(t) = A_0 + \sum_{k=1}^4 B_k \sin k\omega t + \sum_{k=1}^4 C_k \cos k\omega t = A_0 + \sum_{k=1}^4 A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$$

Постоянная составляющая ряда Фурье будет определяться:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{2U_m}{T} t dt = \frac{U_m}{4}; A_0 = \frac{100}{4} = 25 \text{ В}$$

Коэффициенты при синусах отдельных гармоник составят:

$$\begin{aligned} B_k &= \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cdot \sin k\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \frac{2U_m}{T} \cdot t \sin k\omega t dt = \\ &= U_m \left(\frac{2}{\omega t} \right)^2 \cdot \int_0^{\pi} x \cdot \sin kx dx = \frac{U_m}{k \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{k \cdot \pi} \sin k\pi - \cos k\pi \right) \end{aligned}$$

Коэффициенты при косинусах отдельных гармоник будут равны:

$$C_k = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cdot \cos k\omega t dt = \frac{U_m}{k \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\cos k\pi - 1}{k \cdot \pi} + \sin k\pi \right)$$

При этом $x = \omega t$.

При вычислении интервалов учтено, что входное напряжение отлично от нуля лишь в первой половине периода и использовано соотношение $\omega T = 2\pi$.

Амплитуда гармоник определяется по формуле $A_{km} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}$, а начальная фаза гармоник по формуле $\psi_k = \arctg \frac{C_k}{B_k}$.

При расчете начальной фазы гармоники необходимо учитывать, что четверть, в которой лежит угол ψ_k , определяется знаками \underline{B}_k и \underline{C}_k .

Значения амплитуд и начальных фаз гармоник по результатам расчета сводятся в таблицу 1.2.

Таблица 1.2 – Рассчитанные значения амплитуды и начальных фаз гармоник

k	0	1	2	3	4
$A_{km}, \text{В}$	25,0	37,7	15,9	10,8	8,0
$\psi_k, \text{град.}$	–	–32,5	180,0	–12,0	180,0

Для рассчитанных значений напряжения (табл. 1.2) входное напряжение в виде гармонического ряда будет иметь вид:

$$u(t) = 25 + 37,7 \sin(\omega t - 32,5^\circ) + 15,9 \sin(\omega t + 180^\circ) + 10,8 \sin(3\omega t - 12^\circ) + 8 \sin(4\omega t + 180^\circ).$$

Из данного ряда Фурье можно изобразить амплитудно-частотный (дискретный) спектр (АЧС) входного напряжения (рис. 1.8).

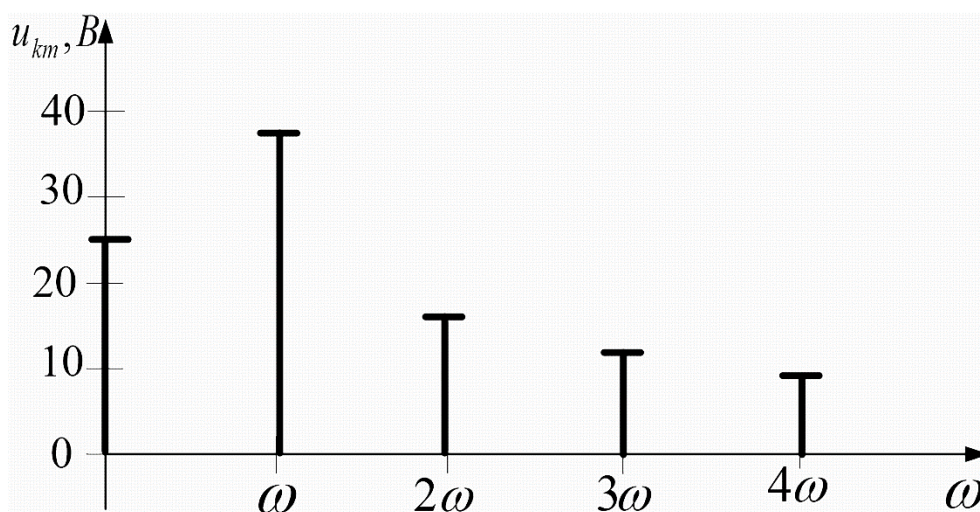


Рисунок 1.8 – Амплитудно-частотный спектр входного напряжения

1.5 Основные величины и понятия, характеризующие несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и ток

1.5.1 Максимальные, действующие и средние значения несинусоидальных периодических ЭДС, напряжений и токов

Максимальное значение несинусоидальной величины A_m – это наибольшее в течение периода значение модуля функции. Таким образом, под максимальным значением несинусоидальной ЭДС, напряжения и тока подразумеваются их наибольшие мгновенные значения (рис. 1.9). Максимальные значения измеряют амплитудными электронными вольтметрами.

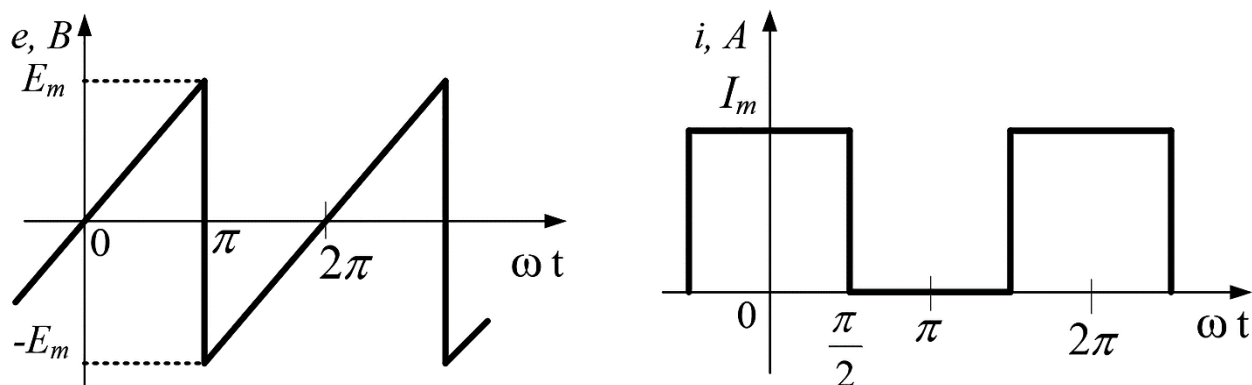


Рисунок 1.9 – Временные диаграммы прямолинейных функций

Под действующими значениями несинусоидальных периодических ЭДС, напряжений и токов понимают среднеквадратичное значение этих величин, выражаемое формулами (1.15):

$$\begin{aligned}
 E &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 \cdot dt} = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2}, \\
 U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 \cdot dt} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2}, \\
 I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}
 \end{aligned}
 \tag{1.15}$$

Действующее значение периодической несинусоидальной функции зависит только от действующих значений ее гармоник и не зависит от их начальных фаз Ψ_k .

Среднее по модулю значение периодической величины – есть среднее арифметическое значение модуля мгновенного значения за период:

$$A_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(\omega t)| dt \quad (1.16)$$

Оно измеряется магнитоэлектрическими приборами с выпрямителем.

Среднее значение за период находят по формуле (1.17):

$$A_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega t) dt \quad (1.17)$$

Следует отметить, что если функция за весь период ни разу не изменяет знак, то ее среднее по модулю значение равно постоянной составляющей. Оно измеряется магнитоэлектрическими приборами без выпрямителя.

1.5.2 Коэффициенты, характеризующие несинусоидальные величины

В электроэнергетике, где кривые преимущественно симметричны относительно оси абсцисс, для характеристики их формы используется ряд коэффициентов.

Первая группа включает коэффициенты, характеризующие форму периодических кривых, то есть их отличие от синусоиды:

1) **коэффициент формы** определяется как отношение действующего значения к среднему по модулю значению (1.18):

$$k_{\phi} = \frac{A}{A_{\text{ср}}} = \frac{\sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_k^2}}{A_{\text{ср}}} \quad (1.18)$$

Для синусоиды коэффициент формы имеет значение:

$$k_{\phi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

2) коэффициент амплитуды равен отношению максимального значения к действующему значению (1.19):

$$k_a = \frac{A_m}{A} = \frac{A_m}{\sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_k^2}} \quad (1.19)$$

Для синусоиды коэффициент имеет значение $k_a = \sqrt{2} \approx 1,41$.

Вторая группа коэффициентов представлена коэффициентами, являющимися показателями качества электрической энергии энергосистем:

1) коэффициент искажения определяется по формуле (1.20) как отношение действующего значения основной (первой) гармоники к действующему значению всей кривой:

$$k_{и} = \frac{A_1}{A} = \frac{A_1}{\sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_k^2}} \quad (1.20)$$

Для синусоиды $k_{и} = 1$.

2) коэффициент гармоник равен отношению действующего значения высших гармоник к действующему значению основной гармоники (1.21):

$$k_{г} = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \dots + A_k^2}}{A_1} \quad (1.21)$$

Для синусоиды $k_{г} = 0$.

Рассмотрим одно из практических применений коэффициента искажения. Кривые напряжения промышленных сетей обычно отличаются от идеальной синусоиды. В электроэнергетике вводится понятие практически синусоидальной кривой. По государственному стандарту напряжение промышленных се-

тей считается практически синусоидальным, если наибольшее отличие соответствующих ординат истинной кривой и ее первой гармоники не превышает 5 % от амплитуды основной гармоники.

Третья группа коэффициентов, характеризующих несинусоидальные величины, включает коэффициенты, используемые при оценке результатов преобразования переменного синусоидального тока в постоянный (энергетическая электроника):

1) *коэффициент среднего значения* определяется как отношение среднего значения кривой к амплитудному значению всей кривой (1.22):

$$k_{\text{ср}} = \frac{A_{\text{ср}}}{A_m} \quad (1.22)$$

Для синусоиды коэффициент среднего значения $k_{\text{ср}} = 0$.

2) *коэффициент пульсации* определяется как отношение амплитудного значения первой гармоники к нулевой составляющей (1.23):

$$k_{\text{п}} = \frac{A_{1m}}{A_0} \quad (1.23)$$

Коэффициент пульсации зависит от устройства выпрямительной схемы:

для однополупериодной схемы $k_{\text{п}} = 1,57$;

для двухполупериодной схемы $k_{\text{п}} = 0,67$;

при использовании трехфазной схемы $k_{\text{п}} = 0,057$.

Приборами различных систем измеряют разные несинусоидальные величины. *Амплитудные электронные вольтметры* измеряют максимальные значения. *Магнитоэлектрические приборы* реагируют только на постоянную составляющую измеряемых величин; *магнитоэлектрические приборы с выпрямителем* измеряют среднее по модулю значение. Приборы всех остальных систем измеряют действующие значения.

1.5.3 Графические зависимости, характеризующие несинусоидальные периодические величины

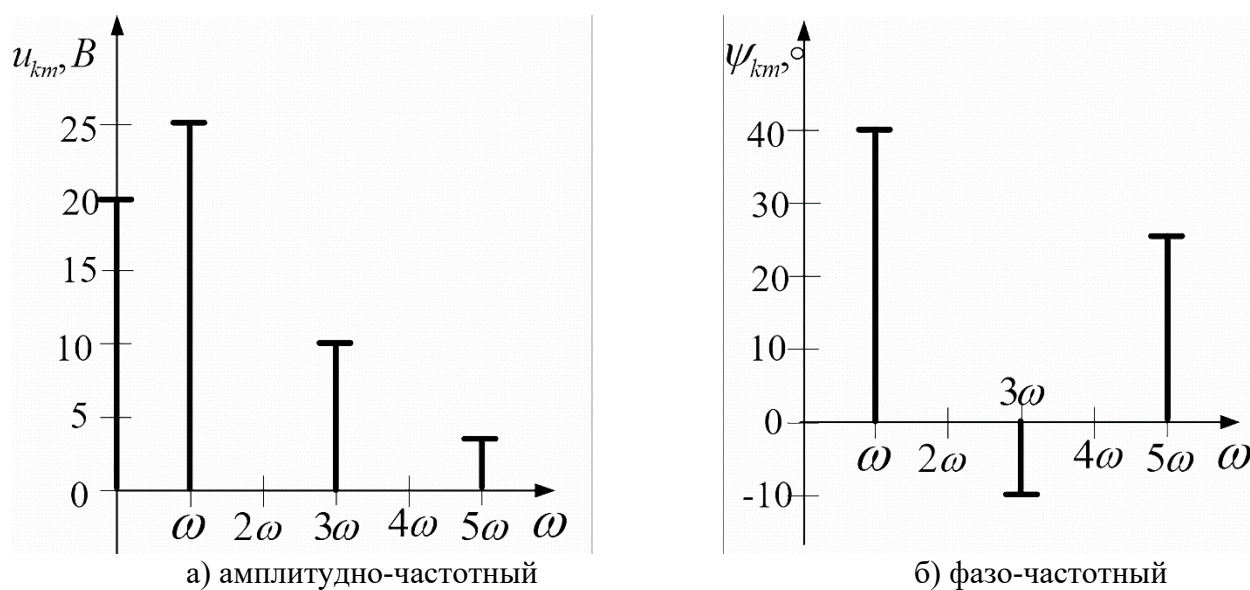
Совокупность гармонических составляющих несинусоидальной периодической функции, рассмотренных в подразделах 1.3 и 1.4, называется ее **дискретным частотным спектром**. Спектр может характеризовать две основные величины: амплитуду и фазу.

Зависимость амплитудного значения A_{km} несинусоидальной величины от частоты (порядкового номера гармоники) представляет **амплитудно-частотный спектр (спектр амплитуд)**. Зависимость начальной фазы ψ_k (спектр фаз) от частоты $k\omega$ подразумевает **фазо-частотный спектр**.

Пример 1.2. Изобразите амплитудно-частотный и фазо-частотный спектры для входного напряжения, заданного следующим рядом Фурье:

$$u(t) = 20 + 25 \cdot \sin(\omega t + 40^\circ) + 10 \cdot \sin \cdot (3\omega t - 10^\circ) + 3 \cdot \sin \cdot (5\omega t + 25^\circ)$$

Решение. Амплитудно-частотный спектр представлен на рисунке 1.10, а; фазо-частотный спектр показан на рисунке 1.10, б.



**Рисунок 1.10 – Основные спектры
несинусоидальных периодических функций**

1.6 Влияние пассивных элементов

электрической несинусоидальной цепи на кривую тока

В электрических несинусоидальных периодических цепях, как и в синусоидальных цепях, применяются три основных вида потребителей: резистор (реостат), катушка индуктивности (индуктивный (инерционный) элемент) и конденсатор емкости (емкостный элемент) (рис. 1.11).

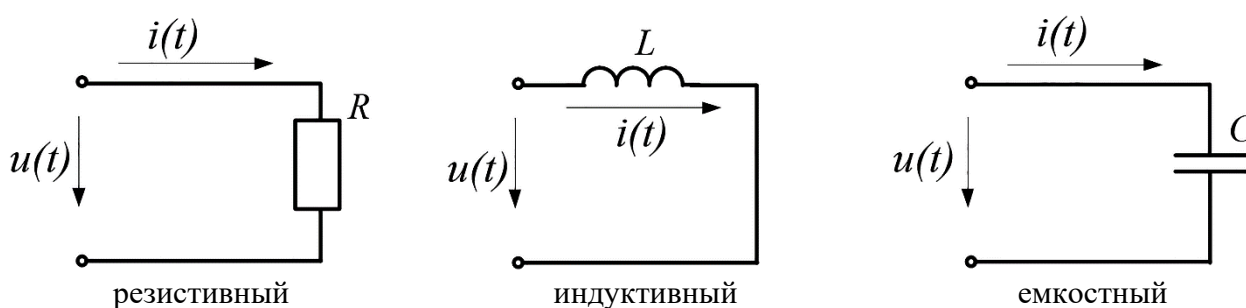


Рисунок 1.11 – Элементы электрических цепей, влияющие на кривую тока

1.6.1 Резистивный элемент

При подключении резистивного элемента к несинусоидальному периодическому напряжению (рис. 1.11) значение напряжения имеет вид:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} U_{km} \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k) \quad (1.24)$$

Ток через резистор рассчитывается по закону Ома:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \sum_{k=0}^{\infty} I_{km} \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k) \quad (1.25)$$

где $I_{km} = \frac{U_{km}}{R}$.

Как видно из приведенных формул, активное сопротивление не связано с угловой частотой ω , то есть при увеличении порядкового номера гармоники

никаких изменений сопротивления не будет. Следовательно, ни величина тока, ни величина напряжения не будут изменяться. Поэтому, токи всех гармоник совпадают по фазе с соответствующими гармониками напряжений.

Таким образом, форма кривой несинусоидального тока $i(t)$ аналогична форме кривой напряжения $u(t)$.

Это позволяет на практике осциллографировать форму тока с помощью регистрации напряжения на шунте.

1.6.2 Индуктивный элемент

Индуктивное сопротивление (рис. 1.11) в несинусоидальных цепях рассчитывается также, как и в синусоидальных, и определяется $X_L = \omega \cdot L$. Из этой формулы видно, что при увеличении порядкового номера гармоники увеличивается и значение индуктивного сопротивления.

Значение тока, протекающего по индуктивности, определяется по закону Ома. Значит, амплитуды токов основной и высших гармоник будут определяться по формулам (1.26) и (1.27) соответственно:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{\omega \cdot L}, \quad (1.26)$$

$$I_{km} = \frac{U_{km}}{k\omega \cdot L} \quad (1.27)$$

Формула (1.27) позволяет сделать вывод, что чем больше значение сопротивления на индуктивности, тем меньше значение тока.

Кроме того, можно вспомнить соотношение (1.28):

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (1.28)$$

Следовательно, гармоники тока будут проявляться в меньшей степени в общей кривой тока.

Значит форма кривой тока $i(t)$ меньше отличается от синусоиды, чем форма кривой напряжения $u(t)$.

1.6.3 Емкостный элемент

Емкостный элемент представлен на рисунке 1.11.

Емкостное сопротивление определяется по формуле $X_C = 1/\omega C$. Значит, чем выше порядковый номер гармоники, тем меньше по значению емкостное сопротивление.

Поэтому значения амплитуд токов основной и высших гармоник определяются выражениями (1.29) и (1.30) соответственно:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{1/\omega C}, \quad (1.29)$$

$$I_{km} = \frac{U_{km}}{1/k\omega C} \quad (1.30)$$

Формула (1.30) помогает сделать вывод, что чем больше значение сопротивления на емкости, тем больше значение тока.

Кроме того, в электротехнике есть соотношение (1.31):

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt} \quad (1.31)$$

Следовательно, амплитуда гармоник тока будет увеличиваться пропорционально порядковому номеру гармоники. Значит форма кривой тока $i(t)$ будет искажаться еще больше в сравнении с кривой напряжения $u(t)$ относительно синусоиды.

Необходимо отметить, что на практике, например, в силовой полупроводниковой технике, для сглаживания выпрямленного напряжения применяют конденсаторные фильтры, а для тока – дроссели.

1.6.4 Резонансные явления в электрической несинусоидальной цепи

Как и в синусоидальных цепях, в цепях несинусоидального переменного тока может возникнуть явление резонанса. Но при несинусоидальных токах и напряжениях оно значительно усложняется, так как резонанс возникает для каждой гармоники отдельно (может возникнуть, а может и не возникнуть).

При последовательном соединении катушки индуктивности и конденсатора емкости (рис. 1.12, слева) в одной из гармонических составляющих может наступить **резонанс напряжений**.

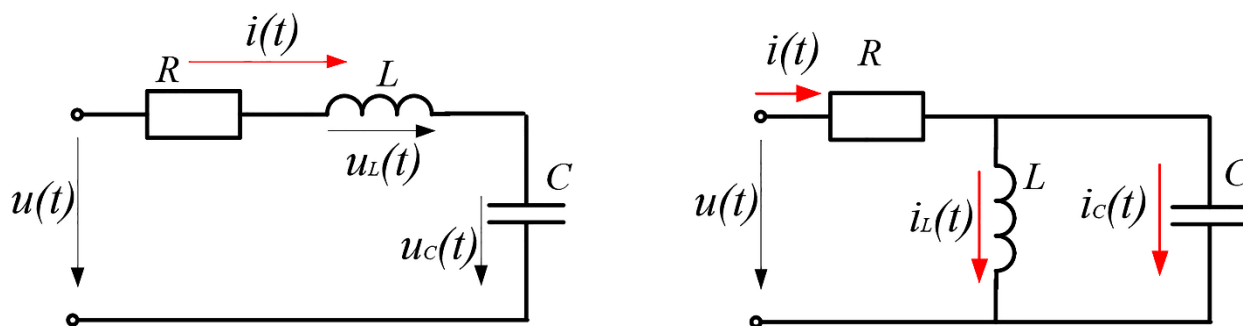


Рисунок 1.12 – Электрические цепи несинусоидального тока, в которых возможен резонанс напряжений (слева) и токов (справа)

Резонанс напряжений возможен только при условии равенства сопротивлений какой-то из гармоник: основной или высшей, то есть k -гармоники, что определяется соответственно формулами (1.32) и (1.33):

$$X_{kL} = X_{kC}, \quad (1.32)$$

$$k\omega \cdot L = \frac{1}{k\omega \cdot C} \quad (1.33)$$

При параллельном соединении катушки индуктивности и конденсатора емкости (рис. 1.12, справа) в одной из гармонических составляющих может наступить **резонанс токов**, так как токи при таком виде соединений разные.

Этот резонанс возникает при условии равенства проводимостей какой-то из гармоник: основной или высшей k -гармоники, что выражается соответственно формулами (1.34) и (1.35):

$$b_{kL} = b_{kC}, \quad (1.34)$$

$$\frac{1}{k\omega \cdot L} = k\omega \cdot C \quad (1.35)$$

Если в цепи возникает резонанс, то как и при синусоидальных токах, резонанс на k -й гармонике соответствует режиму работы, при котором k -ые гармоники напряжения и тока на входе цепи совпадают по фазе, то есть входное сопротивление (входная проводимость) цепи для k -й гармоники является активной, потому что индуктивность компенсирует емкость и реактивная составляющая сопротивления или проводимости будет равна нулю.

Следует отметить, что несмотря на то, что обычно с ростом порядкового номера гармоники ЭДС ее амплитуда уменьшается, в режиме резонанса для k -й гармоники ее значение амплитудного тока I_{km} может превышать величину тока первой гармоники.

Резонансные явления используются для выделения гармоник одних частот и подавления других гармоник, то есть могут применяться в основе работы LC -фильтров, например, полосовых (рис. 1.12, слева) или заградительных (рис. 1.12, справа).

Пример 1.3. Рассмотрим источник несинусоидальной ЭДС, действующий на неразветвленную цепь RLC , приведенную на рисунке 1.13, слева.

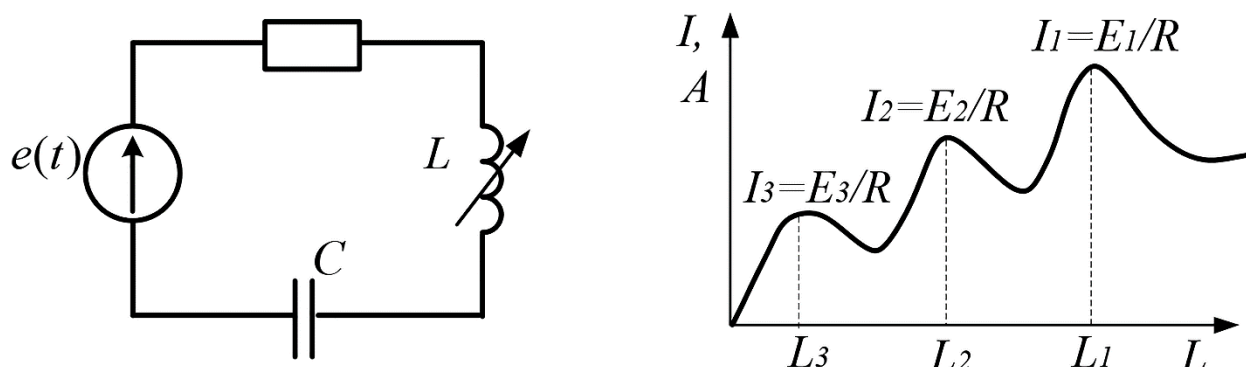


Рисунок 1.13 – Неразветвленная несинусоидальная RLC (слева) и зависимость тока от индуктивности (справа)

Данная несинусоидальная ЭДС вызовет ток k -й гармоники:

$$I_k = \frac{E_k}{\sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}} \quad (1.36)$$

Характер такой кривой тока $i = f(L)$ показан на рисунке 1.13, справа. Причем $L_1 > L_2 > L_3$, так как:

$$L_k = \frac{1}{k^2\omega^2 C} \quad (1.37)$$

Величина индуктивности L изменяется от нуля до бесконечности.

Кривая действующего значения общего тока будет рассчитываться с учетом всех гармоник тока: $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2}$, и в этой связи при достаточно малом R будет иметь три резко выраженных максимума, соответствующих резонансным значениям.

Аналогичные зависимости получаются и при изменении емкости; их частота при форме кривой ЭДС будет неизменной.

В качестве примера резонанса рассмотрим схему на рисунке 1.14.

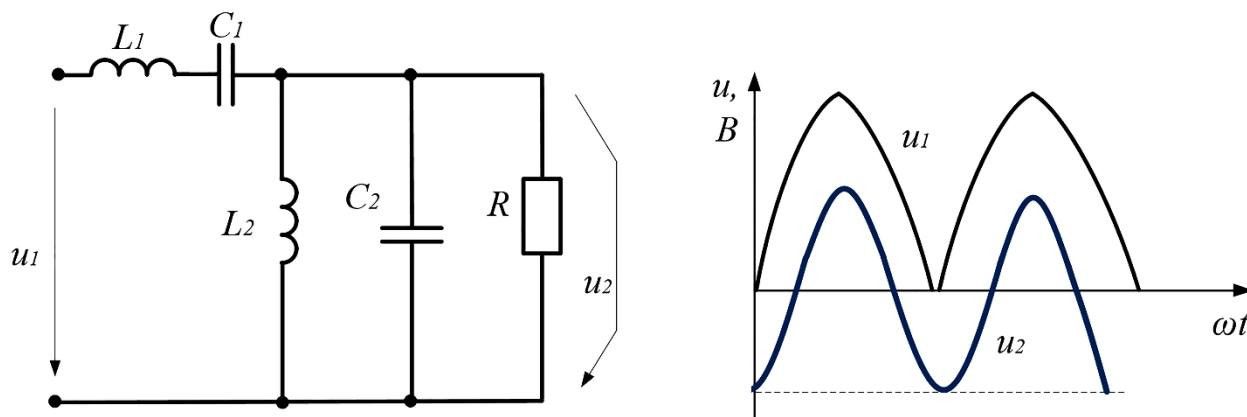


Рисунок 1.14 – Схема полосового фильтра (слева) и графическое изображение напряжений (справа)

Здесь $L_2 C_2$ – цепочка параллельно нагрузке оказывает малое сопротивление для всех гармоник, кроме k -й; к тому же она не пропустит в нагрузку гармоники, кроме k -й. Такая схема пропускает полосу частот и называется полосовым фильтром.

Необходимо настроить ветвь L_1C_1 и контур L_2C_2 в резонанс на вторую гармонику 2ω , то есть $2\omega L_1 = 1/2\omega C_1$ и $2\omega L_2 = 1/2\omega C_2$.

В этом случае в напряжении u_2 и на нагрузке будет только вторая гармоника. Приведенная схема может быть применена для увеличения частоты в два раза (умножитель частоты).

1.7 Высшие гармоники в трехфазных цепях

Напряжения трехфазных источников энергии часто бывают существенно несинусоидальными (строго говоря, они несинусоидальные всегда).

Несинусоидальность ЭДС, напряжений и токов в трехфазных цепях не только усложняет их анализ, но и приводит к нарушению режимов их работы. Трехфазные цепи в отношении высших гармоник напряжений и токов имеют некоторые особенности.

1.7.1 Группы гармоник напряжений трехфазных источников энергии

Напряжения на фазах «В» и «С» повторяют несинусоидальную кривую напряжения $u_A = f(t)$ на фазе «А» со сдвигом на треть периода T основной гармоники:

$$u_B = f\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad (1.38)$$

$$u_C = f\left(t + \frac{T}{3}\right) \quad (1.39)$$

Если для фазы «А» k -я гармоника напряжения будет иметь вид:

$$u_{Ak} = U_{km} \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k) \quad (1.40)$$

Тогда для k -х гармонических напряжений фаз «В» и «С» соответственно можно записать выражения (1.41):

$$\begin{aligned} u_{Bk} &= U_{km} \cdot \sin\left(k\omega t + \varphi_k - \frac{2\pi}{3}k\right), \\ u_{Ck} &= U_{km} \cdot \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{2\pi}{3}k\right) \end{aligned} \quad (1.41)$$

При записи выражений (1.38) и (1.39) учитывалось, что $T = 2 \cdot \pi$.

Всю совокупность гармоник k (от 0 до ∞) можно распределить по следующим трем группам.

Первая группа гармоник: $k = 3 \cdot n + 1$ при ($n = 0; 1; 2; \dots$).

К этим гармоникам относятся $k = 1, 4, 7, 10 \dots$ Гармоники данной группы образуют симметричные системы напряжений, последовательность которых соответствует последовательности фаз первой гармоники:

$$\begin{aligned} u_{Bk} &= U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k - \frac{2\pi}{3}(3n+1)\right) = U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k - \frac{2\pi}{3}k\right), \\ u_{Ck} &= U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{2\pi}{3}(3n+1)\right) = U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{2\pi}{3}k\right) \end{aligned} \quad (1.42)$$

Гармоники данного вида есть симметричные системы напряжений прямой последовательности (A – B – C). Указанная последовательность представлена на рисунке 1.15.

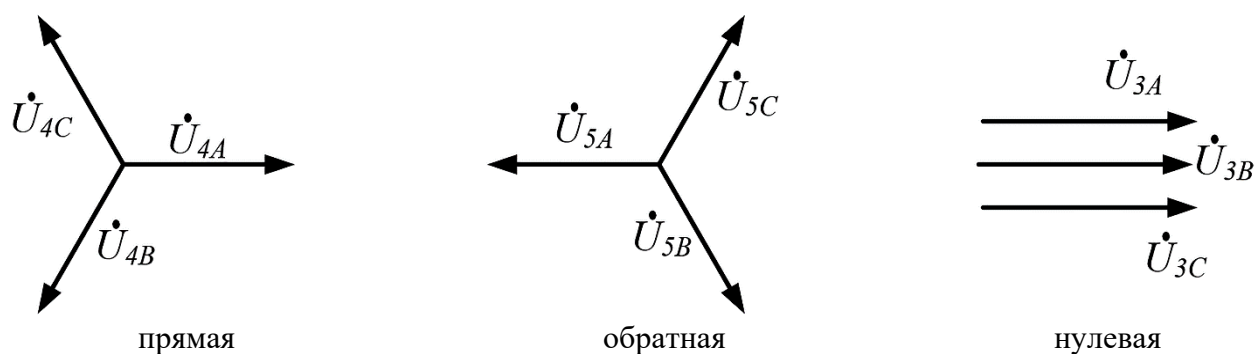


Рисунок 1.15 – Последовательности, образованные гармониками, кратными 3, в электрических цепях трехфазного несинусоидального тока

Вторая группа гармоник: $k = 3 \cdot n - 1$ при ($n = 1; 2; 3 \dots$).

К этим гармоникам относятся $k = 2, 5, 8, 11 \dots$ Соотношения имеют вид:

$$\begin{aligned} u_{Bk} &= U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k - \frac{2\pi}{3}(3n-1)\right) = U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{2\pi}{3}k\right), \\ u_{Ck} &= U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{2\pi}{3}(3n-1)\right) = U_{km} \sin\left(k\omega t + \varphi_k - \frac{2\pi}{3}k\right) \end{aligned} \quad (1.43)$$

Гармоники данной группы образуют симметричные системы напряжений обратной последовательности (A – C – B) (рис. 1.15).

Третья группа гармоник: $k = 3 \cdot n$ при ($n = 1; 2; 3 \dots$).

К этим гармоникам относятся $k = 3, 6, 9, 12 \dots$ Для соответствующего вида гармоник справедливы равенства (1.44):

$$\begin{aligned} u_{Bk} &= U_{km} \cdot \sin\left(k\omega t + \varphi_k - \frac{2\pi}{3} \cdot 3n\right) = U_{km} \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k), \\ u_{Ck} &= U_{km} \cdot \sin\left(k\omega t + \varphi_k + \frac{2\pi}{3} \cdot 3n\right) = U_{km} \cdot \sin(k\omega t + \varphi_k) \end{aligned} \quad (1.44)$$

Гармоники, кратные трем, вызывают в трехфазных цепях напряжения токи, равные по величине и направлению, то есть напряжения первой гармоники. Следовательно, такие гармоники образуют систему нулевой последовательности (рис. 1.15).

1.7.2 Некоторые особенности работы трехфазных систем, обусловленные наличием гармоник, кратных трем

Независимо от способа соединения (звезда или треугольник) линейные напряжения не содержат гармоник, кратных трем.

При соединении в звезду это объясняется тем, что гармоники, кратные трем, образуют нулевую последовательность, ввиду чего исчезают из линейных напряжений, равных разности фазных. При соединении в треугольник составляющие фазных ЭДС, кратные трем, не выявляются в линейных (фазных) напряжениях, так как компенсируются падениями напряжений на собственных сопротивлениях фаз генератора.

При соединении в звезду соотношение линейного и фазного напряжений будет определяться:

$$U_{\text{Л}} < \sqrt{3}U_{\text{Ф}} \quad (1.45)$$

где $U_{\text{Л}}$ – линейное напряжение ($U_{\text{Л}} = \sqrt{3(U_1^2 + U_2^2 + U_4^2 + U_5^2 + U_7^2 \dots)}$);
 $\sqrt{3}U_{\text{Ф}}$ – фазное напряжение ($\sqrt{3}U_{\text{Ф}} = \sqrt{3(U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots)}$).

При соединении в треугольник напряжение генератора имеет вид:

$$U_{\text{Ф}} = U_{\text{Л}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_4^2 + E_5^2 + E_7^2 + \dots} \quad (1.46)$$

Соотношение значений токов составит:

$$I_{\text{Л}} = \sqrt{3(I_1^2 + I_2^2 + I_4^2 + I_5^2 + I_7^2 \dots)} < \sqrt{3}I_{\text{Ф}} = \sqrt{3(I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \dots)} \quad (1.47)$$

Если нагрузка симметричная, то ток в нейтральном проводе будет определяться гармониками, кратными трем. Это происходит по причине того, что образуется нулевая последовательность:

$$I_{\text{N}} = 3\sqrt{I_3^2 + I_6^2 + I_9^2 + \dots} \quad (1.48)$$

При соединении в звезду и без нейтрального провода фазные токи нагрузки не содержат гармоник, кратных трем. Это связано с тем, что сумма токов равна нулю (первый закон Кирхгофа), а это условие не выполняется при наличии гармоник, кратных трем. Поэтому нет этих гармоник и в фазных напряжениях нагрузки, которые связаны с токами законом Ома.

Таким образом, при наличии гармоник, кратных трем, в фазных напряжениях генератора напряжение смещения нейтрали в симметричном режиме определяется этими гармониками:

$$U_{\text{Nn}} = \sqrt{U_3^2 + U_6^2 + U_9^2 + \dots} \quad (1.49)$$

1.8 Мощности в цепях несинусоидального тока

Как и в цепях синусоидального тока, определяют активную, реактивную и полную мощности. Кроме этих видов мощностей, из-за отличия несинусоидальной величины от синусоиды, в несинусоидальных цепях рассматривается мощность искажения.

Активная мощность представляет среднее значение мгновенной мощности $p = u \cdot i$ за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i dt \quad (1.50)$$

Преобразовывая мгновенные значения напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$, можно получить выражение (1.51):

$$P = U_0 \cdot I_0 + U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 + \dots + U_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k = \sum_{k=0}^{\infty} P_k \quad (1.51)$$

где $U_0 \cdot I_0$ – действующие значения напряжения и тока нулевой гармоники;
 $U_k \cdot I_k$ – действующие значения напряжения и тока k -й гармоники;
 $\varphi_k = (\psi_{ku} - \psi_{ki})$ – угол сдвига фаз между напряжением и током k -й гармоники.

Таким образом, активная мощность несинусоидального тока равна сумме активных мощностей отдельных гармоник. При этом также учитывается и нулевая гармоника.

Реактивная мощность – алгебраическая сумма реактивных мощностей всех гармонических составляющих. Для реактивной мощности можно записать аналогичное уравнение (1.52):

$$Q = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 + \dots + U_k \cdot I_k \cdot \sin \varphi_k = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k \quad (1.52)$$

Полная мощность определяется как произведение действующего значения несинусоидального напряжения на действующее значение несинусоидального тока (1.53):

$$S = U \cdot I \quad (1.53)$$

где $U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2}$ – действующее значение несинусоидального напряжения;

$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}$ – действующее значение несинусоидального тока.

Следует отметить, что если в цепи содержатся реактивные элементы (индуктивность и емкость), то $S \neq \sqrt{P^2 + Q^2}$, так как в цепях несинусоидального тока появляется **мощность искажения**. Для баланса уравнения $S^2 \geq P^2 + Q^2$ в его правую часть вносят добавление, представляющее ту самую мощность искажения $S^2 = P^2 + Q^2 + T^2$. Следовательно, мощность искажения равна:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (1.54)$$

Мощность искажения характеризует степень различия в формах кривых напряжения и тока.

Отношение активной мощности к полной называется **коэффициентом мощности**, определяемым по формуле (1.55):

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I} \quad (1.55)$$

1.9 Особенности расчета линейных цепей при периодических несинусоидальных токах

Разложение периодических несинусоидальных функций в ряд Фурье позволяет свести расчет линейной цепи при воздействии на нее несинусоидальных ЭДС (или токов) к расчету цепей с постоянными и синусоидальными токами.

Во всех задачах со сложными несинусоидальными кривыми необходимо свести сложную задачу к более простой и применить методы расчета простых цепей. Весь расчет сводится к следующему:

- 1) разложить ЭДС и токи на гармонические составляющие;
- 2) применить принцип наложения, то есть рассчитать значения напряжений и токов в цепи для каждой из гармонических составляющих в отдельности;
- 3) определить искомые величины как алгебраические суммы соответствующих гармонических.

Пример 1.4. Если на входе какой-либо цепи (рис. 1.16, а) включен источник несинусоидальной ЭДС:

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin \omega t + E_{2m} \sin 2\omega t = E_0 + e_1 + e_2$$

Режим цепи не изменится, если источник $e(t)$ заменить тремя источниками ЭДС (E_0, e_1 и e_2), соединенными последовательно (рис. 1.16, б).

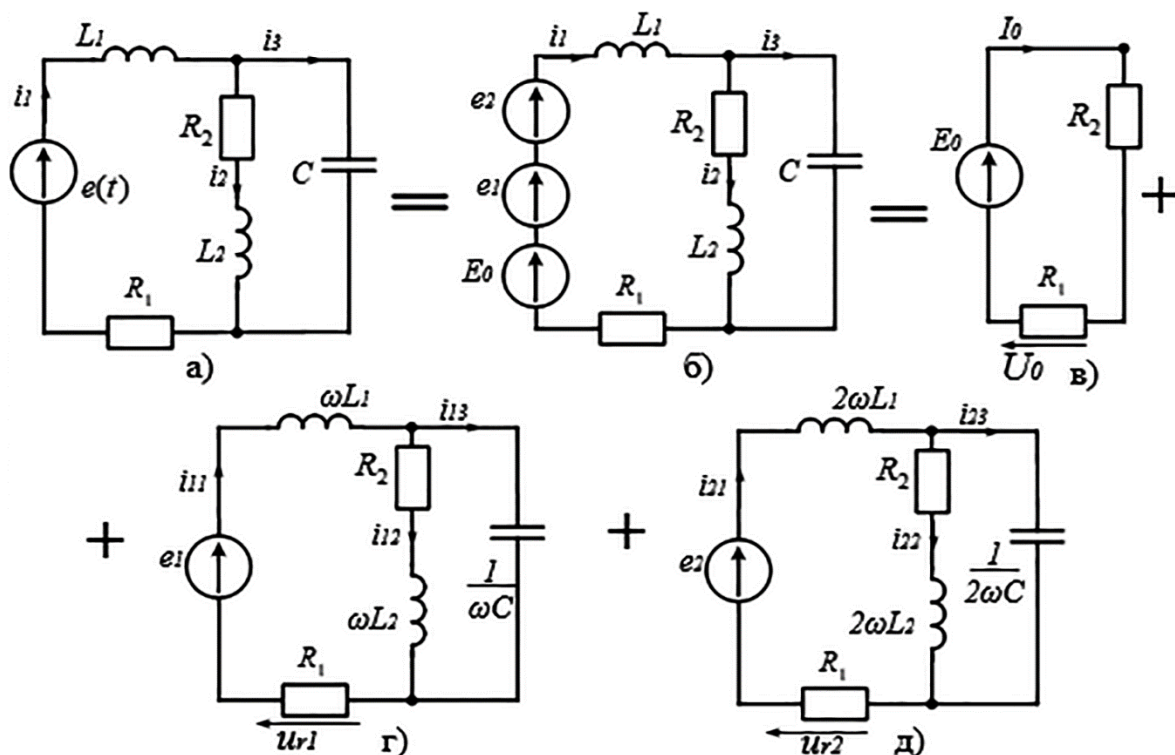


Рисунок 1.16 – Эквивалентные схемы для расчета

При неизменных параметрах цепи, применяя метод наложения, можно вычислить токи и напряжения на отдельных участках цепи от независимого действия каждой из ЭДС в соответствии со схемами рисунков 1.16, в, г, д.

Далее для определения мгновенных значений токов и напряжений нужно алгебраически суммировать найденные при расчетах цепей рисунков 1.16, в, г, д постоянные гармонические составляющие тока ($i = I_0 + i_1 + i_2$) и напряжения ($u_r = U_{0r} + u_{1r} + u_{2r}$).

Таким образом, расчет линейной цепи с несинусоидальной ЭДС сводится к решению нескольких задач: определению постоянной составляющей и ряда синусоидальных составляющих тока, число которых равно числу синусоидальных составляющих ЭДС.

Решая такие задачи по определению гармонических составляющих, необходимо иметь в виду, что сопротивления индуктивных (1.56) и емкостных элементов (1.57) зависят от порядкового номера гармоники:

$$X_{kL} = k \cdot \omega \cdot L, \quad (1.56)$$

$$X_{kC} = \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C} \quad (1.57)$$

Поэтому для каждой гармонической составляющей нужно определять сопротивление цепи.

Графики зависимости сопротивлений индуктивного и емкостного элементов от частоты, то есть их частотные характеристики, приведены на рисунке 1.17. Наличие в электрической цепи индуктивных элементов приводит к резкому уменьшению амплитуд высших гармоник, а наличие емкостных элементов, наоборот, к увеличению амплитуд высших гармоник, что особенно ярко проявляется в резонансных режимах.

Изменение активного сопротивления с ростом частоты можно не учитывать и считать, что при всех частотах активное сопротивление равно сопротивлению при постоянном токе.

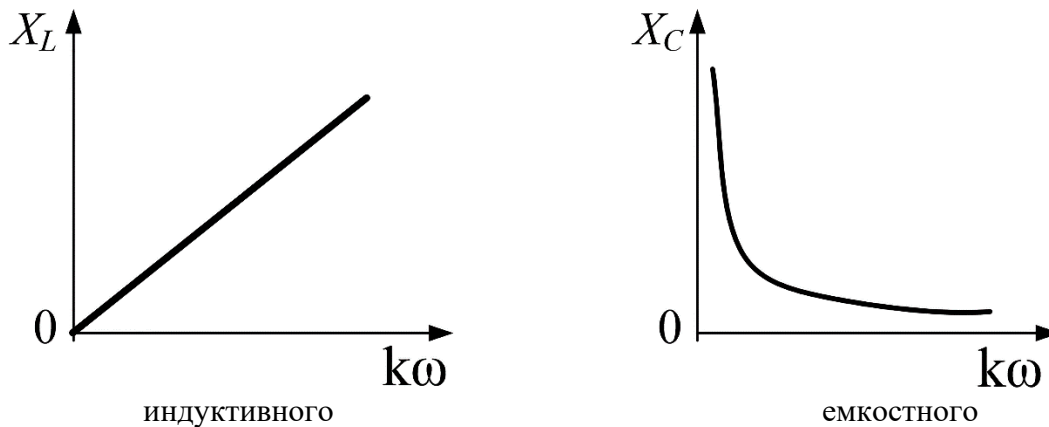


Рисунок 1.17 – Графики зависимости сопротивлений элементов от частоты

При расчете токов от постоянной составляющей ЭДС (нулевой гармоники) необходимо иметь в виду, что индуктивность при постоянном токе имеет сопротивление, равное нулю, а емкость – сопротивление, равное бесконечности (разрыв цепи).

Расчет гармонических составляющих токов и напряжений следует производить с помощью комплексных чисел.

2 РАСЧЕТ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА (ПРИМЕР РАСЧЕТА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ)

2.1 Расчет электрических цепей несинусоидального периодического тока

В задании необходимо выполнить следующие расчеты:

1. Представить ЭДС источника (входное напряжение), заданную графически (рис. 2.1), тригонометрическим рядом Фурье (табл. 2.1), ограничив число членов ряда постоянной составляющей тремя первыми значимыми гармоническими составляющими. Построить дискретный частотный спектр.

2. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 2.2) для каждой гармоники приложенного напряжения. Подтвердить правильность решения балансом мощностей.

3. Используя метод наложения, записать мгновенные значения токов ветвей схемы в виде ряда Фурье.

4. Найти действующие значения всех токов и входного напряжения по рассчитанным гармоникам.

5. Оценить влияние отброшенных гармоник на величину действующего входного напряжения.

6. Найти активную, реактивную и полную мощности, потребляемые цепью, и сравнить их с мощностью, отдаваемой источником питания. Рассчитать мощность искажения и коэффициент мощности.

7. На одном графике построить заданную кривую несинусоидальной ЭДС и кривую, полученную в результате сложения гармонических составляющих ограниченного ряда.

Все расчеты и графические построения можно выполнить с помощью прикладных программ, таких как MathCad или Matlab. Если расчеты будут вестись в программах, обязательно нужно внести их в приложение.

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

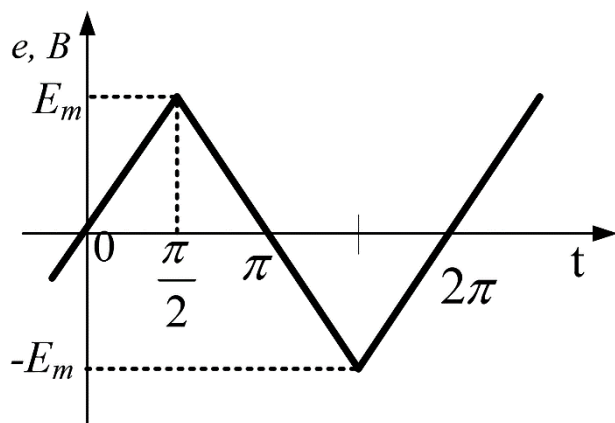


Рисунок 2.1 – Входное напряжение

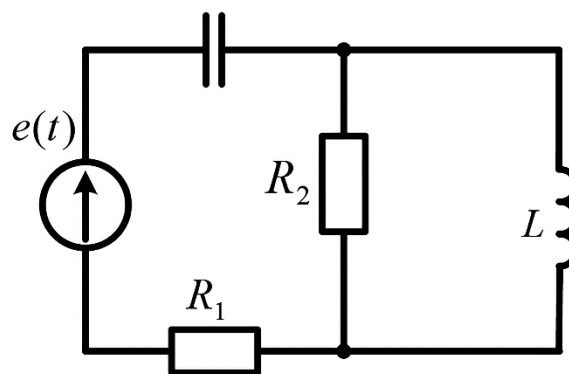


Рисунок 2.2 – Электрическая схема

Таблица 2.1 – Исходные данные

Вариант	График	Схема	$E_m, \text{В}$	$T \cdot 10^{-2}, \text{с}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$L, \text{мГн}$	$C, \text{мкФ}$
15	рис. 2.1	рис. 2.2	380	0,4	10	10	40	70
<i>Разложение функции в ряд Фурье</i>								
$e(\omega t) \approx \frac{8 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot \left(\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \dots \right)$								

2.2 Представление входного напряжения, заданного графически, тригонометрическим рядом Фурье

Заданная кривая (рис. 2.1) симметрична относительно оси ординат. Поэтому ряд этой функции не должен содержать постоянную (нулевую) составляющую и в нем должны присутствовать только нечетные синусы, то есть он должен иметь вид:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cdot \sin k\omega t$$

Для упрощения написания тригонометрического ряда необходимо использовать исходные данные (табл. 2.1). Поэтому необходимо из соответствующей таблицы выписать общий вид разложения функции в ряд Фурье. Затем подставить в это выражение амплитудное значение ЭДС:

$$e(\omega t) \approx \frac{8 \cdot 380}{3,14^2} \cdot (\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \dots)$$

Так как ЭДС (оно же входное напряжение), действующее на заданную электрическую цепь (рис.2.2), окончательный вид тригонометрического ряда Фурье будет следующим:

$$u(t) = 308 \cdot \sin \omega t - 34 \cdot \sin 3\omega t + 12,35 \cdot \sin 5\omega t$$

Для данного ряда строится только амплитудно-частотный спектр (так как в уравнении отсутствуют начальные фазы, значит спектра фаз нет) (рис. 2.3).

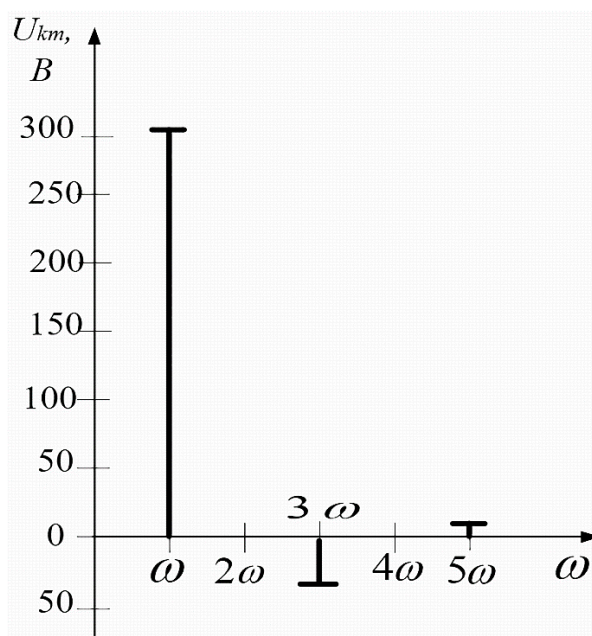


Рисунок 2.3 – Амплитудно-частотный спектр входного напряжения

Может быть так, что ряд Фурье содержит только косинусоиды:

$$u(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cdot \cos k\omega t$$

Например, ряд Фурье имеет вид, где $E_m = 120$ В:

$$e(\omega t) \approx \frac{E_m}{4} + \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot (\cos \omega t + \frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{9} \cos 3\omega t + \frac{1}{25} \cos 5\omega t + \dots)$$

Так как ряд Фурье содержит только косинусоиды, его нужно преобразовать, сделав замену, то есть заменить косинусы на синусы.

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

Первая гармоника:

$$\cos \omega t = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Вторая гармоника:

$$\cos 2\omega t = \sin \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Третья гармоника:

$$\cos 3\omega t = \sin \left(3\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Пятая гармоника:

$$\cos 5\omega t = \sin \left(5\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

После замены ряд Фурье будет иметь вид:

$$e(\omega t) = \frac{E_m}{4} + \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \\ + \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot \frac{1}{9} \cdot \sin \left(3\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot \frac{1}{25} \cdot \sin \left(5\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \dots$$

Далее вычисляются амплитуды гармоник.

Нулевая гармоника:

$$\frac{E_m}{4} = \frac{120}{4} = 30 \text{ В}$$

Все остальные гармоники содержат только косинусы, поэтому коэффициент при синусе равен нулю $B_{km} = 0$; значит $A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2} = \sqrt{C_{km}^2}$.

При $k = 1$:

$$A_{1m} = \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} = \frac{4 \cdot 120}{3,14^2} = 48,68 \text{ В}$$

При $k = 2$:

$$A_{2m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot 120}{3,14^2} = 24,34 \text{ В}$$

При $k = 3$:

$$A_{3m} = \frac{1}{9} \cdot \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{4 \cdot 120}{3,14^2} = 5,41 \text{ В}$$

При $k = 5$:

$$A_{3m} = \frac{1}{25} \cdot \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} = \frac{1}{25} \cdot \frac{4 \cdot 120}{3,14^2} = 1,95 \text{ В}$$

Определяются фазы гармоник Ψ_k :

При $k = 1$:

$$\Psi_1 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

При $k = 2$:

$$\Psi_2 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

При $k = 3$:

$$\Psi_3 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

При $k = 5$:

$$\Psi_5 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

Все расчеты амплитуд и начальных фаз гармоник сводятся в таблицу 2.2.

Таблица 2.2 – Данные для записи ряда Фурье

k_ω	0	1	2	3	5
$A_{km}, \text{В}$	30,00	48,68	24,34	5,41	1,95
Ψ_k	0	90°	90°	90°	90°

Так как ЭДС (оно же входное напряжение), действующее на электрическую цепь, получим следующий окончательный вид тригонометрического ряда Фурье:

$$u(t) = 30 + 48,68 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + 24,34 \cdot \sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \\ + 5,4 \cdot \sin\left(3\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + 1,95 \cdot \sin\left(5\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Для данного ряда Фурье (табл. 2.2) строятся амплитудно-частотный и фазо-частотный спектр. Они представлены на рисунке 2.4.

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

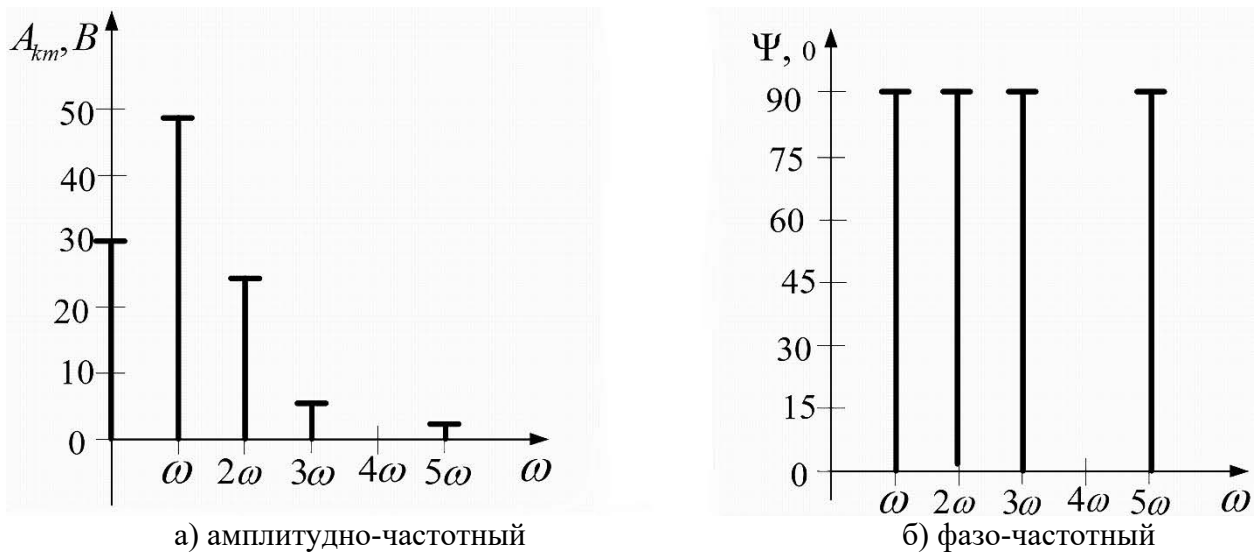


Рисунок 2.4 – Спектр входного напряжения

2.3 Определение токов в ветвях электрической цепи

Так как расчет несинусоидальных цепей ведется методом наложения, то есть схема рассчитывается столько раз, сколько гармоник влияет на нее, то перед расчетом необходимо эти схемы изобразить (рис. 2.5).

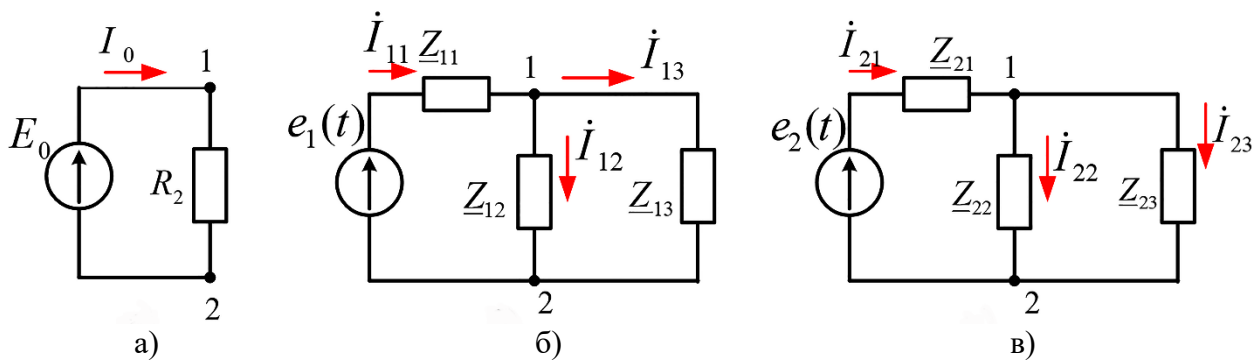


Рисунок 2.5 – Преобразования исходной цепи переменного несинусоидального тока

Достаточно рассчитать первые гармоники (первую и третью). Затем сделать проверку влияния остальных гармоник на действительные токи и напряжения. Если влияние на ток и напряжение будет большое, то нужно будет возобновить расчеты следующих гармоник (рис. 2.5).

В данном ряде Фурье содержатся первая, третья и пятая гармоники:

$$u(t) = 308 \cdot \sin \omega t - 34 \cdot \sin 3\omega t + 12,35 \cdot \sin 5\omega t$$

Для расчета достаточно проверить влияние первой и третьей гармоники. Поэтому преобразование исходной несинусоидальной схемы (рис. 2.2) будет содержать две различные схемы (рис. 2.5, б, в).

Примечание. При этом, если ряд Фурье содержит нулевую гармонику, то в схемах преобразований ее тоже нужно изображать (рис. 2.5, а). Если разложенный ряд Фурье содержит постоянную составляющую, расчет токов начинается с определения тока постоянной составляющей. При расчете тока постоянной гармоники учитываются только активные сопротивления, а также их вид соединения (рис. 2.5, а). Идеальный емкостный элемент – разрыв цепи; идеальный индуктивный элемент – короткозамкнутая перемычка. Ток постоянной составляющей определяется по закону Ома:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_2}$$

В задании нет нулевой гармоники, значит расчет ее не производится.

Расчет токов первой гармоники. Токи основной (первой) гармоники определяются с учетом напряжения первой гармоники, выписанного из ряда Фурье: $u_1(t) = 308 \cdot \sin \omega t$.

В комплексной форме напряжение первой гармоники имеет вид:

$$\dot{U}_1 = \frac{308}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = 217,8 \cdot e^{j0^\circ} = 217,8 \text{ В}$$

Сопротивления ветвей записываются исходя из условий задачи, приведенных в таблице 2.1:

1) первая ветвь (рис. 2.2 и рис. 2.5, б):

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} &= R_1 - jX_C = R_1 - j \frac{1}{\omega \cdot C} = R_1 - j \frac{1}{\frac{2\pi}{T} \cdot C}; \underline{Z}_{11} = 10 - j \frac{1 \cdot 10^6}{\frac{2 \cdot 3,14}{0,4 \cdot 10^{-2}} \cdot 70} = \\ &= 10 - j9,1 = \sqrt{10^2 + (-9,1)^2} \cdot e^{-j \arctg \frac{9,1}{10}} = 13,52 \cdot e^{-j42^\circ} \text{ Ом} \end{aligned}$$

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

2) вторая ветвь (рис. 2.2 и рис. 2.5, б):

$$\underline{Z}_{12} = R_2 = 10 = 10 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом}$$

3) третья ветвь (рис. 2.2 и рис. 2.4, б):

$$\underline{Z}_{13} = jX_L = j\omega \cdot L = j \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot L;$$

$$\underline{Z}_{13} = j \frac{2 \cdot 3,14}{0,4 \cdot 10^{-2}} \cdot 40 \cdot 10^{-3} = j10 = 10 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}$$

Общее сопротивление цепи для токов первой гармоники (рис. 2.4, б):

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1\text{ВХ}} &= \underline{Z}_{11} + \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{13}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13}}; \underline{Z}_{1\text{ВХ}} = 10 - j9,1 + \frac{10e^{j0^\circ} \cdot 62,8 \cdot e^{j90^\circ}}{10 + j62,8} = \\ &= 10 - j9,1 + \frac{628 \cdot e^{j90^\circ}}{63,6 \cdot e^{j81^\circ}} = 10 - j9,1 + 9,87 \cdot e^{j9^\circ} = \\ &= 10 - j9,1 + 9,75 + j1,54 = 19,75 - j7,56 = 21,15 \cdot e^{-j21^\circ} \text{ Ом} \end{aligned}$$

По закону Ома находится ток в первой ветви. Этот ток равен току всей цепи (входному току) при воздействии первой гармоники:

$$\underline{i}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{1\text{ВХ}}}; \underline{i}_{11} = \frac{217,8 \cdot e^{j0^\circ}}{21,15 \cdot e^{-j21^\circ}} = 10,3 \cdot e^{j21^\circ} = (9,62 + j3,96) \text{ А}$$

Мгновенное значение тока первой ветви первой гармоники:

$$i_{11}(t) = 10,3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 21^\circ) = 14,56 \cdot \sin(\omega t + 21^\circ) \text{ А}$$

Ток во второй ветви определяется по второму закону Кирхгофа для контура «1231» (рис. 2.5, б):

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{i}_{11} \cdot \underline{Z}_{11} + \underline{i}_{12} \cdot \underline{Z}_{12} \\ \underline{i}_{12} &= \frac{\underline{U}_1 - \underline{i}_{11} \cdot \underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{12}}; \underline{i}_{12} = \frac{217,8 \cdot e^{j0^\circ} - 10,3 \cdot e^{j21^\circ} \cdot 13,52 \cdot e^{-j42^\circ}}{10e^{j0^\circ}} = \\ &= \frac{217,8 \cdot e^{j0^\circ} - 139,27 \cdot e^{j-21^\circ}}{10e^{j0^\circ}} = \frac{87,78 + j49,9}{10e^{j0^\circ}} = \frac{101 \cdot e^{j30^\circ}}{10e^{j0^\circ}} = \\ &= 10,1 \cdot e^{j30^\circ} = (8,75 + j5,05) \text{ А} \end{aligned}$$

Мгновенные значения тока второй ветви первой гармоники:

$$i_{12}(t) = 10,1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) = 14,28 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ А}$$

Значение тока в третьей ветви определяется по первому закону Кирхгофа. Для узла «2» (рис. 2.5, б) уравнение будет иметь вид:

$$\dot{I}_{11} - \dot{I}_{12} - \dot{I}_{13} = 0; \dot{I}_{13} = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12};$$

$$\dot{I}_{13} = 9,62 + j3,96 - 8,75 - j5,05 = 0,87 - j1,36 = 1,615 \cdot e^{-j57^\circ}$$

Мгновенные значения тока третьей ветви первой гармоники:

$$i_{13}(t) = 1,615 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 57^\circ) = 2,28 \cdot \sin(\omega t - 57^\circ) \text{ А}$$

Проверка правильности решения производится по первому закону Кирхгофа. Уравнение для узла «1» (рис. 2.5, б) записывается:

$$\dot{I}_{11} - \dot{I}_{12} - \dot{I}_{13} = 0$$

$$9,62 + j3,96 - (8,75 + j5,05) - (0,87 - j1,36) = 0$$

Расчет верен.

При воздействии первой гармоники рассчитывается активная, реактивная и полная мощность. Баланс мощностей имеет вид $\underline{S}_{\text{ист}} = \underline{S}_{\text{потр}}$.

Полная мощность источника при воздействии первой гармоники:

$$\underline{S}_{\text{ист1}} = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_{11}$$

При этом \dot{U}_{m1} – комплексное значение входного напряжения первой гармоники; \dot{I}_{m11} – сопряженное комплексное значение входного тока при воздействии первой гармоники. Тогда получим:

$$\underline{S}_{\text{ист1}} = 217,8 \cdot e^{j0^\circ} \cdot 10,3 \cdot e^{-j21^\circ} = 2238,19 \cdot e^{-j21^\circ} = (2093 - j803,9) \text{ В} \cdot \text{А}$$

Активная мощность потребителя при воздействии первой гармоники:

$$P_{\text{потр1}} = R_2 \cdot I_{11}^2 + R_2 \cdot I_{12}^2;$$

$$P_{\text{потр1}} = 10 \cdot 1,3^2 + 10 \cdot 10,1^2 = 1060,9 + 1020,1 = 2081 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность потребителя:

$$Q_{\text{потр1}} = X_L \cdot I_{13}^2 - X_C \cdot I_{11}^2;$$

$$Q_{\text{потр1}} = 62,8 \cdot 1,615^2 - 9,1 \cdot 10,3^2 = 163,79 - 965,42 = 801,63 \text{ Вар}$$

Баланс мощностей подтвердил правильность решения:

$$(2093 - j803,9) \text{ В} \cdot \text{А} \approx (2081 - j801,63) \text{ В} \cdot \text{А}$$

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

Расчет токов третьей гармоники. Токи третьей гармоники определяются с учетом напряжения второй гармоники:

$$u_3(t) = -34 \cdot \sin 3\omega t, \text{ В}$$

В комплексной форме напряжение третьей гармоники имеет вид:

$$\dot{U}_3 = \frac{-34}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = 24 \cdot e^{j180^\circ} \text{ В}$$

Сопротивления ветвей под воздействием третьей гармоники:

1) первая ветвь (рис. 2.2 и рис. 2.5, в):

$$\underline{Z}_{31} = R_1 - \frac{jX_C}{3}; \underline{Z}_{31} = 10 - \frac{j9,1}{3} = 10 - j3,03 = 10,45 \cdot e^{-j17^\circ} \text{ Ом}$$

2) вторая ветвь (рис. 2.2 и рис. 2.5, в):

$$\underline{Z}_{32} = R_2 = 10 = 10 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом}$$

3) третья ветвь (рис. 2.2 и рис. 2.5, в):

$$\underline{Z}_{33} = 3 \cdot jX_L; \underline{Z}_{33} = 3 \cdot j62,8 = 188,4 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}$$

Общее сопротивление цепи для токов третьей гармоники (рис. 2.5, в):

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{3\text{ВХ}} &= \underline{Z}_{31} + \frac{\underline{Z}_{32} \cdot \underline{Z}_{33}}{\underline{Z}_{32} + \underline{Z}_{33}}; \underline{Z}_{3\text{ВХ}} = 10 - j3,03 + \frac{10 \cdot e^{j0^\circ} \cdot 188,4 \cdot e^{j90^\circ}}{10 + j188,4} = \\ &= 10 - j3,03 + \frac{1884 \cdot e^{j90^\circ}}{188,66 \cdot e^{j87^\circ}} = 10 - j3,03 + 9,99 \cdot e^{j3^\circ} = \\ &= 10 - j3,03 + 9,98 - j0,52 = 19,98 - j2,51 = 20,14 \cdot e^{-j7^\circ} \text{ Ом} \end{aligned}$$

По закону Ома находится ток в первой ветви. Он равен току всей цепи (входному току) при воздействии третьей гармоники:

$$\dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_{3\text{ВХ}}}; \dot{I}_{31} = \frac{24 \cdot e^{j180^\circ}}{20,14 \cdot e^{-j7^\circ}} = 1,19 \cdot e^{j187^\circ} = (-1,181 - j0,145) \text{ А}$$

Мгновенное значение тока первой ветви третьей гармоники:

$$i_{31}(t) = 1,19 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t + 187^\circ) = 1,68 \cdot \sin(3\omega t + 187^\circ) \text{ А}$$

Ток во второй ветви третьей гармоники определяется по второму закону Кирхгофа для контура «1231» (рис. 2.5, в):

$$\begin{aligned} \dot{U}_3 &= \dot{I}_{31} \cdot \underline{Z}_{31} + \dot{I}_{32} \cdot \underline{Z}_{32}; \dot{I}_{32} = \frac{\dot{U}_3 - \dot{I}_{31} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{32}} \\ \dot{I}_{32} &= \frac{24 \cdot e^{j180^\circ} - 1,19 \cdot e^{j187^\circ} \cdot 10,45 \cdot e^{-j17^\circ}}{10 \cdot e^{j0^\circ}} = \frac{-11,75 - j2,16}{10 \cdot e^{j0^\circ}} = \\ &= \frac{11,94 \cdot e^{-j170^\circ}}{10 \cdot e^{j0^\circ}} = 1,194 \cdot e^{-j170^\circ} = (-1,176 - j0,207) \text{ А} \end{aligned}$$

Мгновенные значения тока второй ветви третьей гармоники:

$$i_{32}(t) = 1,194 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 170^\circ) = 1,69 \cdot \sin(\omega t - 170^\circ) \text{ А}$$

Значение тока в третьей ветви определяется по первому закону Кирхгофа. Для узла «2» (рис. 2.5, в) уравнение будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{31} - \dot{I}_{32} - \dot{I}_{33} &= 0; \dot{I}_{33} = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{32}; \\ \dot{I}_{33} &= -1,181 - j0,145 + 1,176 + j0,207 = -0,005 + j0,062 = 0,0622 \cdot e^{j95^\circ} \end{aligned}$$

Мгновенные значения тока третьей ветви третьей гармоники:

$$i_{33}(t) = 0,0622 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 95^\circ) = 0,088 \cdot \sin(\omega t + 95^\circ) \text{ А}$$

Проверка правильности решения производится по первому закону Кирхгофа. Уравнение для узла «1» (рис. 2.5, в) записывается:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12} - \dot{I}_{13} &= 0 \\ -1,181 - j0,145 - (-1,176 - j0,207) - (-0,005 + j0,062) &= 0 \end{aligned}$$

Расчет верен.

При воздействии третьей гармоники рассчитывается активная, реактивная и полная мощность.

Полная мощность источника при воздействии третьей гармоники:

$$\underline{S}_{\text{ист}3} = \dot{U}_3 \cdot \dot{I}_{31}$$

При этом \dot{U}_3 – комплексное значение входного напряжения третьей гармоники; \dot{I}_{31} – сопряженное комплексное значение входного тока при воздействии третьей гармоники. Тогда получим:

$$\underline{S}_{\text{ист}3} = 24 \cdot e^{-j180^\circ} \cdot 1,19 \cdot e^{-j187^\circ} = 28,56 \cdot e^{-j7^\circ} = (28,34 - j3,48) \text{ В} \cdot \text{А}$$

Активная мощность источника: $P_{\text{ист}3} = 28,34 \text{ Вт}$.

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

Реактивная мощность источника: $Q_{\text{ист}3} = -3,48$ Вар.

Цепь при воздействии третьей гармоники будет иметь активно-емкостный вид нагрузки, так как перед реактивной мощностью стоит знак минус.

Активная мощность потребителя рассчитывается только для активных элементов цепи (резисторов):

$$P_{\text{потр}3} = R_1 \cdot I_{31}^2 + R_2 \cdot I_{32}^2;$$

$$P_{\text{потр}3} = 10 \cdot 1,19^2 + 10 \cdot 1,194^2 = 14,16 + 14,25 = 28,41 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность потребителя:

$$Q_{\text{потр}3} = X_L \cdot I_{33}^2 - X_C \cdot I_{31}^2;$$

$$Q_{\text{потр}3} = 188,4 \cdot 0,062^2 - 3,03 \cdot 1,19^2 = 0,72 - 4,29 = -3,57 \text{ Вар}$$

Баланс мощностей подтвердил правильность решения:

$$(28,34 - j3,48) \text{ В} \cdot \text{А} = (28,41 - j3,57) \text{ В} \cdot \text{А}$$

Расчет токов пятой гармоники. Токи пятой гармоники определяются с учетом напряжения пятой гармоники:

$$u_5(t) = 12,35 \cdot \sin \omega t \text{ В}$$

В комплексной форме напряжение пятой гармоники имеет вид:

$$\dot{U}_5 = \frac{12,35}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = 8,732 \cdot e^{j0^\circ} \text{ В}$$

Сопротивления ветвей записываются исходя из условий задачи, приведенных в таблице 2.1:

1) первая ветвь (рис. 2.2):

$$\underline{Z}_{51} = R_1 - \frac{jX_C}{5}; \underline{Z}_{51} = 10 - \frac{j9,1}{5} = 10 - j1,82 = 10,16 \cdot e^{-j10,31^\circ} \text{ Ом}$$

2) вторая ветвь (рис. 2.2):

$$\underline{Z}_{52} = R_2 = 10 = 10 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом}$$

3) третья ветвь (рис. 2.2):

$$\underline{Z}_{53} = 5 \cdot jX_L; \underline{Z}_{53} = 5 \cdot j62,8 = 314 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}$$

Общее сопротивление цепи для токов пятой гармоники:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{5\text{ВХ}} &= \underline{Z}_{51} + \frac{\underline{Z}_{52} \cdot \underline{Z}_{53}}{\underline{Z}_{52} + \underline{Z}_{53}}; \underline{Z}_{5\text{ВХ}} = 10,16 \cdot e^{-j10,31^\circ} + \frac{10 \cdot e^{j0^\circ} \cdot 314 \cdot e^{j90^\circ}}{10 + j314} = \\ &= 10,16 \cdot e^{-j10,31^\circ} + \frac{3140 \cdot e^{j90^\circ}}{314,159 \cdot e^{j88,17^\circ}} = 10,16 \cdot e^{-j10,31^\circ} + 9,995 \cdot e^{j1,83^\circ} = \\ &= 10 - j1,82 + 9,9899 + j0,319 = 19,9899 - j1,501 = 20,046 \cdot e^{-j4,29^\circ} \text{ Ом} \end{aligned}$$

По закону Ома находится ток в первой ветви. Он равен току всей цепи (входному току) при воздействии пятой гармоники:

$$\dot{I}_{51} = \frac{\dot{U}_5}{\underline{Z}_{5\text{ВХ}}} = \frac{8,732 \cdot e^{j0^\circ}}{20,046 \cdot e^{-j4,29^\circ}} = 0,435 \cdot e^{j4,29^\circ} = (0,434 + j0,032) \text{ А}$$

Мгновенное значение тока первой ветви пятой гармоники:

$$i_{51}(t) = 0,435 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 4,29^\circ) = 0,615 \cdot \sin(\omega t + 4,29^\circ) \text{ А}$$

Ток во второй ветви определяется по второму закону Кирхгофа для контура «1231»:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{52} &= \frac{\dot{U}_5 - \dot{I}_{51} \cdot \underline{Z}_{51}}{\underline{Z}_{52}}; \dot{I}_{52} = \frac{8,732 \cdot e^{j0^\circ} - 0,435 \cdot e^{j4,29^\circ} \cdot 10,16 \cdot e^{-j10,31^\circ}}{10 \cdot e^{j0^\circ}} = \\ &= \frac{4,395 + j0,463}{10 \cdot e^{j0^\circ}} = \frac{4,419 \cdot e^{j6,01^\circ}}{10 \cdot e^{j0^\circ}} = 0,4419 \cdot e^{j6,01^\circ} = (0,439 + j0,046) \text{ А} \end{aligned}$$

Мгновенные значения тока второй ветви пятой гармоники:

$$i_{52}(t) = 0,4419 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 6,01^\circ) = 0,625 \cdot \sin(\omega t + 6,01^\circ) \text{ А}$$

Значение тока в третьей ветви определяется по первому закону Кирхгофа. Для узла «2» уравнение будет иметь вид:

$$\dot{I}_{51} - \dot{I}_{52} - \dot{I}_{53} = 0; \dot{I}_{53} = \dot{I}_{51} - \dot{I}_{52};$$

$$\dot{I}_{53} = 0,434 + j0,032 - 0,439 - j0,046 = -0,005 - j0,014 = 0,0148 \cdot e^{j119,7^\circ}$$

Мгновенные значения тока третьей ветви пятой гармоники:

$$i_{53}(t) = 0,0148 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 250,3^\circ) = 0,021 \cdot \sin(\omega t + 250,3^\circ) \text{ А}$$

При воздействии пятой гармоники рассчитывается активная, реактивная и полная мощность.

$$\text{Баланс мощностей имеет вид: } \underline{S}_{\text{ист}} = \underline{S}_{\text{потр}}.$$

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

Полная мощность источника при воздействии пятой гармоники:

$$\underline{S}_{\text{ист5}} = \frac{\dot{U}_{m5}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\dot{I}_{m51}}{\sqrt{2}}; \underline{S}_{\text{ист5}} = \frac{12,35 \cdot e^{j0^\circ} \cdot 0,615 \cdot e^{-j4,29^\circ}}{2} =$$
$$= 3,797 \cdot e^{-j4,29^\circ} = (3,787 - j0,284) \text{ В} \cdot \text{А}$$

Активная мощность потребителя:

$$P_{\text{потр5}} = R_1 \cdot \left(\frac{I_{m51}}{\sqrt{2}}\right)^2 + R_2 \cdot \left(\frac{I_{m52}}{\sqrt{2}}\right)^2;$$
$$P_{\text{потр5}} = 10 \cdot \frac{0,615^2}{2} + 10 \cdot \frac{0,625^2}{2} = 3,844 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность потребителя:

$$Q_{\text{потр5}} = 5 \cdot X_L \cdot \left(\frac{I_{m53}}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{X_C}{5} \cdot \left(\frac{I_{m51}}{\sqrt{2}}\right)^2;$$
$$Q_{\text{потр5}} = 314 \cdot \frac{0,021^2}{2} - 1,82 \cdot \frac{0,615^2}{2} = -0,275 \text{ Вар}$$

Баланс мощностей подтвердил правильность решения:

$$(3,787 - j0,284) \text{ В} \cdot \text{А} \approx (3,844 - 0,275) \text{ В} \cdot \text{А}$$

2.4 Мгновенные значения токов ветвей схемы

Чтобы записать мгновенные значения токов ветвей схемы в виде ряда Фурье необходимо использовать метод наложения. Для этого нужно вписать ранее рассчитанные значения токов под влиянием нулевой, первой и второй гармоник.

Мгновенное значение тока первой гармоники:

$$i_1(t) = i_{11}(t) + i_{12}(t) + i_{13}(t);$$
$$i_1(t) = 14,56 \cdot \sin(\omega t + 21^\circ) + 14,28 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) + 2,28 \cdot \sin(\omega t - 57^\circ) \text{ А}$$

Мгновенное значение тока третьей гармоники:

$$i_3(t) = i_{31}(t) + i_{32}(t) + i_{33}(t);$$
$$i_3(t) = 1,68 \cdot \sin(\omega t + 187^\circ) + 1,69 \cdot \sin(\omega t - 170^\circ) + 0,088 \cdot \sin(\omega t + 95^\circ) \text{ А}$$

Мгновенное значение тока пятой гармоники:

$$i_5(t) = i_{51}(t) + i_{52}(t) + i_{53}(t);$$

$$i_5(t) = 0,615 \cdot \sin(\omega t + 4,29^\circ) + 0,625 \cdot \sin(\omega t + 6,01^\circ) + 0,021 \cdot \sin(\omega t + 250,3^\circ) \text{ А}$$

2.5 Действующие значения всех токов и входного напряжения

Для рассчитанных ранее гармоник необходимо рассчитать действующие значения всех токов и входного напряжения.

Ток первой ветви:

$$I_1 \approx \sqrt{I_{11}^2 + I_{31}^2 + I_{51}^2}; I_1 \approx \sqrt{10,3^2 + 1,19^2 + 0,435^2} = 10,377 \text{ А}$$

Ток второй ветви:

$$I_2 \approx \sqrt{I_{12}^2 + I_{32}^2 + I_{52}^2}; I_2 \approx \sqrt{10,1^2 + 1,194^2 + 0,442^2} = 10,18 \text{ А}$$

Ток третьей ветви:

$$I_3 \approx \sqrt{I_{13}^2 + I_{33}^2 + I_{53}^2}; I_3 \approx \sqrt{1,615^2 + 0,0622^2 + 0,0148^2} = 1,616 \text{ А}$$

Приближенное действующее значение входного напряжения (ЭДС):

$$U \approx \sqrt{U_1^2 + U_3^2}; U \approx \sqrt{217,8^2 + 24^2} = 219,1 \text{ В}$$

2.6 Влияние отброшенных гармоник на величину действующего входного напряжения

Для того чтобы оценить влияние отброшенных гармоник на величину действующего входного напряжения необходимо определить значения оставшихся гармоник действующих напряжений. Для этого нужно использовать исходный ряд Фурье, определить комплексные значения оставшихся гармоник и

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

рассчитать приближенное действующего значения входного напряжения с учетом этих гармоник.

Комплексное напряжение пятой гармоники составит:

$$\dot{U}_5 = \frac{12,35}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = 8,732 \cdot e^{j0^\circ} \text{ В}$$

Приближенное действующее значение входного напряжения с учетом пятой, седьмой и одиннадцатой гармоник:

$$U' \approx \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{217,8^2 + 24^2 + 8,732^2} = 219,29 \text{ В}$$

Произведем сравнение рассчитанных напряжений U и U' в процентном соотношении:

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{U' - U}{U} \cdot 100\%;$$

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{219,29 - 219,1}{219,1} \cdot 100\% = \frac{0,19}{219,1} \cdot 100\% = 0,087\%$$

Последняя гармоника увеличивает действующее напряжение на 0,087 % или на 0,19 В. Значит, вклад пятой гармоники незначителен.

2.7 Определение активной, реактивной и полной мощности

Чтобы определить мощности потребителя, необходимо знать углы сдвига фаз между приложенным напряжением и входным током. Для этого нужно воспользоваться расчетами подраздела 2.3:

1) для первой гармоники: $\varphi_1 = \psi_{u1} - \psi_{i1} = 0^\circ - 21^\circ = -21^\circ$.

2) для третьей гармоники: $\varphi_3 = \psi_{u3} - \psi_{i3} = 180^\circ - 187^\circ = -7^\circ$.

3) для пятой гармоники: $\varphi_5 = \psi_{u5} - \psi_{i5} = 0^\circ - 4,29^\circ = -4,29^\circ$.

Зная углы сдвига фаз между напряжением и током, рассчитываются мощности потребителя:

1. **Активная мощность потребителя** считается с учетом нулевой, первой и второй гармоник; при этом, определяя активную мощность для первой и второй гармоник, нужно воспользоваться косинусом угла сдвига фаз между напряжением и током:

$$P = I_{11} \cdot U_1 \cdot \cos\varphi_1 + I_{31} \cdot U_3 \cdot \cos\varphi_3 + I_{51} \cdot U_5 \cdot \cos\varphi_5;$$
$$P = 217,8 \cdot 10,3 \cdot \cos(-21^\circ) + 24 \cdot 1,19 \cdot \cos(-7^\circ) + 8,732 \cdot 0,435 \cdot \cos(-4,29^\circ) = 2094,4 + 28,3 + 3,787 = 2116,49 \text{ Вт}$$

2. **Реактивная мощность потребителя** рассчитывается без учета нулевой гармоники. Значения первой и второй гармоник умножаются на синус угла сдвига фаз между напряжением и током:

$$Q = I_{11} \cdot U_1 \cdot \sin\varphi_1 + I_{31} \cdot U_3 \cdot \sin\varphi_3 + I_{51} \cdot U_5 \cdot \sin\varphi_5;$$
$$Q = 217,8 \cdot 10,3 \cdot \sin(-21^\circ) + 8,732 \cdot 0,435 \cdot \sin(-4,29^\circ) = -804 - 3,48 - 0,284 = -807,784 \text{ Вар}$$

Сравниваем значения активной и реактивной мощности с ранее найденными значениями (подраздел 2.3):

$$P = P_1 + P_3 + P_5; P = 2081 + 28,41 + 3,844 = 2113,25 \text{ Вт}$$
$$Q = Q_1 + Q_3 + Q_5; Q = -801,63 - 3,57 - 0,275 = -805,48 \text{ Вар}$$

Активная мощность потребителя: 2116,49 Вт \approx 2113,25 Вт.

Реактивная мощность потребителя: -807,784 \approx -805,48 Вар.

Расчет подтвердил правильность решения. Погрешность есть, но в пределах допустимого уровня.

Для источника определяется **полная мощность**:

$$S_{\text{ист}} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} \cdot \sqrt{I_{11}^2 + I_{31}^2 + I_{51}^2}; S_{\text{ист}} = 219,3 \cdot 10,377 = 2275 \text{ В} \cdot \text{А}$$

В цепях несинусоидального тока появляется еще один вид мощности – **мощность искажения**:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}; T = \sqrt{2275^2 - 2126,5^2 - 807,78^2} = 33,38 \text{ Вар}$$

Далее определяется **коэффициент мощности схемы**:

$$\lambda = \frac{P}{S}; \lambda = \frac{2126,5}{2275} = 0,934$$

2.8 Построение заданной кривой несинусоидальной ЭДС и кривой, полученной в результате сложения гармонических составляющих

Для построения графиков входного напряжения производятся расчеты всех гармоник приложенного напряжения за время, соответствующее одному периоду, то есть ωt в пределах от нуля до 360 градусов.

Полученные значения складываются. Это и есть результирующее входное напряжение $u(t)$. Все расчеты сводятся в таблицу 2.3.

Построение временных диаграмм (эквивалентных синусоид) выполнены в приложении Microsoft Excel и представлены на рисунке 2.6.

Все указанные расчеты, а также графические построения можно выполнить с помощью прикладной программы MathCad или любого другого математического программного обеспечения.

В данном случае в приложении к расчетно-графическому заданию необходимо представить полученные расчеты.

В настоящем учебном пособии расчеты выполнены с помощью прикладной программы MathCad.

Соответствующие результаты для рассмотренного примера, полученные с использованием программы, представлены в приложениях А, Б, В, Г.

Таблица 2.3 – Значения для построения графиков (временных диаграмм – эквивалентных синусоид)

$\omega \cdot t$, град.	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360
$u_0(t), В$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$u_1(t), В$	0	79,7	154	218	267	298	308	298	267	218	154	79,7	0	-79,7	-154	-218	-267	-298	-308	-298	-267	-218	-154	-79,7	0
$u_3(t), В$	0	-24	-34	-24	0	24	34	24	0	-24	-34	-24	0	24	34	24	0	-24	-34	-24	0	24	34	24	0
$u_5(t), В$	0	11,9	6,2	-8,7	-10,7	3,2	12,35	3,2	-10,7	-8,7	6,2	11,9	0	-11,9	-6,2	8,7	10,7	-3,2	-12,35	-3,2	10,7	8,7	-6,2	-11,9	0
$u_{\text{кв}}(t), В$	0	67,6	126	185	256	325	354	325	256	185	126	67,6	0	-67,6	-126	-185	-256	-325	-354	-325	-256	-185	-126	-67,6	0

2 Расчет цепи несинусоидального тока
(пример расчета расчетно-графического задания)

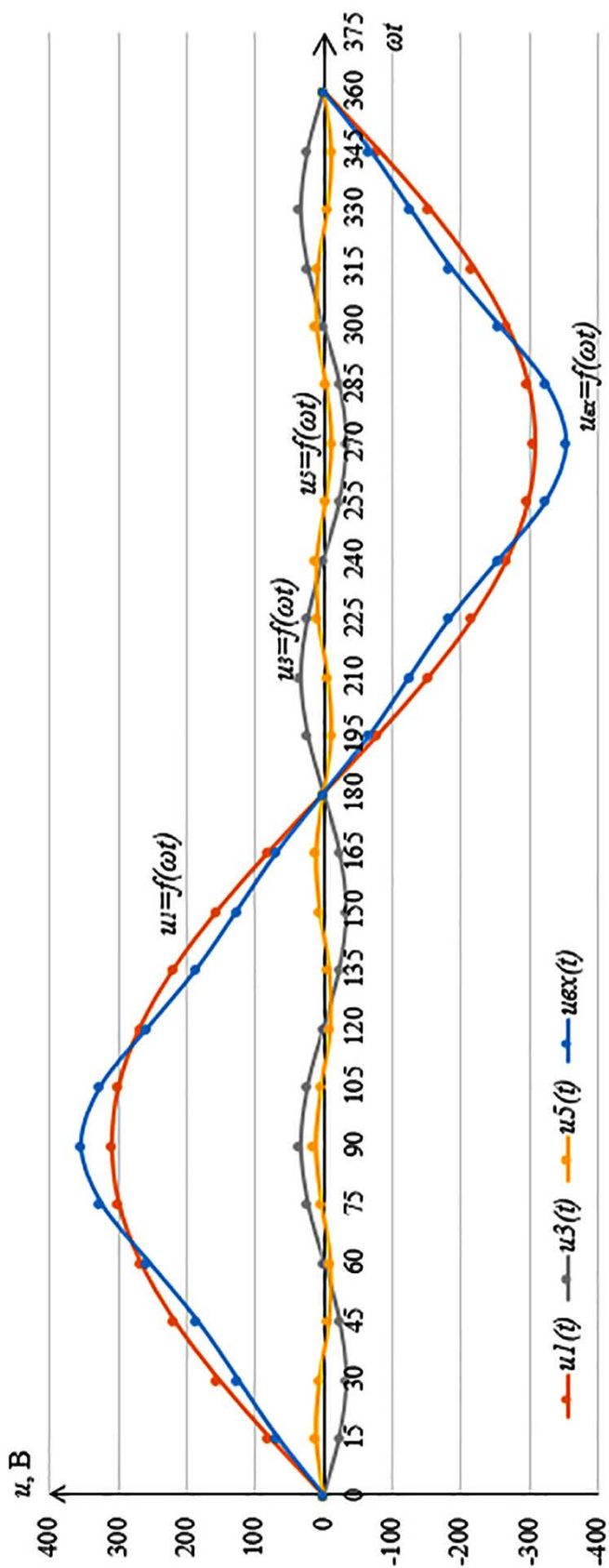


Рисунок 2.6 – Временные характеристики гармоник приложенного напряжения

3 РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

В качестве примера возьмем четырехпроводную цепь, изображенную на рисунке 3.1. Схема носит неоднородный (разный характер потребителей в фазах) и несимметричный (разное значение сопротивлений фаз) вид нагрузки.

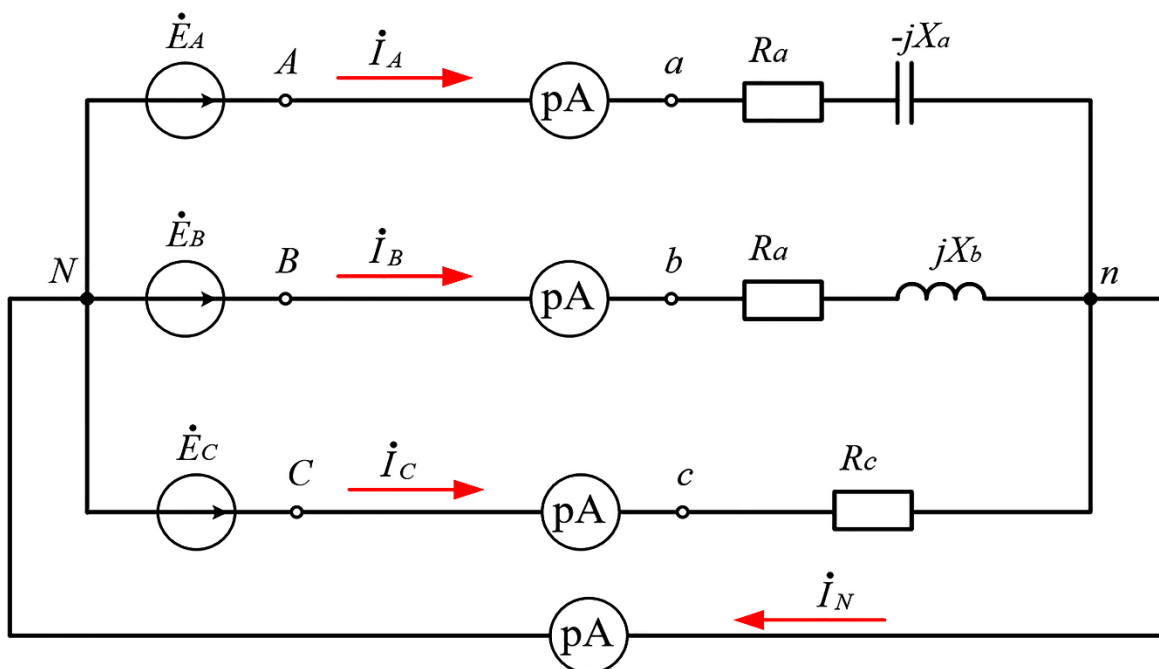


Рисунок 3.1 – Исходная расчетная схема
трехфазная четырехпроводная несинусоидальная

Численное значение составляющих комплексов сопротивлений фаз для первой гармоники равно: $R = 8 \text{ Ом}$; $X_{1C} = 36 \text{ Ом}$; $X_{1L} = 6 \text{ Ом}$; промышленная частота сети составляет 50 Гц.

Питание нагрузки осуществляется от симметричного трехфазного источника несинусоидального напряжения (исходный ряд Фурье):

$$u_A = 170 \sin \omega t + 113 \sin \left(3\omega t + \frac{\pi}{6} \right) + 70,7 \sin \left(5\omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$

Требуется: 1) определить мгновенное значение токов и показание амперметра в фазах;

2) построить гармонические составляющие тока в нейтральном проводе.

Питание нагрузки осуществляется от трехфазного источника несинусоидального напряжения, симметричного относительно оси абсцисс, что на практике встречается наиболее часто. Такие кривые не содержат постоянных составляющих и четных гармоник.

Исходная схема неоднородная и несимметричная, так как сопротивление фазы «а» носит активно-емкостный характер, фазы «b» – активно-индуктивный, фазы «с» – активный (рис. 3.1).

Сопротивления фаз нагрузки будут определяться следующим образом:

$$\text{фаза «а»: } \underline{Z}_a = R_a - jX_a;$$

$$\text{фаза «b»: } \underline{Z}_b = R_b + jX_b;$$

$$\text{фаза «с»: } \underline{Z}_c = R_c.$$

3.1 Расчет четырехпроводной цепи в соединении «звезда-звезда»

В соответствии с системой уравнений (3.1) записываем выражения мгновенных значений фазных напряжений для трех гармоник (первой, третьей и пятой) (заданы в исходных значениях – ряд Фурье).

Для первой гармоники ($k = 1$) фазных напряжений система уравнений имеет вид (3.1):

$$\left. \begin{aligned} u_{1A} &= U_{1m} \sin \omega t = 170 \sin 314t; \\ u_{1B} &= U_{1m} \sin(\omega t - 120^\circ) = 170 \sin(314t - 120^\circ); \\ u_{1C} &= U_{1m} \sin(\omega t + 120^\circ) = 170 \sin(314t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Как уже было рассмотрено, фазные напряжения первой гармоники образуют симметричную систему прямой последовательности (подраздел 1.7, рис. 1.15).

Система уравнений напряжений третьей гармоники будет иметь вид (3.2):

$$\left. \begin{aligned} u_{3A} &= U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_{3A}); \\ u_{3B} &= U_{3m} \sin(3(\omega t - 120^\circ) + \psi_{3A}) = U_{3m} \sin(3\omega t - 360^\circ + \psi_{3A}); \\ u_{3C} &= U_{3m} \sin(3(\omega t + 120^\circ) + \psi_{3A}) = U_{3m} \sin(3\omega t + 360^\circ + \psi_{3A}) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

При этом $U_{3m} = 113 \text{ В}; \psi_{3A} = 30^\circ$.

Такая последовательность фаз является нулевой (подраздел 1.7, рис. 1.15).

Для пятой гармоники напряжений имеем систему уравнений (3.3):

$$\left. \begin{aligned} u_{5A} &= U_{5m} \sin(5\omega t + \psi_{5A}); \\ u_{5B} &= U_{5m} \sin(5(\omega t - 120^\circ) + \psi_{5A}) = U_{5m} \sin(5\omega t - 240^\circ + \psi_{5A}); \\ u_{5C} &= U_{5m} \sin(5(\omega t + 120^\circ) + \psi_{5A}) = U_{5m} \sin(5\omega t + 240^\circ + \psi_{5A}). \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

При этом $U_{5m} = 70,7 \text{ В}; \psi_{5A} = -45^\circ$.

Такая симметричная система напряжений является системой обратной последовательности (подраздел 1.7, рис. 1.15).

Расчет для каждой гармонической составляющей рекомендуется выполнять в действующих комплексных значениях величин.

Комплексные напряжения фаз для первой гармоники:

$$\left. \begin{aligned} u_{1A} &= \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0}; u_{1A} = \frac{170}{\sqrt{2}} = 120 \cdot e^{j0} \text{ В}; \\ u_{1B} &= \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} e^{-j120^\circ}; u_{1B} = 120 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \\ u_{1C} &= \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} e^{j120^\circ}; u_{1C} = 120 e^{j120^\circ} \text{ В} \end{aligned} \right\}$$

Комплексные напряжения третьей гармоники:

$$\dot{U}_{3A} = \dot{U}_{3B} = \dot{U}_{3C} = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ}; \frac{113}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 80 e^{j30^\circ} \text{ В}$$

Комплексные напряжения пятой гармоники:

$$\left. \begin{aligned} u_{5A} &= \frac{U_{5m}}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ}; u_{5A} = 50 e^{-j45^\circ} \text{ В}; \\ u_{5B} &= \frac{U_{5m}}{\sqrt{2}} e^{j(-j45^\circ+120^\circ)}; u_{5B} = 50 e^{j75^\circ} \text{ В}; \\ u_{5C} &= \frac{U_{5m}}{\sqrt{2}} e^{j(-j45^\circ-120^\circ)}; u_{5C} = 50 e^{-j165^\circ} \text{ В} \end{aligned} \right\}$$

Линейные комплексные напряжения в трехфазной схеме звезда находятся по формулам (3.4):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{kAB} &= \dot{U}_{kA} - \dot{U}_{kB} \\ \dot{U}_{kBC} &= \dot{U}_{kB} - \dot{U}_{kC} \\ \dot{U}_{kCA} &= \dot{U}_{kC} - \dot{U}_{kA} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Линейные напряжения гармонических составляющих составят:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1CA} &= \dot{U}_{1C} - \dot{U}_{1A}; \dot{U}_{1CA} = 120e^{j120^\circ} - 120 = \\ &= (-60 + j104) - (120 + j0) = (-180 + j104) \text{ В}; \\ \dot{U}_{3CA} &= \dot{U}_{3C} - \dot{U}_{3A}; \dot{U}_{3CA} = 80e^{j30^\circ} - 80e^{j30^\circ} = 0 \text{ В}; \\ \dot{U}_{5CA} &= \dot{U}_{5C} - \dot{U}_{5A}; \dot{U}_{5CA} = 50e^{-j165^\circ} - 50e^{-j45^\circ} = \\ &= (-48,3 - j13) - (35,3 + j35,3) = (-83,6 + j22,4) \text{ В} \end{aligned}$$

Как видно из приведенных вычислений, в линейных напряжениях трехфазной цепи отсутствуют напряжения третьей гармоники.

Аналогично выполняются расчеты линейных напряжений \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} .

Фазные и линейные токи в схеме соединения источника и потребителя «звезда-звезда» равны между собой.

Фазные токи гармоник четырехпроводной цепи определяются фазными напряжениями источника и сопротивлениями фаз.

Сопротивления фаз вычисляются отдельно для каждой гармоники с учетом зависимости реактивных сопротивлений от частоты гармоник.

Для фазы А:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1A} &= \frac{\dot{U}_{1A}}{\underline{Z}_{1A}} = \frac{\dot{U}_{1A}}{R - jX_{1C}}; \dot{I}_{1A} = \frac{120 \cdot e^{j0^\circ}}{8 - j36} = 36,8 \cdot e^{j77,4^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_{3A} &= \frac{\dot{U}_{3A}}{\underline{Z}_{3A}} = \frac{\dot{U}_{3A}}{R - jX_C/3}; \dot{I}_{3A} = \frac{80 \cdot e^{j30^\circ}}{8 - j12} = 14,4 \cdot e^{j86^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_{5A} &= \frac{\dot{U}_{5A}}{\underline{Z}_{5A}} = \frac{\dot{U}_{5A}}{R - jX_C/5}; \dot{I}_{5A} = \frac{50 \cdot e^{-j45^\circ}}{8 - j7,2} = 4,6 \cdot e^{-j3^\circ} \text{ А} \end{aligned}$$

Для фазы В:

$$\dot{I}_{1B} = \frac{\dot{U}_{1B}}{\underline{Z}_{1B}} = \frac{\dot{U}_{1B}}{R + jX_{1L}}; \dot{I}_{1B} = \frac{120 \cdot e^{j120^\circ}}{8 + j6} = 12 \cdot e^{j83,3^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{3B} = \frac{\dot{U}_{3B}}{\underline{Z}_{3B}} = \frac{\dot{U}_{3B}}{R + 3 \cdot jX_{1L}}; \dot{I}_{3B} = \frac{80 \cdot e^{j30^\circ}}{8 + j18} = 19,6 \cdot e^{-j36^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{5B} = \frac{\dot{U}_{5B}}{\underline{Z}_{5B}} = \frac{\dot{U}_{5B}}{R + 5 \cdot jX_{1L}}; \dot{I}_{5B} = \frac{50 \cdot e^{j75^\circ}}{8 + j30} = 1,6 \cdot e^{j0^\circ} \text{ A}$$

Для фазы С:

$$\dot{I}_{1C} = \frac{\dot{U}_{1C}}{\underline{Z}_{1C}} = \frac{\dot{U}_{1C}}{R}; \dot{I}_{1C} = \frac{120 \cdot e^{j120^\circ}}{8} = 15 \cdot e^{j120^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{3C} = \frac{\dot{U}_{3C}}{\underline{Z}_{3C}} = \frac{\dot{U}_{3C}}{R}; \dot{I}_{3C} = \frac{80 \cdot e^{j30^\circ}}{8} = 10 \cdot e^{j30^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{5C} = \frac{\dot{U}_{5C}}{\underline{Z}_{5C}} = \frac{\dot{U}_{5C}}{R}; \dot{I}_{5C} = \frac{50 \cdot e^{-j165^\circ}}{8} = 6,25 \cdot e^{-j165^\circ} \text{ A}$$

Амперметры, включенные в линейные провода, измеряют действующие значения всех гармонических составляющих.

Показание амперметра в фазе «А»:

$$I_A = \sqrt{I_{1A}^2 + I_{3A}^2 + I_{5A}^2}; I_A = \sqrt{36,8^2 + 14,4^2 + 4,6^2} = 39,7 \text{ A}$$

Показание амперметра в фазе «В»:

$$I_B = \sqrt{I_{1B}^2 + I_{3B}^2 + I_{5B}^2}; I_B = \sqrt{12^2 + 19,6^2 + 1,6^2} = 23 \text{ A}$$

Показание амперметра в фазе «С»:

$$I_C = \sqrt{I_{1C}^2 + I_{3C}^2 + I_{5C}^2}; I_C = \sqrt{15^2 + 10^2 + 6,25^2} = 19 \text{ A}$$

Ток в нейтральном проводе для каждой гармоники равен сумме комплексных токов трех фаз А, В, С:

$$\dot{I}_{kN} = \dot{I}_{kA} + \dot{I}_{kB} + \dot{I}_{kC} \quad (3.5)$$

Мгновенное значение тока в нейтральном проводе равно сумме мгновенных значений гармонических составляющих:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_{1N} + \dot{I}_{3N} + \dot{I}_{5N} \quad (3.6)$$

3 Расчет трехфазной цепи несинусоидального тока

Комплексы гармонических составляющих тока в нейтральном проводе применительно к рассматриваемому примеру будут определяться для каждой гармоники отдельно.

Первая гармоника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1N} &= \dot{I}_{1A} + \dot{I}_{1B} + \dot{I}_{1C} = \\ \dot{I}_{1N} &= 36,8e^{j77,4^\circ} + 12e^{j83,3^\circ} + 15e^{j120^\circ} = -3,44 + j60,6 = 60,6e^{j93,7^\circ} \text{ А} \end{aligned}$$

Третья гармоника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{3N} &= \dot{I}_{3A} + \dot{I}_{3B} + \dot{I}_{3C} = \\ \dot{I}_{3N} &= 14,4e^{j86^\circ} + 19,6e^{-j36^\circ} + 10e^{j30^\circ} = 25,3 + j7,9 = 25,7e^{j17,3^\circ} \text{ А} \end{aligned}$$

Пятая гармоника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{5N} &= \dot{I}_{5A} + \dot{I}_{5B} + \dot{I}_{5C} = \\ \dot{I}_{5N} &= 4,6e^{j3^\circ} + 1,6 + 6,25e^{j165^\circ} = 26,5 + j1,33 = 26e^{j2,8^\circ} \text{ А} \end{aligned}$$

Для нахождения мгновенного значения суммарного тока в нейтральном проводе необходимо просуммировать гармонические составляющие в тригонометрической форме, используя выражение (3.7):

$$i_N = \sum I_{km} \sin(k\omega t + \psi) \quad (3.7)$$

Для рассматриваемого примера ток мгновенного значения в нейтральном проводе определяется с учетом гармоник.

Первая гармоника:

$$i_{1N} = 60,6\sqrt{2} \sin(314t + 93,7^\circ) = 85,4\sin(314t + 93,7^\circ) \text{ А}$$

Третья гармоника:

$$i_{3N} = 25,7\sqrt{2} \sin(942t + 17,3^\circ) = 36,2\sin(942t + 17,3^\circ) \text{ А}$$

Пятая гармоника:

$$i_{5N} = 26\sqrt{2} \sin(1570t + 2,8^\circ) = 36,6\sin(1570t + 2,8^\circ) \text{ А}$$

Ток в нейтральном проводе в функции времени равен сумме мгновенных значений гармонических составляющих:

$$i_N(t) = 85,4 \sin(314t + 93,7^\circ) + 36,2 \sin(942t + 17,3^\circ) + \\ + 36,6 \sin(1570t + 2,8^\circ) \text{ A}$$

Для построения графика по оси ординат откладываем ординаты токов, а по оси абсцисс – отрезок, равный периоду первой гармоники T_1 ; втрое меньший – периоду третьей гармоники T_3 ; в пять раз меньший – периоду пятой гармоники T_5 .

Для нахождения начальных значений токов в уравнение (3.7) подставляется $t = 0$:

$$i_{1N}(0) = 85,4 \sin 93,7^\circ = 85,2 \text{ A};$$

$$i_{3N}(0) = 36,2 \sin 17,3^\circ = 10,7 \text{ A};$$

$$i_{5N}(0) = 36,6 \sin 21^\circ = 1,78 \text{ A}$$

График мгновенных значений, гармонических составляющих тока в нейтральном проводе представлен на рисунке 3.2.

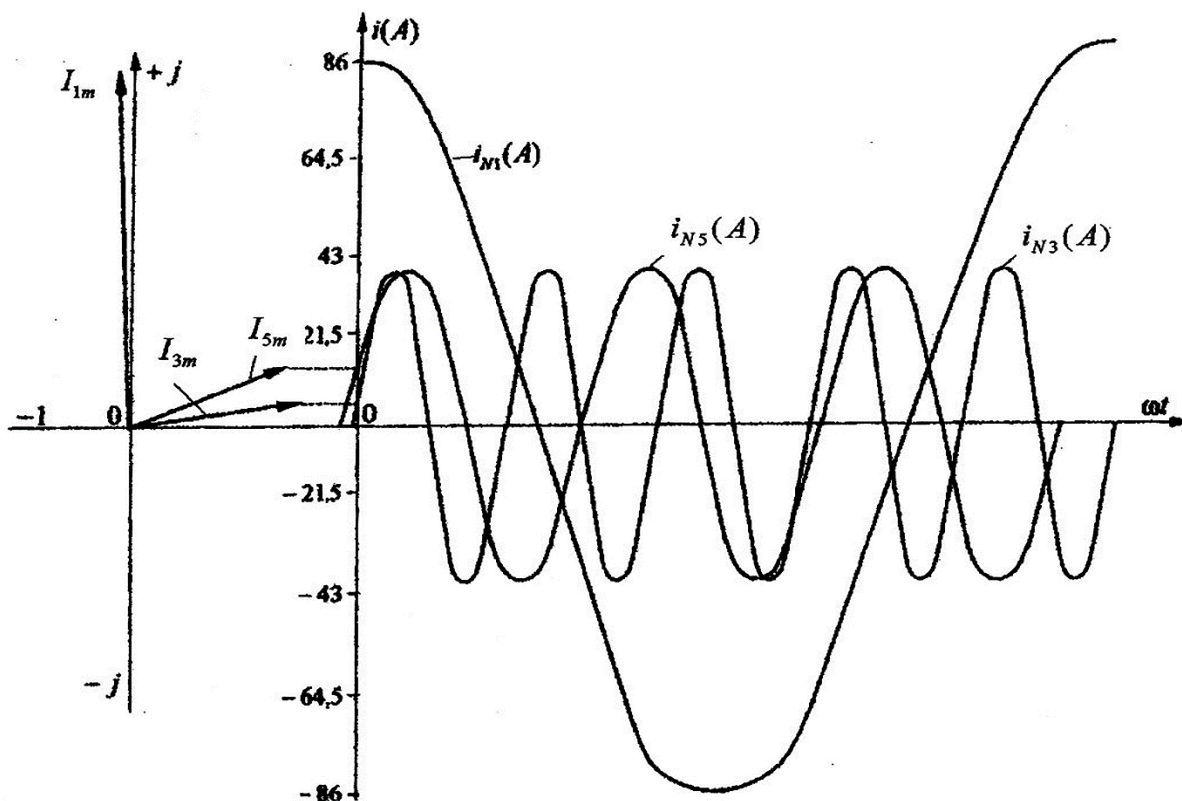


Рисунок 3.2 – График мгновенных значений, гармонических составляющих тока в нейтральном проводе

3.2 Расчет трехпроводной цепи в соединении «звезда-звезда»

Так как нагрузка несимметричная по фазам, то токи будут отличаться по величине и фазе.

Для трехпроводной системы при несимметричной нагрузке характерна несимметрия напряжений фаз нагрузки. Если в такой системе нет нейтрального провода (рис. 3.3), то возникает напряжение смещения нейтрали.

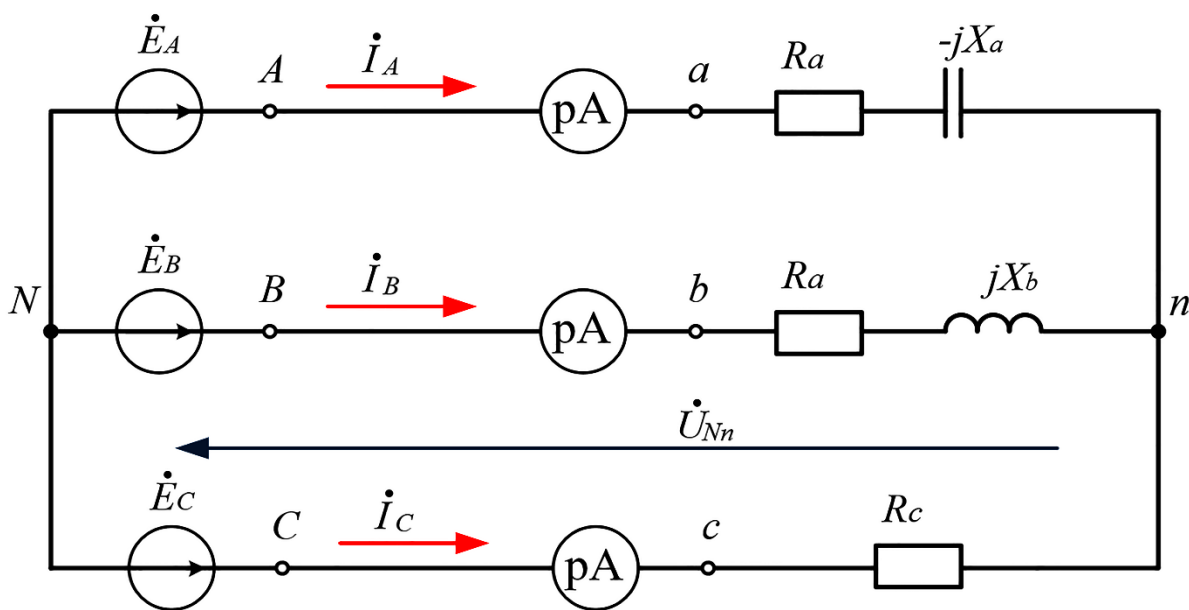


Рисунок 3.3 – Исходная расчетная схема трехфазная трехпроводная несинусоидальная

Сумма фазных напряжений нагрузки для любой гармоники равна утроенному напряжению смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{kAn} + \dot{U}_{kBn} + \dot{U}_{kCn} = 3 \cdot \dot{U}_{kNn} \quad (3.8)$$

Это напряжение смещения нейтрали любой гармоники будет определяться с использованием метода двух узлов по формуле (3.9):

$$\dot{U}_{kNn} = \frac{\dot{U}_{kA} \cdot \underline{Y}_{kA} + \dot{U}_{kB} \cdot \underline{Y}_{kB} + \dot{U}_{kC} \cdot \underline{Y}_{kC}}{\underline{Y}_{kA} + \underline{Y}_{kB} + \underline{Y}_{kC}} \quad (3.9)$$

где $\underline{Y}_{kA}, \underline{Y}_{kB}, \underline{Y}_{kC}$ – комплексные проводимости фаз гармоник.

Комплексные значения сопротивления нагрузки исходной схемы для первой гармоники будут определяться следующим образом:

$$\underline{Z}_{1A} = R - jX_C; \underline{Z}_{1A} = (8 - j36) \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{1B} = R + jX_L; \underline{Z}_{1B} = (8 + j6) \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{1C} = R = 8 \text{ Ом}$$

Зная сопротивления, определяются комплексные значения проводимостей фаз. Проводимость – величина обратная сопротивлению.

Комплексные проводимости для первой гармоники:

$$\underline{Y}_{1A} = \frac{1}{\underline{Z}_{1A}} = \frac{R}{\underline{Z}_{1A}^2} + j \frac{X_C}{\underline{Z}_{1A}^2}; \underline{Y}_{1A} = (0,0058 + j0,026) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{1B} = \frac{1}{\underline{Z}_{1B}} = \frac{R}{\underline{Z}_{1B}^2} - j \frac{X_L}{\underline{Z}_{1B}^2}; \underline{Y}_{1B} = (0,08 - j0,06) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{1C} = \frac{1}{\underline{Z}_{1C}} = \frac{1}{R}; \underline{Y}_{1C} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ См}$$

Комплексные проводимости для третьей гармоники:

$$\underline{Y}_{3A} = \frac{1}{R - jX_C/3}; \underline{Y}_{3A} = \frac{1}{8 - j12} = \frac{8}{208} + j \frac{12}{208} = (0,038 + j0,057) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{3B} = \frac{1}{R + j3X_L}; \underline{Y}_{3B} = \frac{1}{8 + j18} = \frac{8}{388} - j \frac{18}{388} = (0,02 - j0,046) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{3C} = \frac{1}{R}; \underline{Y}_{3C} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ См}$$

Комплексные проводимости для пятой гармоники:

$$\underline{Y}_{5A} = \frac{1}{R - jX_C/5}; \underline{Y}_{5A} = \frac{1}{8 - j7,2} = (0,068 + j0,062) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{5B} = \frac{1}{R + j5 \cdot X_L}; \underline{Y}_{5B} = \frac{1}{8 + j30} = (0,082 - j0,031) \text{ См};$$

$$\underline{Y}_{5C} = \frac{1}{R}; \underline{Y}_{5C} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ См}$$

Напряжение смещения нейтрали для первой гармонической составляющей определяется:

3 Расчет трехфазной цепи несинусоидального тока

$$\dot{U}_{1Nn} = \frac{\dot{U}_{1A} \cdot \underline{Y}_{1A} + \dot{U}_{1B} \cdot \underline{Y}_{1B} + \dot{U}_{1C} \cdot \underline{Y}_{1C}}{\underline{Y}_{1A} + \underline{Y}_{1B} + \underline{Y}_{1C}}$$

$$\dot{U}_{1Nn} = \frac{120 \cdot (0,0058 + j0,026) + 120e^{-j120^\circ} \cdot (0,08 - j0,06) + 120e^{j120^\circ} \cdot 0,125}{0,0058 + j0,026 + 0,08 - j0,06 + 0,125} =$$

$$= \frac{16,55 + j0,39}{0,21 - j0,034} = \frac{16,5e^{j1,4^\circ}}{0,21e^{-j9,2^\circ}} = 78,6e^{j10,6^\circ} \text{ В}$$

Так как вектора напряжений третьей гармоники совпадают по фазе и по величине, то *напряжение смещения нейтрали третьей гармоники равно фазному напряжению источника третьей гармоники:*

$$\dot{U}_{3A} = \dot{U}_{3B} = \dot{U}_{3C} = \dot{U}_{3Nn}; \dot{U}_{3A} = 80 \cdot e^{j30^\circ} = (69,2 + j40) \text{ В}$$

Для пятой гармоники значение напряжения нейтрали составит:

$$\dot{U}_{5Nn} = \frac{\dot{U}_{5A} \cdot \underline{Y}_{5A} + \dot{U}_{5B} \cdot \underline{Y}_{5B} + \dot{U}_{5C} \cdot \underline{Y}_{5C}}{\underline{Y}_{5A} + \underline{Y}_{5B} + \underline{Y}_{5C}}$$

$$\dot{U}_{5Nn} = \frac{50e^{-j45^\circ} \cdot \frac{1}{8 + j72} + 50e^{j75^\circ} \cdot \frac{1}{8 + j30} + 50e^{-j165^\circ} \cdot \frac{1}{8}}{0,068 + j0,062 + 0,082 - j0,031 + 0,125} =$$

$$= \frac{1,12 + j1,75}{0,27 + j0,031} = \frac{4,3e^{j57,4^\circ}}{0,27e^{j6,5^\circ}} = 15,9e^{j50,5^\circ} = (10,1 + j12,2) \text{ В}$$

Вольтметр, включенный между нейтральными точками источника и потребителя ($N - n$), измеряет *действующее значение напряжения смещения нейтрали:*

$$U_{1nN} = \sqrt{U_{1nN}^2 + U_{3nN}^2 + U_{5nN}^2}; U_{1nN} = \sqrt{78,57^2 + 80^2 + 15,9^2} = 113,2 \text{ В}$$

Фазные напряжения на нагрузке (фаза «а») определяются с помощью напряжения смещения нейтрали.

Первая гармоника:

$$\dot{U}_{1An} = \dot{U}_{1AN} - \dot{U}_{1nN}$$

$$\dot{U}_{1An} = 120 - 77,2 - j14,4 = 42,8 - j14,4 = 45,1e^{-j18,5^\circ} \text{ В}$$

Так как для третьей гармоники фазные напряжения источника и напряжения смещения нейтрали равны между собой, то фазные напряжения на зажимах нагрузки равны нулю: $\dot{U}_{3An} = 0$.

Пятая гармоника:

$$\dot{U}_{5An} = \dot{U}_{5AN} - \dot{U}_{5nN}$$

$$\dot{U}_{5An} = (35,35 - j35,35) - (10,1 + j12,2) = 25,25 - j47,55 = 53,8e^{-j62^\circ} \text{ В}$$

Электрические токи нужных гармоник рассчитывают по закону Ома.

Для первой гармоники:

$$\dot{i}_{1A} = \frac{\dot{U}_{1An}}{\underline{Z}_{1A}}; \dot{i}_{1A} = \frac{45,1e^{-j18,5^\circ}}{36,8e^{-j77,4^\circ}} = 1,2e^{j58,9^\circ} \text{ А}$$

Для третьей гармоники:

$$\dot{i}_{3A} = 0 \text{ А}$$

Для пятой гармоники:

$$\dot{i}_{5A} = \frac{\dot{U}_{5An}}{\underline{Z}_{5A}}; \dot{i}_{5A} = \frac{53,8e^{-j62^\circ}}{8 - j7,2} = \frac{53,8e^{-j62^\circ}}{10,7e^{-j41,9^\circ}} = 5e^{-j20,1^\circ} \text{ А}$$

Амперметр, включенный в линейный провод А-а, измеряет действующее значение тока в линейном проводе А:

$$I_A = \sqrt{I_{1A}^2 + I_{3A}^2 + I_{5A}^2}; I_A = \sqrt{1,2^2 + 0^2 + 5^2} = 5,1 \text{ А}$$

Показания амперметров в других линейных проводах (в-В, С-с) находятся аналогично.

4 ОСОБЕННОСТИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГАРМОНИК НА СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Высшие гармоники напряжения и тока оказывают влияние на элементы систем электроснабжения и линии связи.

Основными **формами воздействия высших гармоник на системы электроснабжения** являются:

- 1) *увеличение токов и напряжений высших гармоник вследствие параллельного и последовательного резонансов;*
- 2) *снижение эффективности процессов генерации, передачи, использования электроэнергии;*
- 3) *старение изоляции электрооборудования и сокращение вследствие этого срока его службы;*
- 4) *ложная работа оборудования.*

Наличие высоких гармоник напряжения в сетях электроснабжения неблагоприятно воздействует на изоляцию электроустановок, так как увеличиваются потери в изоляции (угол потерь $\text{tg}\delta$) и сокращается срок ее эксплуатации.

Наличие в сложной кривой напряжения спектра гармоник, а также при совпадении по фазе максимальных амплитуд гармоник или возникновения резонанса напряжения на какой-то частоте спектра, приводят к перенапряжению изоляции.

Несинусоидальные токи в линии электропередачи вызывают дополнительные потери мощности: $\Delta P = 3 \cdot I^2 \cdot R$. Гармоники, имеющие обратную последовательность чередования фаз (5-я, 11-я, ...), создают противодействующие моменты на валу асинхронных электродвигателей. Несинусоидальные токи вызывают путем индукции большие помехи в линиях связи и каналах телемеханики.

Допустимое содержание гармоник оценивается коэффициентом гармоник, который по стандарту не должен превышать 5 %.

При таком содержании гармоник кривая на экране осциллографа визуально не отличается от синусоиды.

Негативное влияние высших гармоник на электрооборудование и другие элементы электростанции заключается в следующем:

1) возникает ускоренный износ электрических машин вследствие ускоренного износа изоляции обмоток и сердечника, который происходит из-за их чрезмерного нагрева токами высших гармоник;

2) возникают дополнительные потери и уменьшение пропускной способности линий электропередачи;

3) затрудняется компенсация реактивной мощности с помощью батарей статических конденсаторов вследствие возможности возникновения резонансных явлений на высших гармониках;

4) ухудшается работа устройств автоматики, телемеханики и связи.

Таким образом, высшие гармоники напряжений и токов являются негативным фактором, влияющим на энергосистему в целом.

4.1 Влияние высших гармоник на устройства защиты энергосистем

Гармоники могут нарушать работу устройств защиты или ухудшать их характеристики. Характер нарушения зависит от принципа работы устройства. Цифровые реле и алгоритмы, основанные на анализе выборки данных или точки пересечения нуля, особенно чувствительны к гармоникам. Чаще всего изменения характеристик несущественны. Большинство типов реле нормально работает при коэффициенте искажения до 20 %. Однако увеличение доли мощных преобразователей в сетях может в будущем изменить ситуацию.

Проблемы, возникающие из-за гармоник, различны для нормальных и аварийных режимов и далее рассмотрены отдельно. Происходит ложное срабатывание предохранителей и автоматических выключателей вследствие дополнительного нагрева внутренних элементов защитных устройств. Этот процесс обусловлен протеканием несинусоидальных токов и, следовательно, действием поверхностного эффекта и эффекта близости.

Значительно снижается точность работы, а значит и достоверность показаний электроизмерительных приборов (устройств); увеличивается нестабильная (неправильная работа) ряда видов релейных защит, систем контроля (управления), телемеханики, связи и т. д. Возрастает недоучет электроэнергии, вследствие тормозящего воздействия на индукционные счетчики гармоник обратной последовательности.

Помехи в сетях телекоммуникаций могут возникать там, где силовые кабели и кабели телекоммуникаций расположены относительно близко. Вследствие протекания в силовых кабелях высокочастотных гармоник тока, в кабелях телекоммуникаций могут наводиться помехи. Магнитные поля высших гармоник прямой и обратной последовательности частично компенсируют друг друга, поэтому наибольшее влияние на телекоммуникации оказывают гармоники, кратные трем. Чем выше порядок гармоник, тем больше уровень помех, наведенных ими в телекоммуникационных кабелях.

Высшие гармонические составляющие в токах нелинейных электропотребителей, как правило, приводят к негативным, а иногда и катастрофическим последствиям.

4.2 Влияние гармоник на измерение мощности и энергии

Измерительные устройства обычно калибруются при чисто синусоидальном напряжении и увеличивают погрешность при наличии высших гармоник.

Величина и направление гармоник являются важными факторами, так как знак погрешности определяется направлением гармоник. Погрешности измерения, вызываемые гармониками, сильно зависят от типа измерительной аппаратуры. Обычные индукционные счетчики, как правило, завышают показания на несколько процентов (по 6 %) при наличии у потребителя источника искажения. Такие потребители оказываются автоматически наказанными за внесение искажений в сеть, поэтому в их собственных интересах установить соответствующие средства для подавления этих искажений.

4.3 Способы уменьшения гармоник напряжения

Снижение несинусоидальности напряжения можно обеспечить двумя основными способами:

1) *рациональным построением схемы электрической сети предприятия, при которой коэффициент перекручивания кривой напряжения будет в допустимых границах;*

2) *применением специальных схем нелинейных нагрузок, а также корректирующих устройств.*

На практике, как правило, сочетают разные способы. Наиболее эффективными средствами борьбы с гармониками, очевидно, являются те, которые предотвращают явления, генерирующие гармоники.

В частности, во вращающихся машинах число, форма и распределение пазов должны быть подобраны так, чтобы уничтожить по крайней мере гармоники низкого порядка (это хорошо удалось сделать в отношении гармоник 3, 5 и 7-го порядков, несколько хуже – гармоник выше 7-го порядка, а гармоники выше 11-го порядка имеют незначительные коэффициенты).

Подобные конструктивные меры не всегда экономичны, поэтому следует искать оптимальное соотношение между стоимостью аппарата и потерями,

вызываемыми гармониками. Это, в частности, относится к трансформаторам, в которых при желании избавиться от гармоник (не превосходя, однако, порога насыщения) надо было бы значительно увеличить сечение сердечников и ярма, а, следовательно, вес и стоимость этих аппаратов.

Имеются и такие аппараты, в которых нельзя уменьшить гармоники конструктивными средствами (например, металлические ртутные выпрямители).

При этом между аппаратом и системой необходимо располагать устройство, способное помешать гармоникам распространиться в систему. Это устройство является фильтром, иногда состоящим из конденсаторов, иногда образованным сочетанием емкостных и индуктивных сопротивлений, включенных последовательно и параллельно таким образом, чтобы получить полосу пропускания необходимой ширины.

Фильтры, включаемые параллельно, представляют собой цепи с большой полной проводимостью, поглощающие мощности гармоник. Они могут быть дополнены другими фильтрами, включаемыми последовательно в систему и образующими фильтры пробки. В передачах постоянного тока необходимо установить фильтры, чтобы ограничить доступ в систему гармоник. Для люминесцентных ламп большой мощности применяются устройства компаундирования, представляющие собой фильтр гармоник.

Эффективным является способ, препятствующий распространению гармоник за счет применения трансформатора, в котором хотя бы одна из обмоток соединена в «треугольник».

В тех случаях, где гармоники становятся вредными, нужно прежде всего избежать их усиления, создавая для них настолько «острый» резонанс, чтобы незначительного изменения емкостных (или индуктивных) сопротивлений установки было достаточно для устранения тех или иных гармоник.

Для конденсаторных батарей, которые весьма чувствительны к перегрузкам гармониками, возможно применение последовательно включаемых индуктивностей для создания низкочастотного фильтра. На практике процент гармоник напряжений, существующих в системе, почти всегда достаточно мал и не вызывает опасного нагрева конденсаторных батарей (при отсутствии других резонансных явлений).

4.4 Основные способы подавления высших гармоник тока

1. Последовательное включение линейных дросселей. Простейшим способом снижения уровня генерируемых нелинейными нагрузками высших гармоник тока во внешнюю сеть является последовательное включение линейных дросселей. Такой дроссель имеет малое значение индуктивного сопротивления на основной частоте 50 Гц и значительные величины сопротивлений для высших гармоник, что приводит к их ослаблению. При этом снижается коэффициент амплитуды (крест-фактор) и коэффициент искажения входного тока. Дроссели могут быть установлены как внутри источника бесперебойного питания (ИБП), так и расположены на выходном конце кабеля (то есть на стороне нагрузки). Тогда токи третьей гармоники циркулируют между нагрузкой и фильтром, частично снижая суммарный ток в проводнике нейтрали.

2. Обеспечение симметричного режима работы трехфазной системы. В первую очередь, необходимо добиться, насколько это возможно, сбалансированности нагрузок по фазам. При этом обеспечивается минимальный ток в проводнике нейтрали и минимальное содержание гармоник в выходном напряжении ИБП. Соответствующие схемы контроля и управления в ИБП будут поддерживать номинальное действующее значение выходного напряжения, в то же самое время стремясь обеспечить его синусоидальную форму. Не всегда возможно одновременно выполнить обе эти функции.

3. Применение пассивных фильтров. Применение последовательно включенных линейных дросселей в ряде случаев не позволяет уменьшить гармонические искажения тока до желаемых пределов. В этом случае целесообразно применение пассивных LC-фильтров, настроенных на определенный порядок гармоник. Для улучшения гармонического состава потребляемого тока такие фильтры нашли широкое применение в системах с источниками бесперебойного питания (UPS). Подключение фильтра на входе 6-полупериодного выпрямителя при 100 % нагрузке UPS обеспечивает снижение коэффициента искажения тока до уровня 8–10 %. Значения этого коэффициента в системе без фильтра может достигать 30 % и более. Различают некомпенсированный и скомпенсированный LC-фильтры, некомпенсированный LC-фильтр с коммутатором. Фильтрующие устройства, разработанные на основе пассивных реактивных элементов, достаточно разнообразны и включают: 1) поперечные компенсаторы; 2) продольные заградительные контуры; 3) поперечные резонансные цепи; 4) П-образные фильтрующие звенья.

4. Применение специальных разделительных трансформаторов. Разделительный трансформатор с обмотками «треугольник-звезда» позволяет эффективно бороться с гармониками, кратными третьей, при сбалансированной нагрузке. Для ослабления влияния несимметрии нагрузки и уменьшения тока нейтрали применяют «перекрестную» (зигзагообразную) систему обмоток, где вторичная обмотка каждой фазы разбита на две части и размещена на разных стержнях магнитопровода трансформатора.

5. Применение магнитных синтезаторов. Магнитный синтезатор обеспечивает защиту нагрузки от различных искажений электропитания, в частности от провалов и выбросов напряжения, импульсных и высокочастотных помех, наличия высших гармоник, вызывающих искажения синусоидальной формы входного напряжения. Выходное напряжение магнитного синтезатора на каждом по-

лупериоде основной частоты генерируется путем объединения шести прямоугольных импульсов от связанных между собой трансформаторов с насыщением, аналогично инверторам со ступенчатым (пошаговым) принципом управления. Однако магнитный синтезатор не содержит каких-либо силовых полупроводниковых элементов, выполняя функцию стабилизатора напряжения.

6. Применение активного кондиционера гармоник. Активный кондиционер гармоник (АНС – Active Harmonic Conditioner) в отличие от магнитного синтезатора подключается не последовательно с нелинейной нагрузкой, а параллельно ей. Принцип действия активного кондиционера гармоник основан на анализе гармоник тока нелинейной нагрузки и генерировании в распределительную сеть таких же гармоник тока, но с противоположной фазой. Как результат этого, высшие гармонические составляющие тока нейтрализуются в точке подключения АНС. Тем самым они не распространяются от нелинейной нагрузки в сеть и не искажают напряжения первичного источника энергии.

7. Снижение полного сопротивления распределительной сети. Это один из эффективных методов снижения нелинейных искажений. Кабели и сборные шины имеют полное сопротивление, которое прямо связано с длиной линий. Увеличение сечения кабелей (проводов) снижает активное сопротивление распределительной сети, но не снижает ее индуктивность. Максимальное эффективное сечение жил кабелей (проводов) составляет примерно 95 мм². С дальнейшим увеличением сечения кабелей их индуктивность остается относительно постоянной.

8. Использование электромашинных преобразователей. Одним из наилучших вариантов исключения влияния нелинейных нагрузок на основную сеть электроснабжения является использование машинного преобразователя переменного напряжения одного уровня в переменное напряжение другого или того же уровня.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Номер варианта выдается студентам ведущим преподавателем в соответствии с таблицей 1.

Для электрической схемы согласно варианта необходимо выполнить следующие задания:

1. Представьте ЭДС источника (входное напряжение), заданную графически (рис. 1–18), тригонометрическим рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми значимыми гармоническими составляющими. Постройте дискретный частотный и амплитудный спектры.

2. Определите токи в ветвях электрической цепи (рис. 19–34) для каждой гармоники приложенного напряжения. Подтвердите правильность решения балансом мощностей.

3. Используя метод наложения, запишите мгновенные значения токов ветвей схемы в виде ряда Фурье.

4. Найдите действующие значения всех токов и входного напряжения по рассчитанным гармоникам.

5. Оцените влияние отброшенных гармоник на величину действующего входного напряжения.

6. Найдите активную, реактивную и полную мощности, потребляемые цепью, и сравните их с мощностью, отдаваемой источником питания. Рассчитайте мощность искажения и коэффициент мощности.

7. На одном графике постройте заданную кривую несинусоидальной ЭДС, эквивалентные синусоиды, а также кривую, полученную в результате сложения гармонических составляющих ограниченного ряда.

Таблица 1 – Данные вариантов

Номер варианта	Номер рисунка с графиком периодической несинусоидальной функции	Номер ряда Фурье	Номер рисунка со схемой электрической цепи	Номер параметров электрической цепи (табл. 2)
01	1	1	19	10
02	2	2	21	11
03	3	3	20	12
04	4	4	22	13
05	5	5	27	14
06	6	6	23	15
07	7	7	25	16
08	8	8	26	17
09	9	9	24	18
10	10	10	28	19
11	11	11	30	1
12	12	12	29	2
13	13	13	31	3
14	14	14	32	4
15	15	15	33	5
16	16	16	34	6
17	17	17	19	7
18	18	18	20	8
19	1	1	21	9
20	2	2	22	10
21	3	3	23	1
22	4	4	24	2
23	5	5	25	3
24	6	6	26	4
25	7	7	27	5
26	8	8	28	6
27	9	9	29	7
28	10	10	30	8
29	11	11	32	9
30	12	12	31	10
31	13	13	33	11
32	14	14	34	12
33	15	15	19	13
34	16	16	20	14
35	17	17	21	15
36	18	18	22	16
37	1	1	23	17
38	2	2	24	18

Расчетно-графическое задание

Продолжение таблицы 1

Номер варианта	Номер рисунка с графиком периодической несинусоидальной функции	Номер ряда Фурье	Номер рисунка со схемой электрической цепи	Номер параметров электрической цепи (табл. 2)
39	3	3	25	19
40	4	4	26	20
41	5	5	27	19
42	6	6	28	18
43	7	7	29	17
44	8	8	30	16
45	9	9	31	15
46	10	10	32	14
47	11	11	33	13
48	12	12	34	12
49	13	13	19	11
50	14	14	20	10
51	15	15	21	9
52	16	16	22	8
53	17	17	23	7
54	18	18	24	6
55	1	1	25	5
56	2	2	26	4
57	3	3	27	3
58	4	4	28	2
59	5	5	29	1
60	6	6	30	20
61	7	7	31	19
62	8	8	32	18
63	9	9	33	17
64	10	10	34	16
65	11	11	19	15
66	12	12	20	17
67	13	13	21	17
68	14	14	22	19
69	15	15	23	20
70	16	16	24	10
71	17	17	25	11
72	18	18	26	12
73	1	1	27	13
74	2	2	28	14
75	3	3	29	15
76	4	4	30	16

Продолжение таблицы 1

Номер варианта	Номер рисунка с графиком периодической несинусоидальной функции	Номер ряда Фурье	Номер рисунка со схемой электрической цепи	Номер параметров электрической цепи (табл. 2)
77	5	5	31	17
78	6	6	32	18
79	7	7	33	19
80	8	8	34	20
81	9	9	19	1
82	10	10	20	2
83	11	11	21	3
84	12	12	22	4
85	13	13	23	5
86	14	14	24	6
87	15	15	25	7
88	16	16	26	8
89	17	17	27	9
90	18	18	28	10
91	1	1	29	11
92	2	2	30	12
93	3	3	31	13
94	4	4	32	14
95	5	5	33	15
96	6	6	34	16
97	7	7	19	17
98	8	8	20	18
99	9	9	21	19
00	10	10	22	20

Графики типовых периодических несинусоидальных функций:

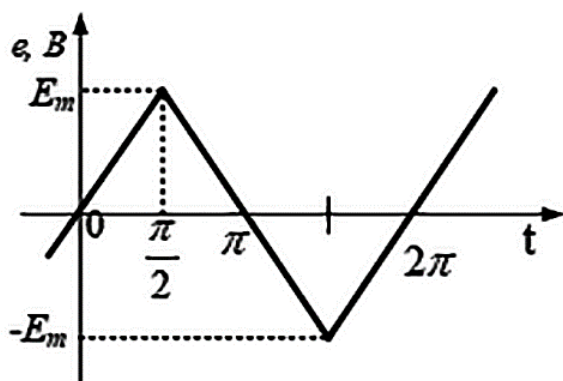


Рисунок 1

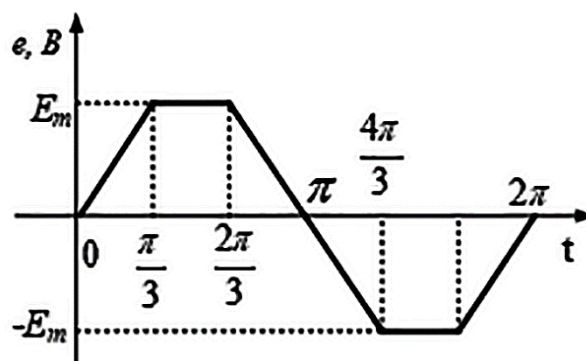


Рисунок 2

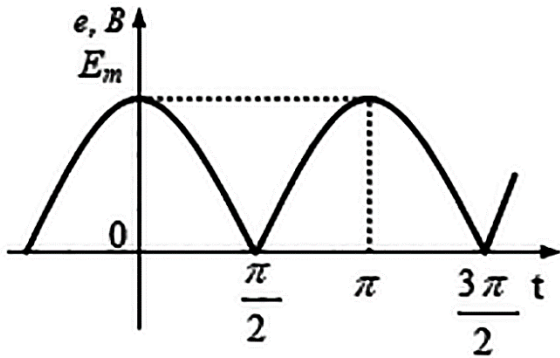


Рисунок 3

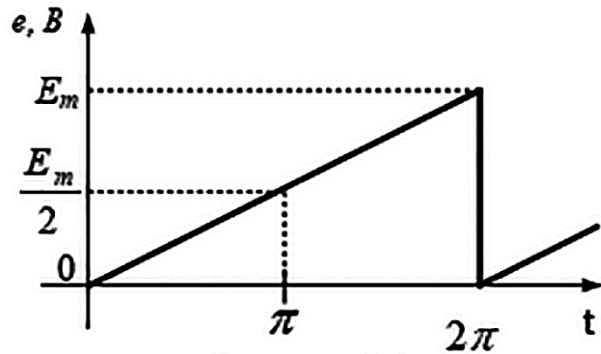


Рисунок 4

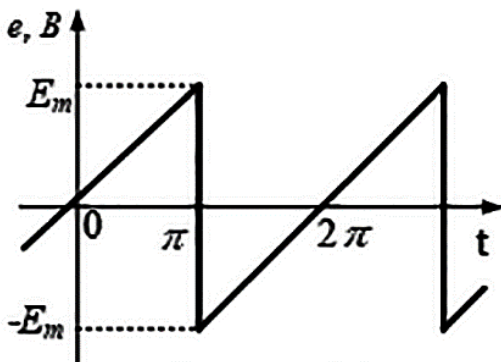


Рисунок 5

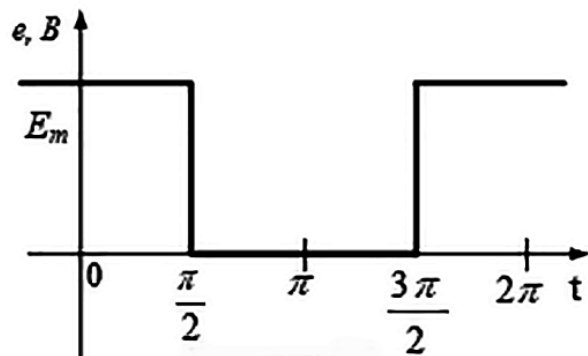


Рисунок 6

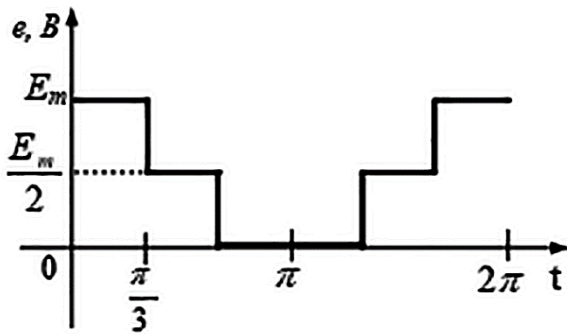


Рисунок 7

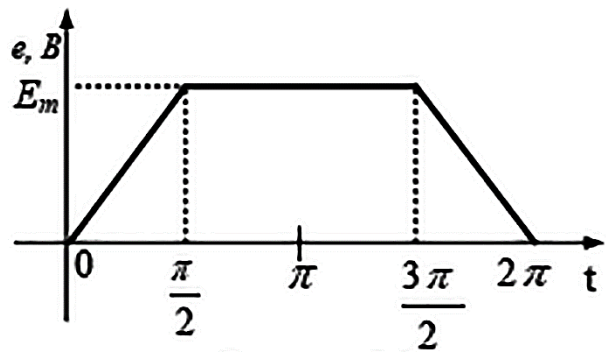


Рисунок 8

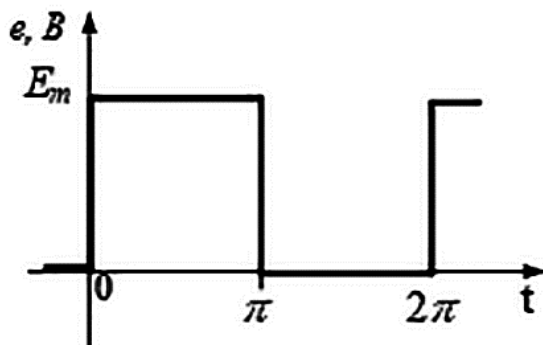


Рисунок 9

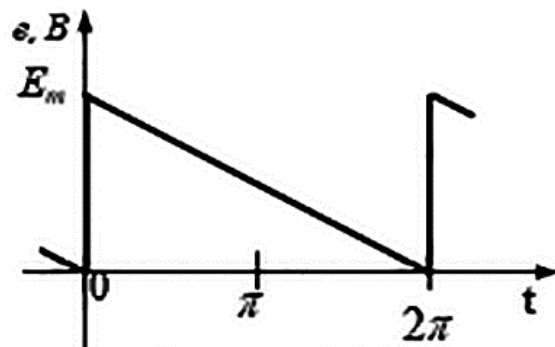


Рисунок 10

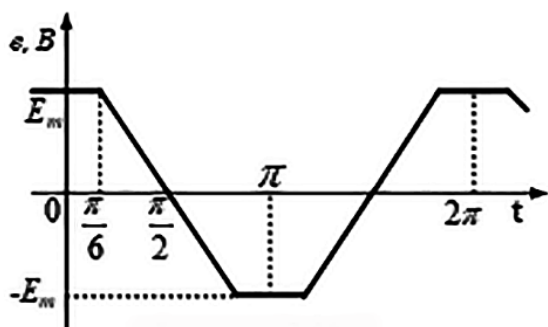


Рисунок 11

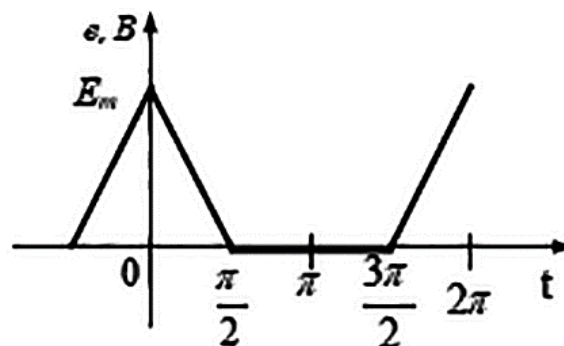


Рисунок 12

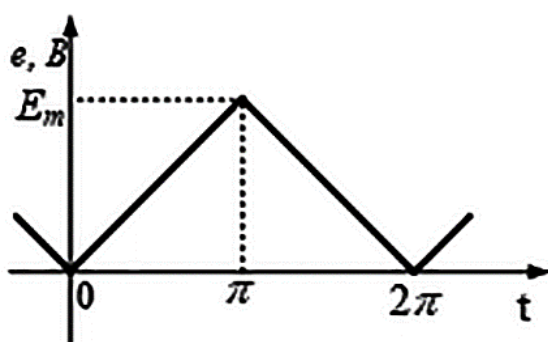


Рисунок 13

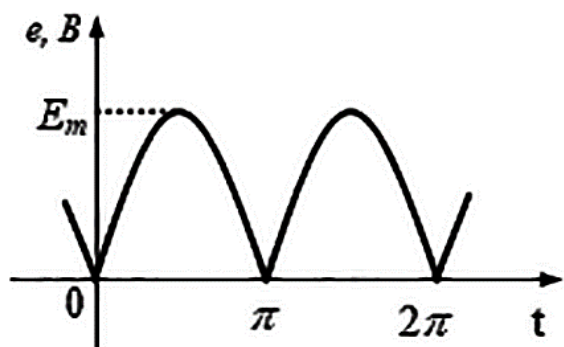


Рисунок 14

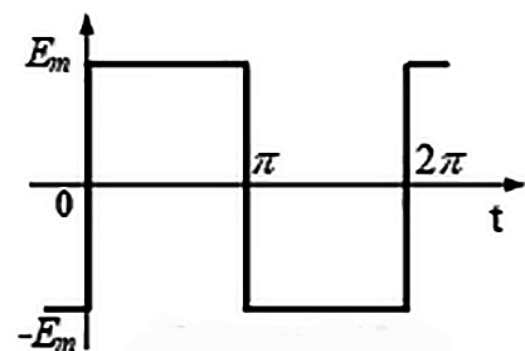


Рисунок 15

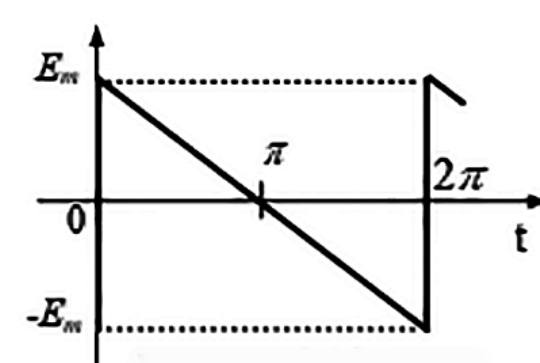


Рисунок 16

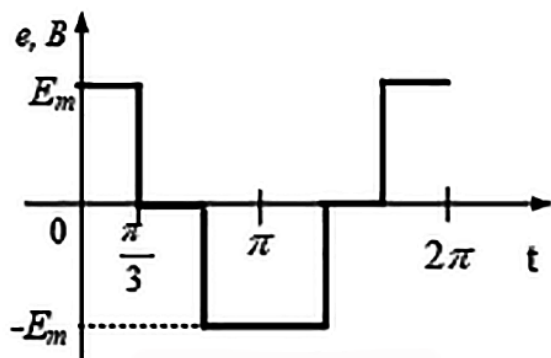


Рисунок 17

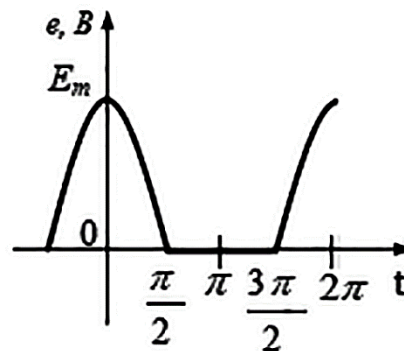


Рисунок 18

Ряды Фурье для периодических несинусоидальных функций, представленных на рисунках 1–18:

$$1 \quad e(\omega t) \approx \frac{8 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot (\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \dots)$$

$$2 \quad e(\omega t) \approx \frac{6\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi^2} \cdot (\sin \omega t - \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t + \frac{1}{7^2} \sin 7\omega t - \frac{1}{11^2} \sin 11\omega t \dots)$$

$$3 \quad e(\omega t) \approx \frac{2E_m}{\pi} + \frac{4 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t - \dots)$$

$$4 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{2} - \frac{E_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots)$$

$$5 \quad e(\omega t) \approx \frac{2 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t - \dots)$$

$$6 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{2} + \frac{2 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \dots)$$

$$7 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi} \cdot (\cos \omega t - \frac{1}{5} \cos 5\omega t + \frac{1}{7} \cos 7\omega t - \dots)$$

$$8 \quad e(\omega t) \approx \frac{3}{4} E_m - \frac{2 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot (2\cos \omega t + \cos 2\omega t + \frac{2}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{2}{5^2} \cos 5\omega t)$$

$$9 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{2} + \frac{2 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots)$$

$$10 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{2} + \frac{E_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots)$$

$$11 \quad (\omega t) \approx \frac{6\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi^2} \cdot (\cos \omega t - \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t - \frac{1}{7^2} \cos 7\omega t + \frac{1}{11^2} \cos 11\omega t \dots)$$

$$12 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{4} + \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} (\cos \omega t + \frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t + \dots)$$

$$13 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{2} - \frac{4 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot (\cos \omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t + \dots)$$

$$14 \quad e(\omega t) \approx \frac{2E_m}{\pi} - \frac{4 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\frac{1}{3} \cos 2\omega t + \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t + \dots)$$

$$15 \quad e(\omega t) \approx \frac{4 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots)$$

$$16 \quad e(\omega t) \approx \frac{2 \cdot E_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots)$$

$$17 \quad (\omega t) \approx \frac{2\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi} \cdot (\cos \omega t - \frac{1}{5} \cos 5\omega t + \frac{1}{7} \cos 7\omega t - \dots)$$

$$18 \quad e(\omega t) \approx \frac{E_m}{\pi} + 2 \cdot E_m \cdot (\frac{1}{4} \cos \omega t + \frac{1}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{1}{15\pi} \cos 4\omega t + \dots)$$

Следует отметить, что для расчетов перечисленные функции нужно привести к виду:

$$A_0 + A_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \cdot \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + A_{km} \cdot \sin(k\omega t + \psi_k)$$

Формулы перевода:

$$-\sin(\omega t + \psi) = \sin(\omega t + \psi \pm \pi);$$

$$\cos(\omega t + \psi) = \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$-\cos(\omega t + \psi) = \sin\left(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Графики типовых периодических несинусоидальных функций также можно разложить прикладными программами (например, Math Cad). При этом расчеты должны быть показаны в приложении к работе.

Схемы электрических цепей:

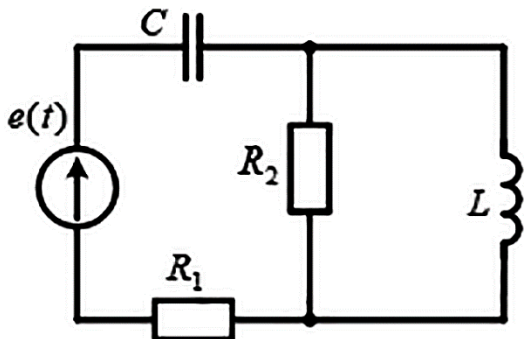


Рисунок 19

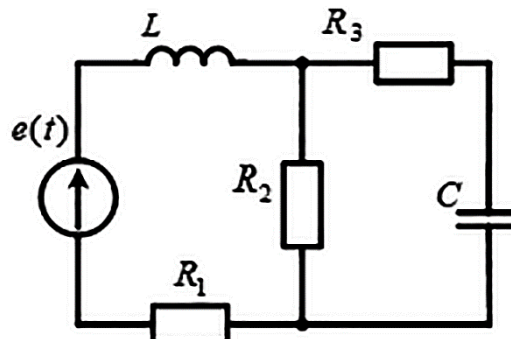


Рисунок 20

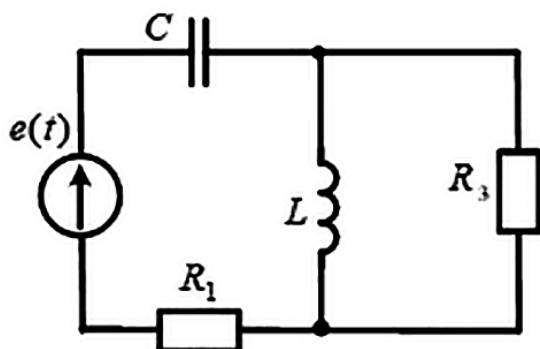


Рисунок 21

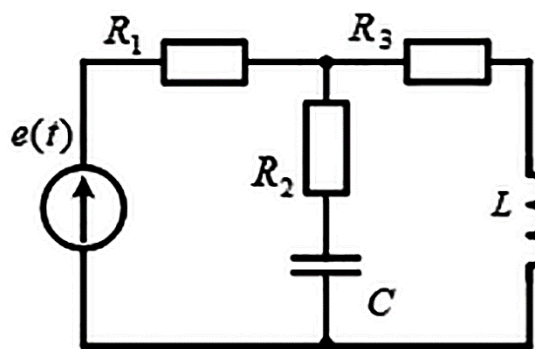


Рисунок 22

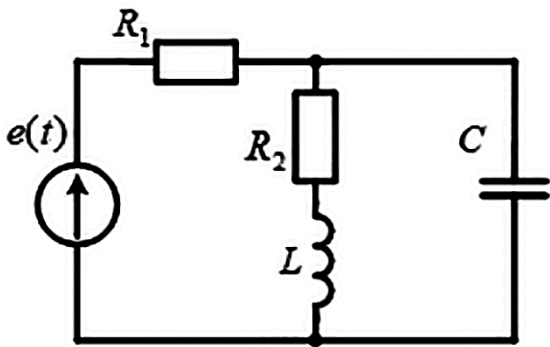


Рисунок 23

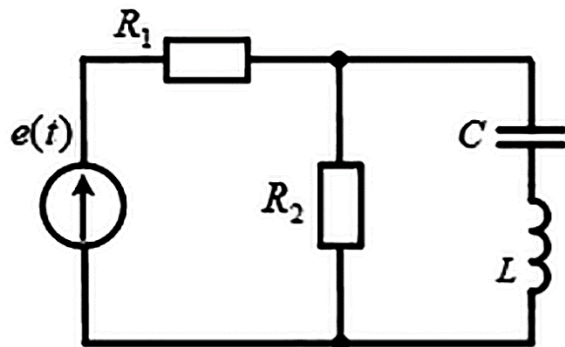


Рисунок 24

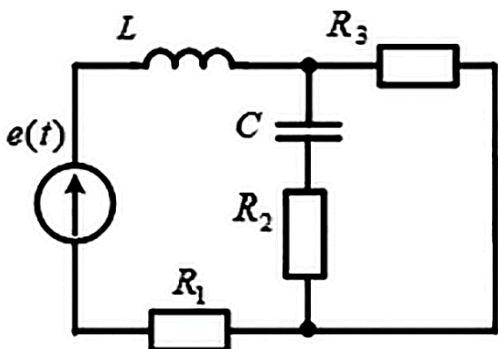


Рисунок 25

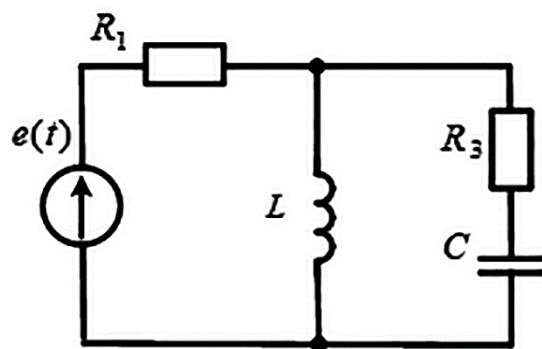


Рисунок 26

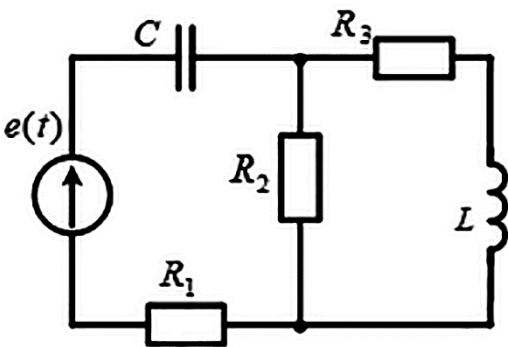


Рисунок 27

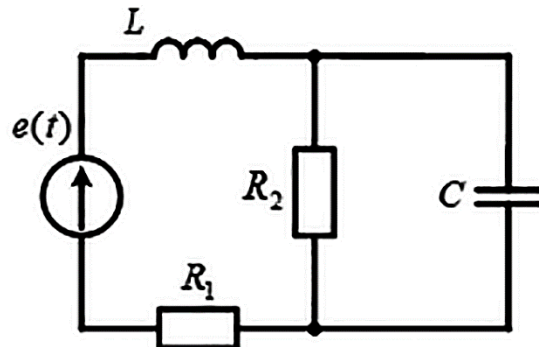


Рисунок 28

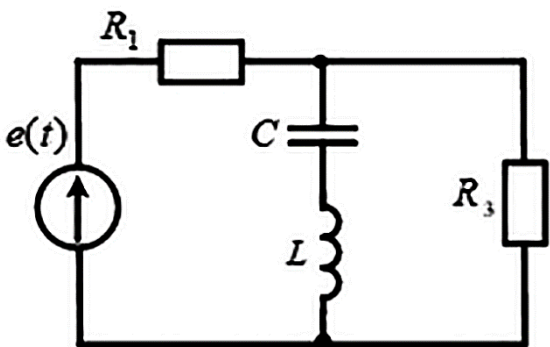


Рисунок 29

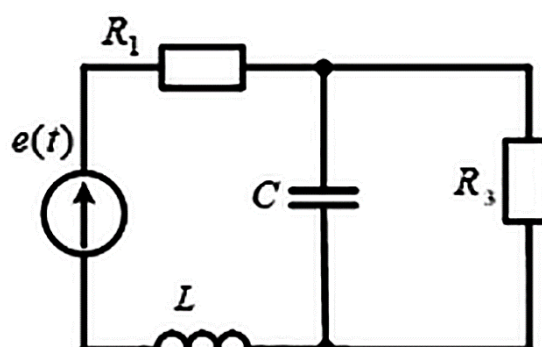


Рисунок 30

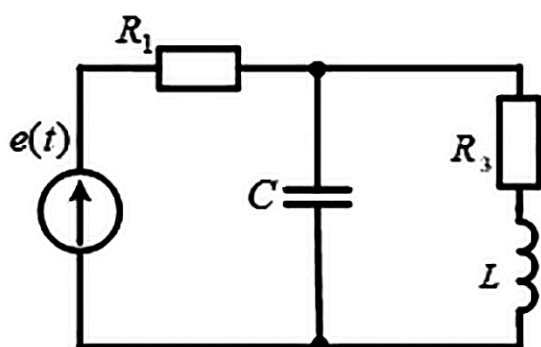


Рисунок 31

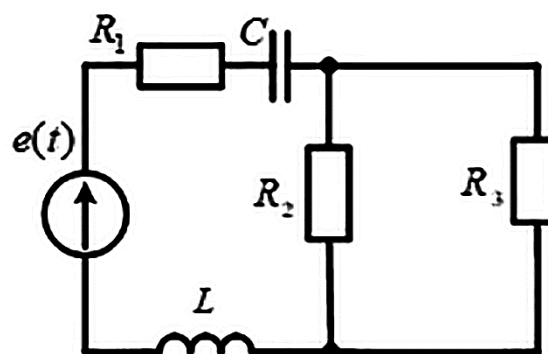


Рисунок 32

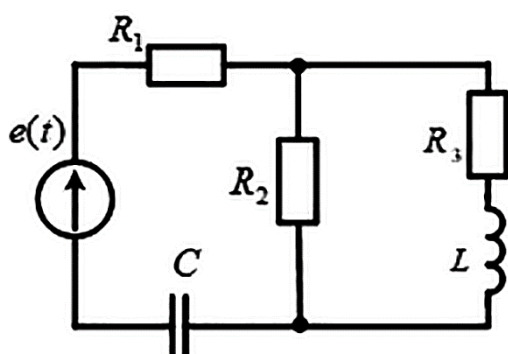


Рисунок 33

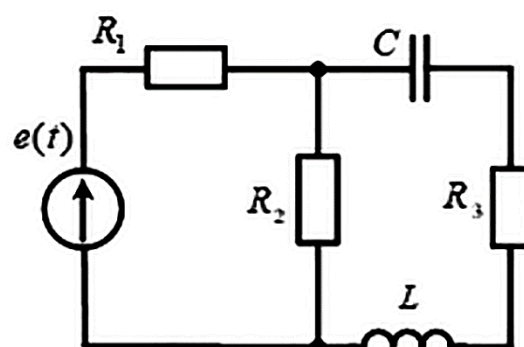


Рисунок 34

Таблица 2 – Параметры электрической цепи

Номер	$E_m, \text{ В}$	$T \cdot 10^{-2}, \text{ с}$	$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_3, \text{ Ом}$	$L, \text{ мГн}$	$C, \text{ мкФ}$
1	220	0,4	10	10	8	40	70
2	180	0,5	12	12	10	40	25
3	220	0,6	15	10	15	20	30
4	270	0,7	10	14	12	15	14
5	320	0,8	14	8	10	25	60
6	210	0,9	9	13	9	10	55
7	280	1,0	20	15	4	26	60
8	340	1,1	10	14	8	40	70
9	205	1,2	12	15	15	20	50
10	290	1,3	8	25	20	30	40
11	205	1,4	15	10	20	28	55
12	270	1,5	14	18	6	24	70
13	220	0,4	12	10	30	25	25
14	270	0,6	16	15	12	20	50
15	210	0,8	20	16	20	25	60
16	410	1,4	10	10	20	30	30
17	370	1,5	12	12	10	40	25
18	205	1,6	10	15	15	20	30

Продолжение таблицы 2

Номер	$E_m, В$	$T \cdot 10^{-2}, с$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$L, мГн$	$C, мкФ$
19	330	1,7	14	10	12	15	44
20	215	2,0	15	20	4	26	60

Примечание: если в электрической схеме отсутствует какое-то из активных сопротивлений, то его значение при расчете не учитывается.

Методические указания к выполнению расчетно-графического задания.

Расчетно-графическое задание является самостоятельной работой студента в курсе изучения дисциплины «Теоретические основы электротехники». Выполнение данной работы позволит закрепить и углубить знания, полученные во время изучения теоретического материала, а также выработать навыки применения теоретических знаний для решения конкретных практических задач с умением оформлять технические документы.

В соответствии с действующей программой курса «Теоретические основы электротехники» работа должна содержать:

- титульный лист (приложение Д);
- содержание;
- основную часть;
- заключение;
- список использованной литературы.

Расчетно-графическое задание выполняется на одной стороне листа писчей бумаги формата А4 (297×210 мм). Вся работа выполняется в текстовом редакторе Microsoft Word (шрифт Times New Roman 14; интервал 1,5).

Поля по листу текста: верхнее, нижнее и правое – 15 мм, левое – 30 мм. Страница должна содержать не менее 28 строк.

Вся графическая часть работы (схемы, диаграммы) выполняется с помощью любого графического редактора (например, Microsoft Visio).

При выполнении расчетно-графического задания необходимо выполнять следующие требования:

1. Уяснить содержание задачи, изобразить электрическую схему; если необходимо, то и схемы преобразования.

2. Изучить методику решения задач данного типа по рекомендуемой литературе; указать, какие физические законы или расчетные методы предполагается использовать, привести математическую запись этих законов и методов. *Обязательно следует сопровождать решение задачи пояснительным текстом и комментировать полученные результаты.*

3. Формулы должны нумероваться арабскими цифрами в пределах раздела. Номер формулы состоит из номера раздела и порядкового номера формулы. Его записывают справа в круглых скобках, на одинаковом расстоянии от правого поля на всех страницах текста. Ссылки в тексте на порядковые номера формул дают в круглых скобках. Уравнения и системы уравнений нумеруются вместе с формулами.

4. При нахождении каждой определяемой величины расчет следует выполнять сначала в общем виде, а затем в полученную формулу подставить числовые значения. Только после этого приводится окончательный результат с указанием единиц измерения (единицы физических величин должны соответствовать требованиям государственного стандарта).

5. Расчеты рекомендуется выполнять с округлением не менее чем до сотых (два знака после запятой).

6. Все таблицы, представленные для простоты восприятия расчетов, должны иметь точное краткое название. Название пишется над таблицей после нумерации таблицы. Нумерация обозначается в соответствии с номером раздела и порядкового номера таблицы.

7. Электрические схемы вычерчивают с соблюдением соответствующих государственных стандартов с помощью любого графического редактора. Буквенные обозначения элементов схемы должны соответствовать стандарту.

8. Диаграммы и графики вычерчивают с помощью любого графического редактора в масштабе. При построении кривых нужно выбирать такой масштаб, чтобы на 1 см оси координат приходилось $1 \times 10^{+n}$ или $2 \times 10^{+n}$ единиц измерения физической величины, где n – целое число. Градуировку осей выполняют, начиная с нуля, равномерно через один или два сантиметра. Весь график в целом и отдельные кривые на нем должны иметь названия. Иллюстрации должны быть расположены после первого упоминания в тексте записи. Все рисунки (иллюстрации) в работе должны иметь наименование (нумерацию и название) – подрисовочный текст.

9. Если работа не зачтена или зачтена при условии внесения исправлений, то все необходимые изменения делают на белой стороне листа, при этом не внося какие-либо исправления в текст, расчеты или графики, просмотренные преподавателем.

Если студентом изучаются смежные дисциплины, на которых рассматриваются прикладные программы (MathCad, MatLab), то расчет можно сделать в этих программах. Тогда обязательно нужно внести его в приложение (сделать скриншоты); построения также сделать в этих же приложениях.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вопрос 1. Определите действующее значение напряжения ряда Фурье:

$$u(t) = 100 + 50\sin\omega t + 25 \sin(3\omega t + 60^\circ)$$

1) 175 В; 2) 100 В; 3) 115 В; 4) 81 В.

Вопрос 2. Что нужно сделать с емкостью, чтобы рассчитать постоянную составляющую в цепи несинусоидального тока?

- 1) оставить неизменной;
- 2) замкнуть;
- 3) отключить.

Вопрос 3. Что является частотой основной гармоники в этом ряде Фурье?

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_1) + \dots + A_{km} \cdot \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots =$$

1) $\psi_1 \dots \psi_k$; 2) A_0 ; 3) ω ; 4) $A_{1m} \dots A_{km}$.

Вопрос 4. Несинусоидальный ток содержит первую и третью гармоники.

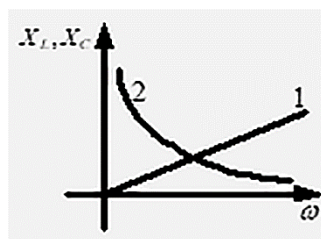
Действующие значения токов первой и третьей гармоники $I_1 = 8$ А; $I_3 = 6$ А.

Активное сопротивление $R = 2$ Ом. Определите активную мощность.

1) 62,5 Вт; 2) 122,5 Вт; 3) 125 Вт; 4) 200 Вт.

Вопрос 5. Определите, какой элемент имеет характеристику 2.

- 1) емкость;
- 2) активное сопротивление;
- 3) индуктивность.

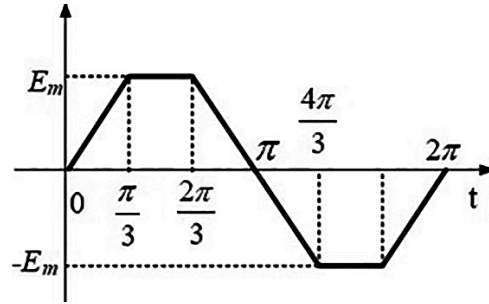


Вопрос 6. Как изменится входное сопротивление для пятой гармоники несинусоидального напряжения, если $R = 10$ Ом; $L = 0,8$ мГн; $C = 400$ мкФ.

- 1) увеличится;
- 2) не хватает данных;
- 3) уменьшится;
- 4) не изменится.

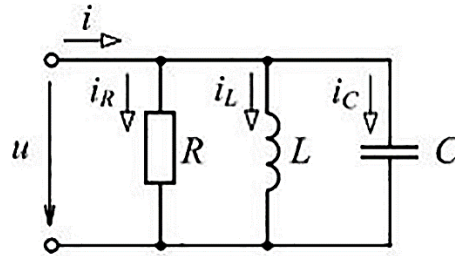
Вопрос 7. Какие составляющие не содержит несинусоидальная кривая?

- 1) гармоники нечетного порядка;
- 2) гармоники четного порядка;
- 3) ряд синусоид;
- 4) другое.



Вопрос 8. Напряжение на входе представленной схемы содержит, кроме основной, высшие гармоники. Наибольшее процентное содержание высших гармоник относительно основной будет наблюдаться:

- 1) в токе на входе i ;
- 2) в токе на индуктивности i_L ;
- 3) в токе на емкости i_C ;
- 4) в токе на активном элементе i_R .



Вопрос 9. Какая из кривых тока будет совпадать по форме с кривой напряжения для исходных данных предыдущего вопроса?

- 1) ток на входе i ;
- 2) ток на индуктивности i_L ;
- 3) ток на емкости i_C ;
- 4) ток на активном элементе i_R .

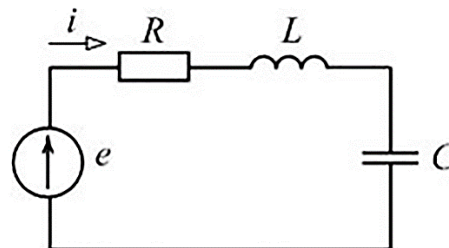
Вопрос 10. Для изображенной схемы ряд Фурье имеет вид:

$$e(t) = 100 + 200 \cdot \sin\omega t + 40 \cdot \sin 3\omega t, B$$

Исходные данные: $\omega = 1000 \frac{\text{рад}}{c}$; $R = 10 \text{ Ом}$; $L = 10 \text{ мГн}$; $C = 100 \text{ мкФ}$.

Чему будет равна амплитуда первой гармоники I_{1m} ?

- 1) 0 А;
- 2) 10 А;
- 3) 4 А;
- 4) 20 А.



Вопрос 11. Для схемы из предыдущего вопроса определите напряжение, измеряемое вольтметром электромагнитной системы, если ЭДС задано рядом Фурье: $e = 4 + 10 \sin \omega t + 6 \sin 2\omega t$.

- 1) 6,7 В; 2) 20 В; 3) 12,3 В; 4) 9,2 В.

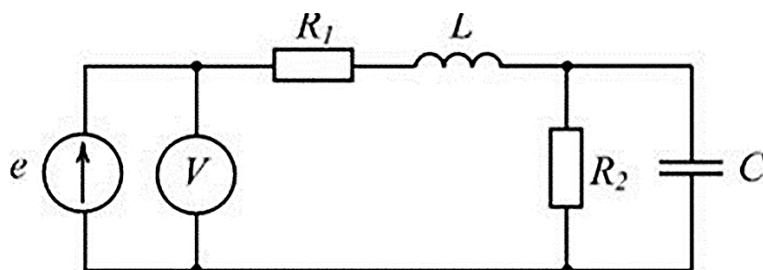
Вопрос 12. Для изображенной схемы заданы ряды Фурье входного напряжения и тока:

$$e(t) = 40 + 50 \cdot \sin \omega t + 50 \cdot \sin 3\omega t;$$

$$i(t) = 0,1 + 0,5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 45^\circ) + 0,2 \cdot \sin(3\omega t - 60^\circ)$$

Активная мощность, отдаваемая источником, составит:

- 1) 9 Вт;
2) 34 Вт;
3) 19 Вт;
4) 85 Вт.



Вопрос 13. Напряжение на входе выпрямителя определяется выражением: $u(t) = 38 + 60 \cdot \sin \omega t - 25 \cdot \sin 2\omega t - 5 \cdot \sin 4\omega t$.

Чему равен коэффициент пульсации по напряжению?

- 1) 1,15; 2) 2,02; 3) 3,64; 4) 1,58.

Вопрос 14. Если кривая несинусоидального напряжения симметрична относительно начала координат, то в разложении ряд Фурье содержит только:

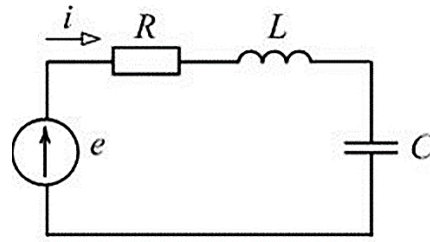
- 1) четные гармоники;
2) косинусные составляющие;
3) нечетные гармоники;
4) синусные составляющие.

Вопрос 15. Чему будет равна постоянная составляющая (нулевая гармоника) тока для представленной схемы, если ряд Фурье имеет вид:

$$u(t) = 100 + 200 \cdot \sin \omega t + 40 \cdot \sin 3\omega t$$

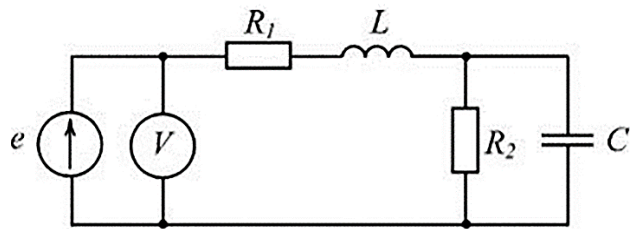
Исходные данные: $\omega = 1000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $R = 10 \text{ Ом}$; $L = 10 \text{ мГн}$; $C = 100 \text{ мкФ}$.

- 1) $I_0 = 0$ A;
- 2) $I_0 = 10$ A;
- 3) $I_0 = 20$ A;
- 4) $I_0 = 34$ A.



Вопрос 16. Определите для представленной схемы напряжение, измеряемое вольтметром электромагнитной системы, если ЭДС представлено рядом Фурье: $e(t) = 4 + 10 \cdot \sin \omega t + 6 \cdot \sin 2\omega t$.

- 1) 9,2 В;
- 2) 6,7 В;
- 3) 12,3 В;
- 4) 20 В.



Вопрос 17. Выберите формулу для определения коэффициента формы:

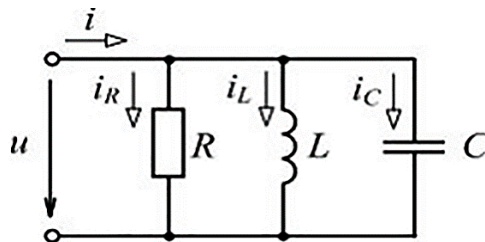
- 1) $k_\phi = \frac{A}{A_{cp}}$; 2) $k_\phi = \frac{A}{A_{cp}}$; 3) $k_\phi = \frac{A}{A_{cp}}$; 4) $k_\phi = \frac{A}{A_{cp}}$.

Вопрос 18. Если несимметричное напряжение задано графиком функции, симметричной относительно оси абсцисс, то ряд Фурье содержит:

- 1) четные гармоники; 2) нечетные гармоники;
- 3) постоянную составляющую.

Вопрос 19. Для представленной схемы при определенных условиях для какой-то из гармоник может возникнуть:

- 1) резонанс токов;
- 2) согласованный режим;
- 3) резонанс напряжений;
- 4) режим холостого хода.



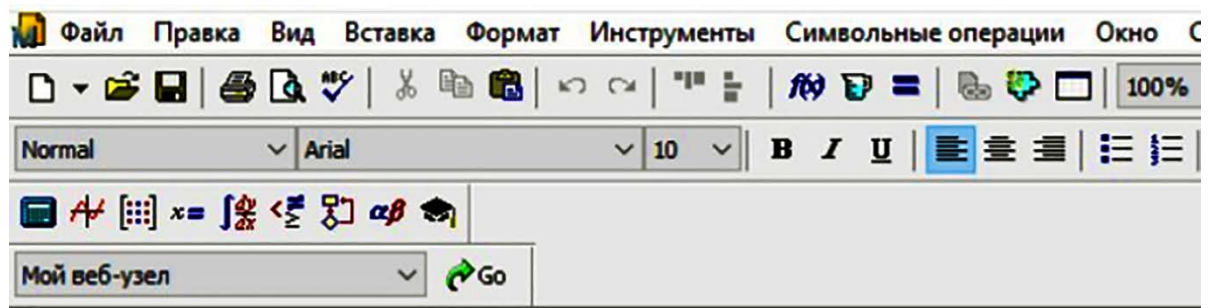
Вопрос 20. Какой вид графика функции имеет представленный ряд Фурье?

$$f(\omega t) = B_{1m} \cdot \sin \omega t + B_{2m} \cdot \sin 2\omega t + \dots + B_{km} \cdot \sin k\omega t$$

- 1) симметричный относительно начала координат;
- 2) симметричный относительно оси ординат;
- 3) симметричный относительно оси абсцисс.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники : учебник. Том 2. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. – Москва: Юрайт, 2020. – 389 с.
2. Литвинов, Б. В. Основы теории цепей : учебное пособие / Б. В. Литвинов, О. Б. Давыденко, И. И. Заякин. – Москва : Юрайт, 2024. – 339 с.
3. Мельников, А. С. Электрические цепи при несинусоидальных токах : учебное пособие / А. С. Мельников, М. В. Шевченко. – Благовещенск : Дальневосточный государственный аграрный университет, 2015. – 100 с.
4. Потапов, Л. А. Основы теории цепей : учебное пособие / Л. А. Потапов. – Москва : Юрайт, 2024. – 198 с.
5. Теоретические основы электротехники. Нелинейные электрические цепи. Электромагнитное поле : учебное пособие / Г. И. Атабеков, С. Д. Купалян, А. Б. Тимофеев, С. С. Хухриков. – Санкт-Петербург : Лань, 2020. – 432 с.
6. Электротехника и электроника. Том 1. Электрические и магнитные цепи : учебник и практикум / под общ. ред. В. П. Лунина. – Москва : Юрайт, 2024. – 255 с.



$$I_{11} := \frac{U_1}{Z_{1vx}} = 9.623 + 3.674i$$

$$|I_{11}| = 10.3$$

$$\phi_{00} := \arg(I_{11}) = 0.365$$

$$\phi_{11} := \frac{\arg(I_{11})}{\circ} = 20.9$$

$$\phi_{22} := \frac{\arg(I_{11})}{\text{deg}} = 20.9$$

$$U_1 = 217.789$$

$$I_{12} := \frac{U_1 - I_{11} \cdot Z_{111}}{Z_{12}} = 8.814 + 5.077i$$

$$I_{11} \cdot Z_{111} + I_{12} \cdot Z_{12} = 217.789$$

$$I_{13} := I_{11} - I_{12} = 0.808 - 1.403i$$

$$I_{11} - I_{12} - I_{13} = 0$$

$$i_{11}(t) := 10.3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[\omega t + (21 \cdot \text{deg})]$$

$$i_{11} := 10.3 \sqrt{2} = 14.566$$

$$i_{12}(t) := 14.28 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[\omega t + (30 \cdot \text{deg})]$$

$$i_{12} := 14.28 \sqrt{2} = 20.195$$

$$|I_{13}| = 1.619$$

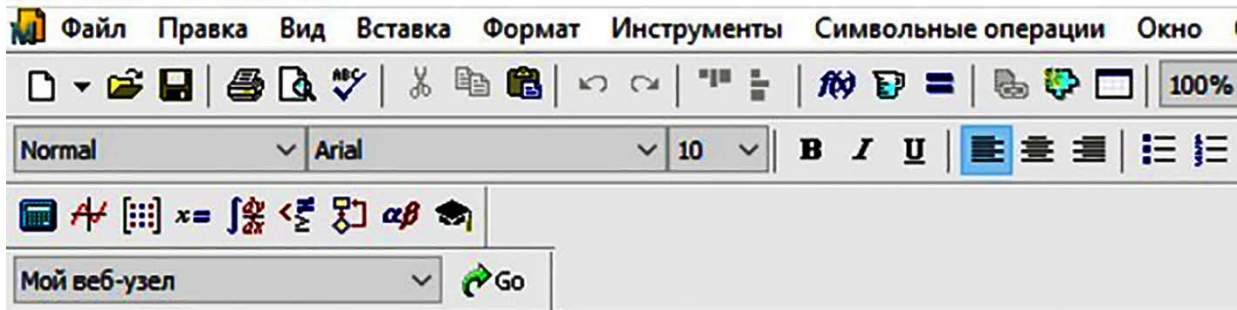
$$\phi_{00} := \arg(I_{13}) = -1.048$$

$$\phi_{11} := \frac{\arg(I_{13})}{\circ} = -60.058$$

Рисунок А.2 – Диалоговое окно расчета первой гармоники (часть II)

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

РАСЧЕТ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ В ПРОГРАММЕ MATHCAD



Третья гармоника

$$U_3 := \frac{-34}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot (\text{deg} \cdot 0)} = -24.042$$

$$|U_3| = 24.042$$

$$\phi_{03} := \arg(U_3) = 3.142$$

$$\phi_{111} := \frac{\arg(U_3)}{\circ} = 180$$

$$\phi_{222} := \frac{\arg(U_3)}{\text{deg}} = 180$$

$$Z_{31} := R_1 - \frac{i \cdot X_C}{3} = 10 - 3.032i \times 10^{-3}$$

$$Z_{311} := \sqrt{10^2 + (-3.032)^2} \cdot e^{i \cdot \text{atan}\left(\frac{-3.032}{1}\right)} = 10 - 3.032i$$

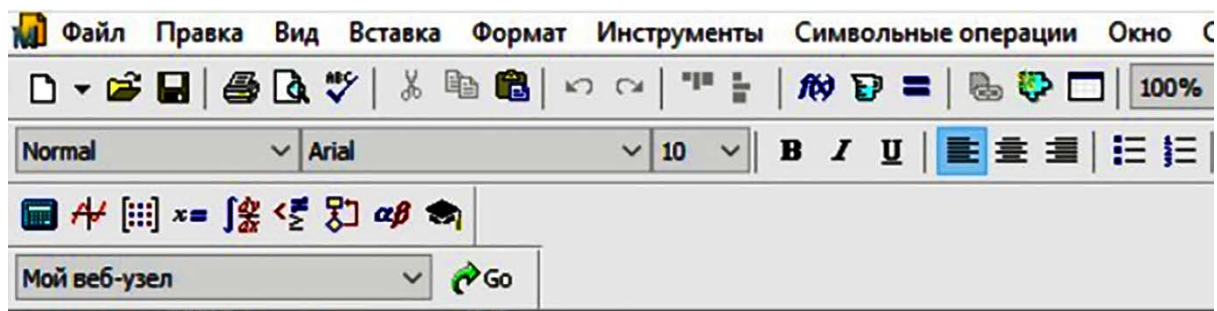
$$|Z_{311}| = 10.45$$

$$\phi_{031} := \arg(Z_{311}) = -0.294$$

$$\phi_{3111} := \frac{\arg(Z_{311})}{\circ} = -16.867$$

$$\phi_{3222} := \frac{\arg(Z_{311})}{\text{deg}} = -16.867$$

Рисунок Б.1 – Диалоговое окно расчета третьей гармоники (часть I)



deg

$$I_{31} := \frac{U_3}{Z_{3vx}} = -1.185 - 0.149i$$

$$i_{31}(t) := 1.19 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[3\omega t + (\text{deg} \cdot 187)]$$

$$i_{31} := 1.19 \cdot \sqrt{2} = 1.683$$

$$\phi_{311} := \frac{\arg(I_{31})}{\circ} = -172.857$$

$$U_3 = -24.042$$

$$I_{32} := \frac{U_3 - I_{31} \cdot Z_{311}}{Z_{32}} = -1.174 - 0.211i$$

$$i_{32}(t) := 1.193 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[\omega t + (-\text{deg} \cdot 170)]$$

$$|I_{32}| = 1.193$$

$$i_{32} := 1.193 \cdot \sqrt{2} = 1.687$$

$$I_{31} \cdot Z_{311} + I_{32} \cdot Z_{32} = -24.042$$

$$I_{33} := I_{31} - I_{32} = -0.011 + 0.062i$$

$$i_{33}(t) := 0.0622 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin[\omega t + (\text{deg} \cdot 95)]$$

$$I_{31} - I_{32} - I_{33} = 0$$

$$U_{m3} := 24 \cdot e^{i \cdot (\text{deg} \cdot 180)}$$

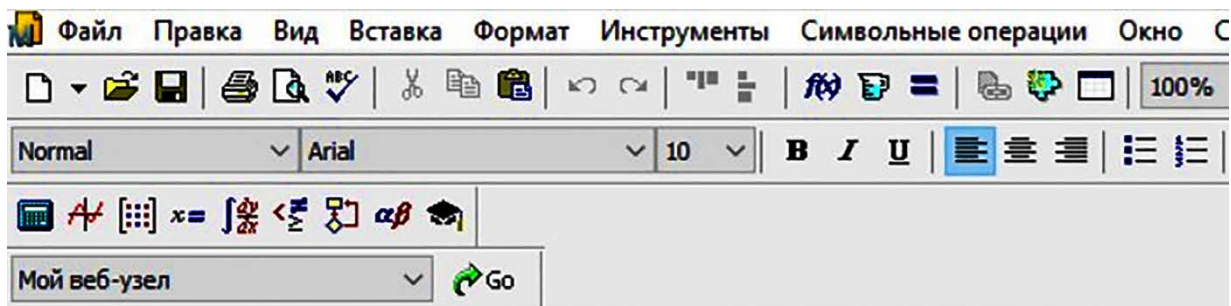
$$i_{33} := 0.0622 \cdot \sqrt{2} = 0.088$$

$$I_{m31} := 1.68 \cdot e^{i \cdot \text{deg} \cdot (-187)}$$

Рисунок Б.2 – Диалоговое окно расчета третьей гармоники (часть II)

ПРИЛОЖЕНИЕ В

РАСЧЕТ МОЩНОСТЕЙ В ПРОГРАММЕ MATHCAD



$$P := I11 \cdot U1 \cdot \cos(\text{deg} \cdot \Phi1) + I31 \cdot U3 \cdot \cos(\text{deg} \cdot \Phi3) + I51 \cdot U5 \cdot \cos(\text{deg} \cdot \Phi5) = 1.989 \times 10^3 + 750.922i$$

$$|P| = 2.126 \times 10^3$$

$$Q := I11 \cdot U1 \cdot \sin(\text{deg} \cdot \Phi1) + I31 \cdot U3 \cdot \sin(\text{deg} \cdot \Phi3) + I51 \cdot U5 \cdot \sin(\text{deg} \cdot \Phi5) = -754.762 - 287.237i$$

$$|Q| = 807.571$$

$$P := P_{\text{potr1}} + P_{\text{potr3}} = 2.094 \times 10^3$$

$$Q := Q_{\text{potr1}} + Q_{\text{potr3}} = -803.76$$

$$S_{\text{ist}} := \sqrt{U1^2 + U3^2 + U5^2} \cdot \sqrt{I11^2 + I31^2 + I51^2} = 2.127 \times 10^3 + 803.604i$$

$$|S_{\text{ist1}}| = 2.248 \times 10^3$$

$$T := \sqrt{S_{\text{ist}}^2 + P^2 + Q^2} = 3.037 \times 10^3 + 562.775i$$

$$|T| = 3.089 \times 10^3$$

$$\lambda := \frac{P}{S_{\text{ist}}} = 0.861 - 0.325i$$

$$|\lambda| = 0.921$$

Рисунок В.1 – Диалоговое окно расчета мощностей

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

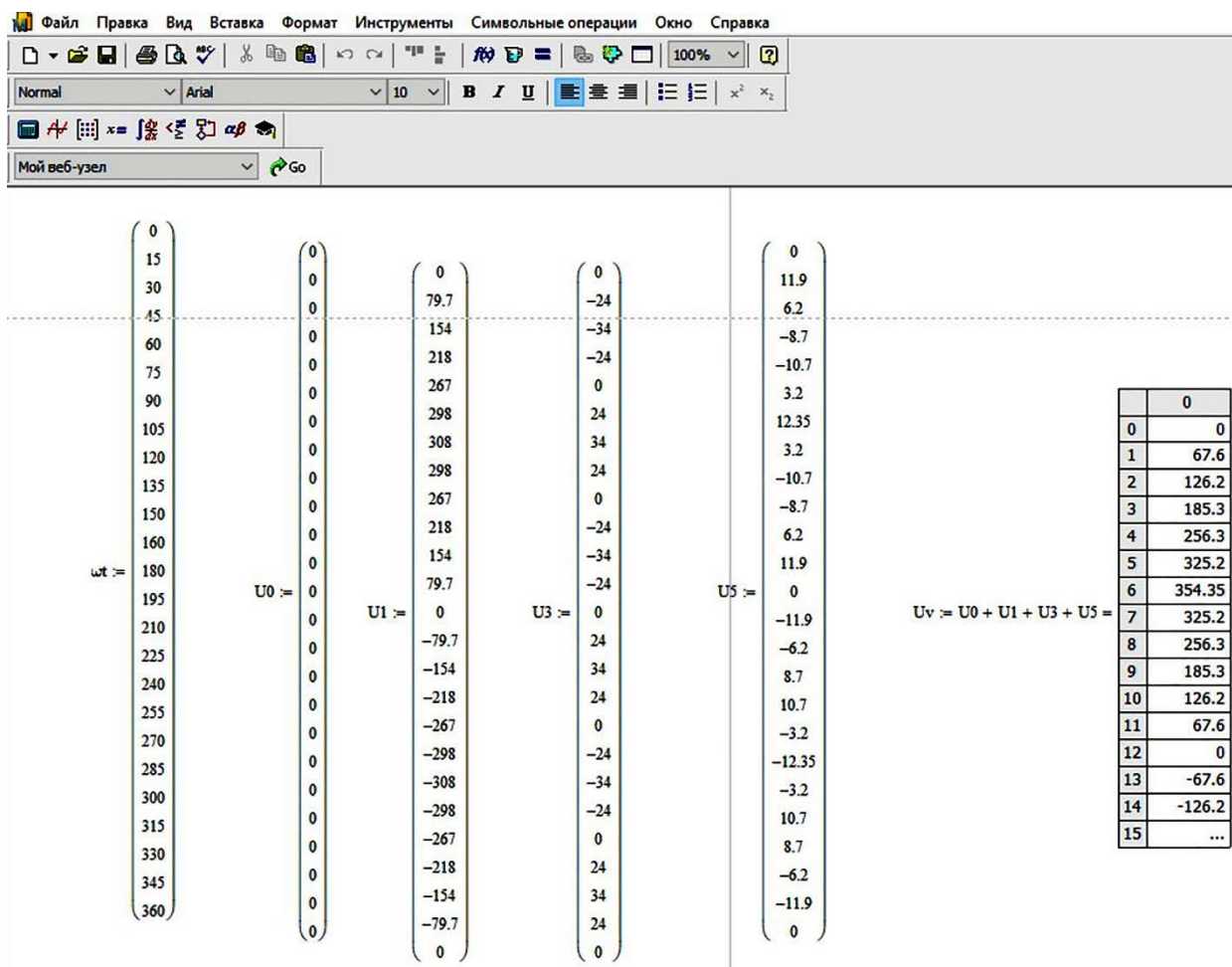


Рисунок Г.1 – Диалоговое окно расчета графических зависимостей

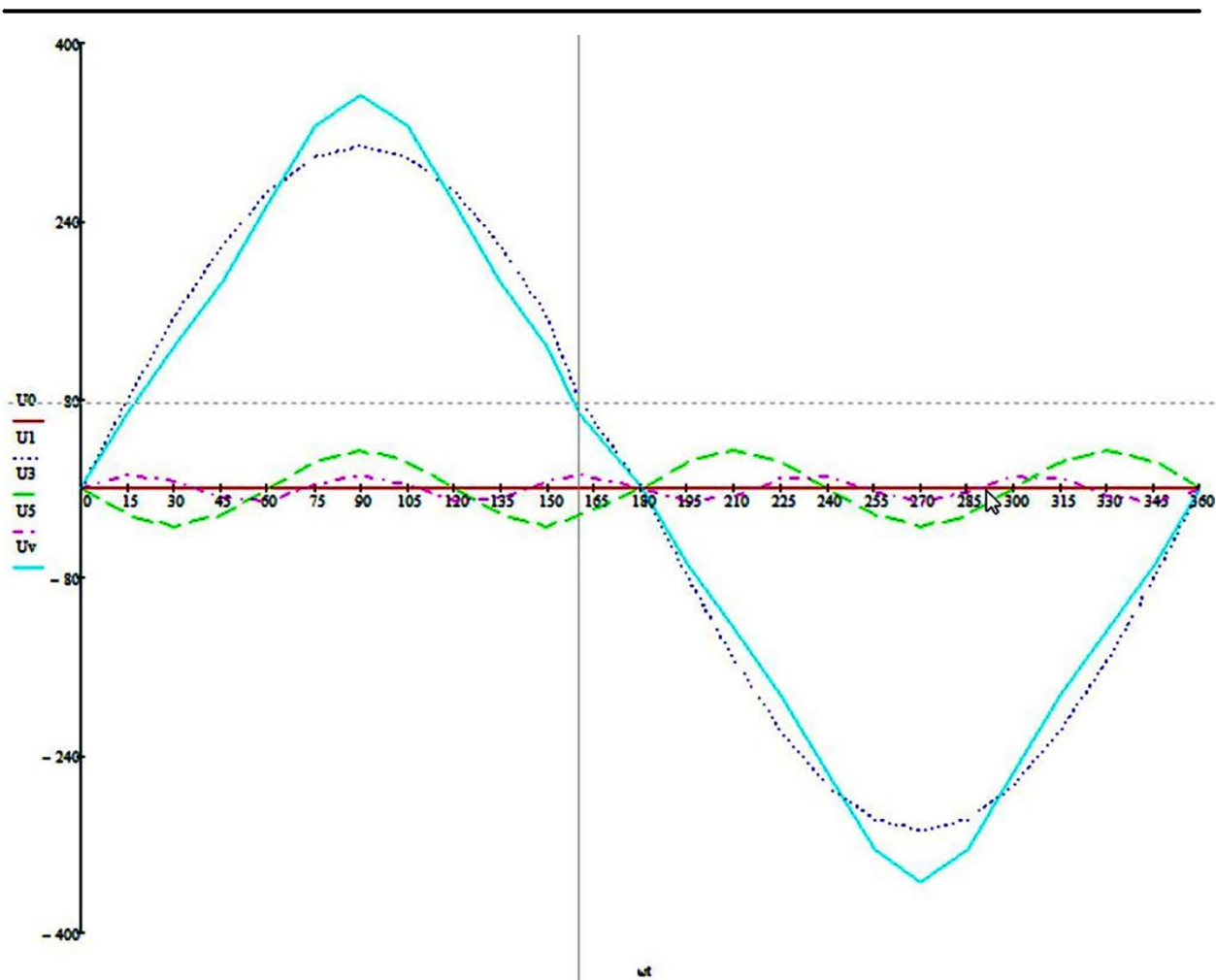


Рисунок Г.2 – Построение графических зависимостей

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ № _____

по дисциплине «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»

Тема « _____ »

Вариант № _____

Выполнил (а): (_____)

(и. о. фамилия,
номер группы)

Дата сдачи: _____

Подпись: _____

Проверил: (_____)

(и. о. фамилия,
должность, ученая степень)

Благовещенск, 20__ г.

Рисунок Д.1 – Рекомендуемая форма титульного листа

Учебное издание

Горбунова Людмила Николаевна, кандидат сельскохозяйственных наук

Юсифова Севда Фазиловна, преподаватель

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебное пособие

Подписано в печать 01.10.2025 г.

Формат 60×90/16. Уч.-изд. л – 2,51. Усл. печ. л. – 6,10.

Тираж по требованию. Заказ 165.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Дальневосточный государственный аграрный университет»

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии
Дальневосточного государственного
аграрного университета
675005, г. Благовещенск, ул. Политехническая, 86