

Т.Г. Молчанова

ГИДРАВЛИКА

Практикум

Благовещенск 2014

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА И ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА

Т.Г. Молчанова

ГИДРАВЛИКА

Практикум

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области природообустройства и водопользования
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению подготовки
280 100.62 «Природообустройство и водопользование»*

Благовещенск
Издательство ДальГАУ
2014

УДК
ББК

Молчанова, Т.Г. Гидравлика: практикум / Т.Г. Молчанова. – Благовещенск: ДальГАУ, 2014. – 156 с.

В практикуме предлагаются теоретические и практические аспекты решения задач, охватывающие основные разделы гидравлики: основные физические свойства жидкостей, гидростатика, гидродинамика, истечение жидкостей из отверстий и насадков, движение жидкостей в трубопроводах.

Учебное пособие может быть использовано для приобретения студентами практических навыков в решении задач по основным разделам гидравлики, элементного проектирования разделов ВКР а также для углубленного изучения и закрепления знаний.

Рецензенты:

А.А. Яременко,

канд.с.-х.наук, директор ФГБУ «Амурмелиоводхоз»;

Е.В. Малеева,

завкафедрой строительного дела (ТИ) филиала
ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный Федеральный
Университет им. М.К. Амосова», доцент

Редактор А.И. Казимова

ISBN 978-5-9642-0229-8

© Молчанова Т.Г., 2014
© Издательство ДальГАУ, 2014

ВВЕДЕНИЕ

Гидравлика представляет собой теоретическую дисциплину, изучающую вопросы, связанные с механическим движением жидкости в различных природных и техногенных условиях. Поскольку жидкость (и газ) рассматриваются как непрерывные и неделимые физические тела, то гидравлику часто рассматривают как один из разделов механики, так называемых сплошных сред, к каковым принято относить и особое физическое тело - жидкость. По этой причине гидравлику часто называют механикой жидкости или гидромеханикой; предметом её исследований являются основные законы равновесия и движения жидкостей и газов. Как в классической механике, в гидравлике можно выделить общепринятые составные части: гидростатику, изучающую законы равновесия жидкости; кинематику, описывающую основные элементы движущейся жидкости и гидродинамику, изучающую основные законы движения жидкости и раскрывающую причины её движения.

Гидравлику можно назвать базовой теоретической дисциплиной для обширного круга прикладных наук, с помощью которых исследуются процессы, сопровождающие работу гидравлических машин, гидроприводов. С помощью основных уравнений гидравлики и разработанных ею методов исследования решаются важные практические задачи, связанные с транспортом жидкостей и газов по трубопроводам, а также с транспортом твёрдых тел по трубам и другим руслам. Гидравлика также решает важнейшие практические задачи, связанные с равновесием твёрдых тел в жидкостях и газах, то есть изучает вопросы плавания тел[8].

Широкое использование в практической деятельности человека различных гидравлических машин и механизмов ставит гидравлику в число важнейших дисциплин, обеспечивающих научно-технический прогресс[2].

По этой причине особый интерес человек проявил к жидкостям на самой ранней стадии своего развития. Вода и воздух (иначе жидкость и газ) были отнесены к числу основных стихий природы уже первобытным челове-

ком. История свидетельствует об успешном решении ряда практических задач с использованием жидкостей уже на самых ранних стадиях развития человека. Первым же научным трудом по гидравлике следует считать трактат Архимеда «О плавающих телах» (250 г. до н. э.). Однако в дальнейшем на протяжении нескольких столетий в развитии человечества наступила эпоха всеобщего застоя, когда развитие знаний и практического опыта находились на весьма низком уровне. В последующую за этим эпоху возрождения началось бурное развитие человеческих знаний, науки, накопление практического опыта. Наравне с развитием других наук начала развиваться и наука об изучении взаимодействия жидких тел.

Первыми крупными работами в этой области следует считать работы Леонардо да Винчи (1548-1620) - в области плавания тел, движения жидкостей по трубам и каналам. В работах Галилео Галилея (1564 - 1642) были сформулированы основные принципы равновесия и движения жидкости; работы Эванджелиста Торичелли (1604 - 1647) были посвящены решению задач по истечению жидкости из отверстий, а Блез Паскаль (1623 - 1727) исследовал вопросы по передаче давления в жидкости. основополагающие и обобщающие работы в области механики физических тел, в том числе и жидких, принадлежат гениальному английскому физика Исааку Ньютону (1643 - 1727), который впервые сформулировал основные законы механики, закон всемирного тяготения и закон о внутреннем трении в жидкостях при их движении.

Развитию гидромеханики (гидравлики) как самостоятельной науки в значительной степени способствовали труды русских учёных Даниила Бернулли (1700 - 1782), Леонарда Эйлера (1707 - 1783), М.В. Ломоносова (1711 - 1765). Работы этих великих русских учёных обеспечили настоящий прорыв в области изучения жидких тел: ими впервые были опубликованы дифференциальные уравнения равновесия и движения жидкости Эйлера, закон сохра-

нения энергии Ломоносова, уравнение запаса удельной энергии в идеальной жидкости Бернулли.

Развитию гидравлики как прикладной науки и сближению методов изучения теоретических и практических вопросов, используемых гидравликой и гидромеханикой способствовали работы французских учёных Дарси, Буссинэ и других, а также работы Н.Е. Жуковского. Благодаря трудам этих учёных, а также более поздним работам Шези, Вейсбаха, Прандля удалось объединить теоретические исследования гидромеханики с практическими и экспериментальными работами, выполненными в гидравлике. Работы Базена, Пуазейля, Рейнольдса, Фруда, Стокса и других развили учение о динамике реальной (вязкой) жидкости. Дифференциальное уравнение Навье - Стокса позволило описать движение реальной жидкости как функцию параметров этой жидкости в зависимости от внешних условий. Дальнейшие работы в области теоретической и прикладной гидромеханики были направлены на развитие методов решения практических задач, развитие новых методов исследования, новых направлений: теория фильтрации, газо- и аэродинамика и др[1].

1 ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

1.1 Плотность

Плотностью ρ (кг/м³) называется масса единицы объема жидкости

$$\rho = \frac{m}{W}, \quad (1.1)$$

где m – масса жидкого тела, кг; W – объем, м³.

Плотность жидкостей уменьшается с увеличением температуры. Исключение представляет вода в диапазоне температур от 0 до 4 °С, когда ее плотность увеличивается, достигая наибольшего значения при температуре 4 °С $\rho = 1000$ кг/м³.

1.2 Удельный вес

Удельным весом жидкости называется вес единицы объема этой жидкости

$$\gamma = \frac{G}{W}, \quad (1.2)$$

где G – вес жидкого тела, Н; W – объем, м³.

Для воды при температуре 4 °С $\gamma = 9810$ Н/м³.

Между плотностью и удельным весом существует связь

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (1.3)$$

где g – ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с².

Сопротивление жидкостей изменению своего объема под действием давления и температуры характеризуется коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

1.3 Коэффициент объемного сжатия

Коэффициент объемного сжатия – это относительное изменение объема жидкости при изменении давления на единицу

$$\beta_w = -\frac{\Delta W}{W \cdot \Delta \rho} = \frac{\Delta \rho}{\rho \cdot \Delta \rho}, \quad (1.4)$$

где ΔW – изменение объема W ; $\Delta \rho$ – изменение плотности ρ , соответствующие изменению давления на величину Δp .

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется модулем упругости жидкостей $E_{ж}$ (Па)

$$E_{ж} = 1 / \beta_w. \quad (1.5)$$

1.4 Коэффициент температурного расширения

1. Коэффициент температурного расширения выражает относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на один градус

$$\beta_t = -\frac{\Delta W}{W \cdot \Delta t}, \quad (1.6)$$

где ΔW – изменение объема W , соответствующее изменению температуры на величину Δt .

1.5 Вязкость

Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. Вязкость проявляет-

ся только при движении жидкости и сказывается на распределении скоростей по живому сечению потока.

Согласно гипотезе Ньютона сила внутреннего трения F в жидкостях пропорциональна градиенту изменения скорости $\frac{du}{dy}$, площади соприкосновения слоев S , зависит от рода жидкости и очень незначительно зависит от давления.

$$F = \mu \cdot S \frac{du}{dy},$$

где S – площадь соприкасающихся слоев, m^2 ; du – скорость смещения слоя "b" относительно слоя "a", m/s ; dy – расстояние, на котором скорость движения слоев изменилась на du , m ; $\frac{du}{dy}$ – градиент скорости, изменение скорости по нормали к направлению движения (s^{-1}); μ – коэффициент динамической вязкости. В практике для характеристики вязкости жидкости чаще применяют не коэффициент динамической вязкости, а коэффициент кинематической вязкости. Коэффициентом кинематической вязкости называется отношение коэффициента динамической вязкости к плотности жидкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (1.7)$$

Вязкость жидкости зависит от рода жидкости, от температуры и от давления.

Вязкость жидкости определяют при помощи вискозиметра Энглера и выражают в градусах Энглера ($^{\circ}E$). Градус Энглера ($^{\circ}E$) есть отношение времени истечения испытуемой жидкости ко времени истечения дистиллированной воды. Для перехода от вязкости в градусах Энглера к коэффициенту кинематической вязкости применяется формула Убеллоде

$$\nu = \left(0,0731 \cdot {}^0E - \frac{0,0631}{{}^0E} \right) 10^{-4}. \quad (1.8)$$

Вязкость также определяют капиллярным вискозиметром Оствальда. Коэффициент кинематической вязкости в этом случае определяют по формуле

$$\nu = c \cdot T_{ж} \cdot 10^{-4}. \quad (1.9)$$

где c – постоянная прибора; $T_{ж}$ – время истечения жидкости, с.

1.6 Примеры решения задач

1. В отопительный котёл поступает вода с расходом $Q=5,56 \cdot 10^{-6}$ м³/с при температуре $t_1=70^\circ$ С. Сколько воды будет выходить из котла, если нагрев производится до температуры $t_2=90^\circ$ С ?

Решение.

Для решения этой задачи воспользуемся формулой определения коэффициента температурного расширения, который выражает относительное изменение объёма жидкости при изменении температуры на 1 градус

$$\beta_t = -\frac{\Delta W}{W \cdot \Delta t},$$

где ΔW - изменение объёма, соответствующего изменению температуры;

Δt - изменение температуры.

Поскольку объём и расход величины соотносительные, тогда

$$\beta_t = \frac{\Delta Q}{Q \cdot \Delta t}; \quad \beta_t = \frac{Q_2 - Q_1}{(t_2 - t_1) \cdot Q}; \quad \text{откуда}$$

$$Q_2 = \beta_t \cdot (t_2 - t_1) \cdot Q_1 + Q_1 = 719 \cdot 10^{-6} \cdot (90 - 70) \cdot 5,56 \cdot 10^{-6} + 5,56 \cdot 10^{-6} = 5,64 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}.$$

2. Трубопровод длиной $L = 90$ м и внутренним диаметром $d = 0,8$ м перед гидравлическим испытанием заполнен водой, находящейся под атмо-

сферным давлением. Определить, сколько надо добавить в трубопровод воды, чтобы давление в нем повысить до $P_2 = 2$ МПа. Температура воды $t = 20^\circ\text{C}$.

Решение.

Для решения этой задачи воспользуемся формулой определения коэффициента объемного сжатия, который выражает относительное изменение объёма жидкости на единицу изменения давления

$$\beta_p = \frac{\Delta W}{W \cdot \Delta p},$$

где ΔW – изменение объёма, соответствующего изменению давления;

Δp – изменение давления.

$$\beta_p = \frac{W_2 - W_1}{(p_2 - p_1) \cdot W_1}.$$

Определим первоначальный объем трубопровода

$$W_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot L = \frac{3,14 \cdot 0,8^2}{4} \cdot 90 = 45,216 \text{ м}^3.$$

Коэффициент объемного сжатия воды, соответствующий $t = 20^\circ\text{C}$, $P_2 = 2$ МПа: $\beta_p = 4,95 \text{ Па}^{-1}$.

Тогда

$$W_2 = \beta_p \cdot (p_2 - p_1) \cdot W_1 + W_1 = 4,95 \cdot 10^{-10} \cdot (2000 - 98,1) \cdot 45,216 + 45,216 = 45,216043 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = 45,216043 - 45,216 = 0,000043 \text{ м}^3 = 43 \text{ см}^3.$$

3. В вертикальном цилиндрическом резервуаре диаметром $d = 4,0$ м хранится 100 тонн нефти плотностью $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ при температуре $t = 0^\circ\text{C}$. Определить колебания уровня в резервуаре при колебании температуры нефти от 0°C до 30°C . Расширение резервуара не учитывать. Коэффициент температурного расширения нефти принять равным $\beta_t = 0,00072 \text{ К}^{-1}$.

Решение.

Определим вес нефти $G_f = \gamma_f \cdot W$, или можно записать: $G_f = g \cdot m$,

где: m = масса нефти – 100 т;

g = ускорение свободного падения = 9,81 м²/с.

Тогда

$$W_1 = \frac{G_n}{\gamma_n} = \frac{100000 \cdot 9,81}{9,81 \cdot 850} = 117,65 \text{ м}^3;$$

при $d = 4,0$ м и $W_1 = 117,65 \text{ м}^3$;

$$h_n = \frac{W_1 \cdot 4}{\pi \cdot D^2} = \frac{117,65 \cdot 4}{3,14 \cdot 4^2} = 9,37 \text{ м.}$$

Для решения этой задачи воспользуемся формулой определения коэффициента температурного расширения, который выражает относительное изменение объёма жидкости на единицу изменения температуры

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W \cdot \Delta t},$$

где ΔW - изменение объёма, соответствующего изменению давления;

Δt - изменение температуры.

$$\beta_t = \frac{W_2 - W_1}{(t_2 - t_1) \cdot W_1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} W_2 &= \beta_t \cdot (t_2 - t_1) \cdot W_1 + W_1 = \\ &= 0,00073 \cdot (30 - 0) \cdot 117,65 + 117,65 = 120,23 \text{ м}^3/\text{с}; \end{aligned}$$

$$h_{n2} = \frac{W_2 \cdot 4}{\pi \cdot D^2} = \frac{120,23 \cdot 4}{3,14 \cdot 4^2} = 9,57 \text{ м.}$$

$$\Delta h = h_{n2} - h_{n1} = 9,57 - 9,37 = 0,2 \text{ м} = 20 \text{ см.}$$

Следовательно, при повышении температуры до 30° С уровень нефти поднимется на 20 см.

2 ГИДРОСТАТИКА

2.1 Основное уравнение гидростатики

Абсолютное гидростатическое давление – модуль вектора сжимающего напряжения в жидкости, а модули нормальных напряжений на всех площадках, проходящих через точку А, равны между собой и называются абсолютным гидростатическим давлением.

$$p = \left| \vec{p} \right| = \lim_{ds \rightarrow 0} \frac{|\vec{dF}|}{ds}.$$

Давление – скалярная величина, имеющая размерность напряжения.

$$[p] = \frac{\text{сила}}{\text{площадь}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Абсолютное давление в жидкости можно вычислить по формуле (1), которая называется основным уравнением гидростатики, а также можно измерить с помощью приборов - мановакуумметров.

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h; \quad (2.1)$$

$$p_{\text{вес.}} = \rho \cdot g \cdot h, \quad (2.2)$$

где $p_{\text{вес}}$ – давление за счет веса жидкости (весовое давление или давление столба жидкости). Давление газа p_0 передается через жидкость на глубину h по закону Паскаля.

Основное уравнение гидростатики (1) связывает давления на двух горизонтальных плоскостях в жидкости.

Закон Паскаля: давление p_0 , созданное на жидкость любым путем, передается во все точки объёма жидкости без изменения.

Манометр измеряет избыток абсолютного давления над атмосферным.

$$p_m = p - p_{\text{ат.}} \quad (2.3)$$

Вакуумметр измеряет недостаток абсолютного давления до атмосферного.

$$p_v = p_{at} - p. \quad (2.4)$$

Используя показания приборов, можно определить абсолютное давление по формулам пересчета (2.5) и (2.6).

$$p = p_{at} + p_m; \quad (2.5)$$

$$p = p_{at} - p_v. \quad (2.6)$$

Атмосферное давление p_{at} определяется по барометру. Если p_{at} не задано, оно принимается равным: $p_{at}=10^5\text{Па}=0,1\text{МПа}$.

2.2 Свойства гидростатического давления

1. Во всех точках горизонтальной площади, проведенной через однородную жидкость, давление одинаково.

2. В данной точке внутри жидкости давление по всем направлениям одинаково. Это означает, что давление в жидкости на определенном уровне можно определять и сверху, и снизу, и слева, и справа.

3. На внешней поверхности жидкости давление направлено перпендикулярно к поверхности. В противном случае на жидкость действовали бы касательные силы, и она бы двигалась.

4. При перемещении в жидкости сверху вниз давление увеличивается

$$p_3 > p_2 > p_1 > p_0 .$$

Молекулы жидкости, стремясь освободиться от сжимающих напряжений, в свою очередь оказывают силовое воздействие на окружающие поверхности (3-ий закон Ньютона – действие равно противодействию!). В результате и возникают силы давления на крышки в нашей задаче (рис. 1).

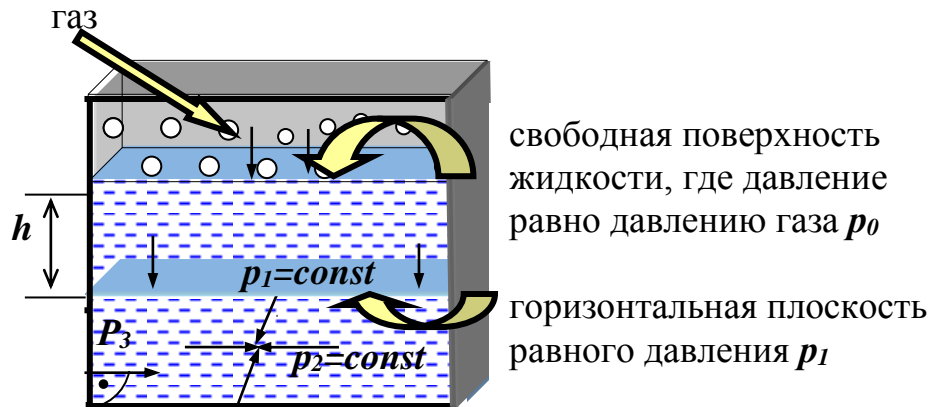


Рис.1. Иллюстрация к свойствам гидростатического давления

2.3 Сила давления на плоские поверхности

Сила давления - мера взаимодействия между жидкостью и стенкой. Она появляется потому, что жидкость на практике всегда находится в деформированном (сжатом) состоянии. На неё действуют собственный вес, реакции стенок и другие сжимающие силы. В результате деформации в жидкости появляется сжимающее напряжение, которое мы называем абсолютным давлением.

Необходимо определить силу давления жидкости на поверхность, имеющую ось симметрии и наклоненную под углом к горизонту. Форма поверхности значения не имеет. Она может быть круглой, треугольной, прямоугольной, трапецеидальной.

Абсолютное давление на поверхности контакта между жидкостью и стенкой определяет степень сжатия жидкости в окрестности точки. По 3-му закону Ньютона сжатая жидкость оказывает на поверхность такое же давление, но с противоположным знаком (аналогия со сжатой пружиной). Сумма воздействий жидкости на поверхность во всех её точках определяет суммарное давление на поверхность, или силу давления.

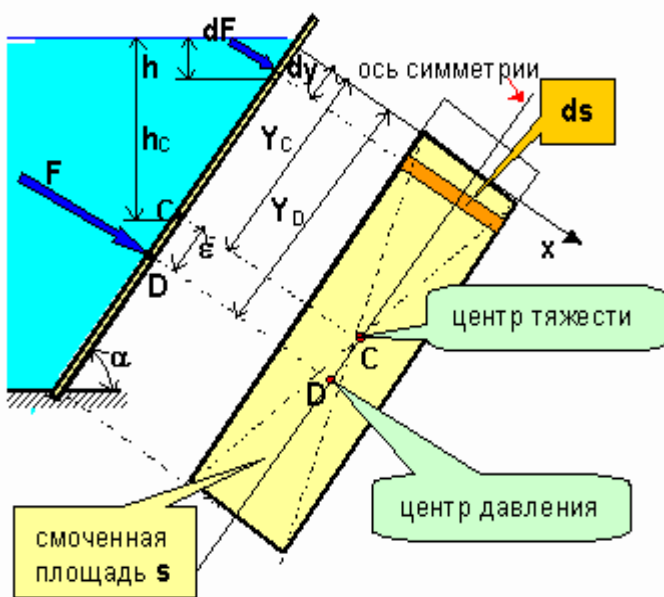
Рассмотрим простейший случай, когда резервуар открытый и на свободную поверхность жидкости действует атмосферное давление. Атмосферное давление передается по закону Паскаля через жидкость и действует на стенку изнутри. Так как снаружи также действует атмосферное давление, то в результате оно уравновешивается и не влияет на стенку.

Итак, в открытом резервуаре соприкасающиеся с жидкостью поверхности находятся под воздействием только весового давления (давления столба жидкости).

Сила давления столба жидкости - это вектор. Сила давления характеризуется величиной (модулем), направлением и точкой приложения.

- Направление силы всегда перпендикулярно площади стенки.

- Величина силы равна произведению площади стенки на давление в центре тяжести этой площади.



$F = p_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot s$, где h_c - глубина погружения в жидкость центра тяжести площади стенки s . Для доказательства разобьем смоченную жидкостью площадь s на площадку (рис. 2) величиной ds , которые ввиду малости можно считать горизонтальными. Во всех точках такой площадки давление столба жидкости можно

считать одинаковым и равным $=\rho \cdot g \cdot h$.

Рис. 2. Эпюра гидростатического давления на плоскую стенку

На площадку ds действует со стороны жидкости сила $dF = p \cdot s = \rho \cdot g \cdot h \cdot ds$. На всю площадь s будет действовать множество параллельных сил dF (увеличивающихся с глубиной из-за роста h). Результирующая сила F представляет собой алгебраическую сумму составляющих сил dF , то есть интеграл.

$$F = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot y_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot s,$$

где y - расстояние от любой площадки до поверхности жидкости, отсчитываемое в плоскости стенки. Произведение yds есть статический момент площади ds относительно оси x (ось x - линия пересечения поверхности жид-

кости с плоскостью стенки - линия уреза жидкости). Сумма таких произведений (интеграл) для всех площадок равна статическому моменту всей площади относительно оси x .

Замечая, что $\rho \cdot g \cdot h_C$ есть давление в центре тяжести стенки (в точке C), окончательно получим

$$F = p_C \cdot s. \quad (2.7)$$

Сила F пересекает площадь стенки в точке D , которая называется центр давления. Положение точки на плоскости определяется двумя координатами. Точка приложения равнодействующей силы должна быть расположена ниже центра тяжести площади стенки, поскольку с глубиной силы давления dF увеличиваются, а точка приложения равнодействующей параллельных сил всегда сдвигается к большей силе (теорема Вариньона - известный факт из теоретической механики).

Теорема Вариньона.

Момент равнодействующей силы относительно произвольной точки (оси) равен сумме моментов составляющих сил относительно этой точки (оси).

Подставляя выражение для силы F и представляя момент инерции относительно оси x как сумму момента инерции относительно центральной оси и произведения площади на квадрат расстояния между осями $I_x = I_C + y_C^2 \cdot s$, получим

$$y_D = \frac{\rho \cdot g \cdot \text{Sin}\alpha \cdot I_x}{F} = \frac{\rho \cdot g \cdot \text{Sin}\alpha \cdot (I_C + s \cdot l_C^2)}{\rho \cdot g \cdot h_C \cdot s} = l_C + \frac{I_C}{s \cdot y_C}.$$

Расстояние от центра тяжести до точки приложения силы $e = y_D - y_C$ определяется так

$$e = \frac{I_C}{s \cdot y_C}, \quad (2.8)$$

где I_C - момент инерции площади стенки относительно горизонтальной центральной оси. Это справочная величина, например, для круга $I_C = \pi d^4 / 64$.

Величина u_C равна расстоянию от центра тяжести до свободной поверхности жидкости (по оси симметрии стенки).

При определении величины силы в формулу подставляется давление в центре тяжести (в точке C), а сама сила приложена в центре давления (в точке D).

2.4 Сила давления на криволинейную поверхность, погружённую в жидкость

Выберем внутри покоящейся жидкости криволинейную поверхность $ABCD$, которая может быть частью поверхности некоторого тела, погруженного в жидкость (рис. 3).

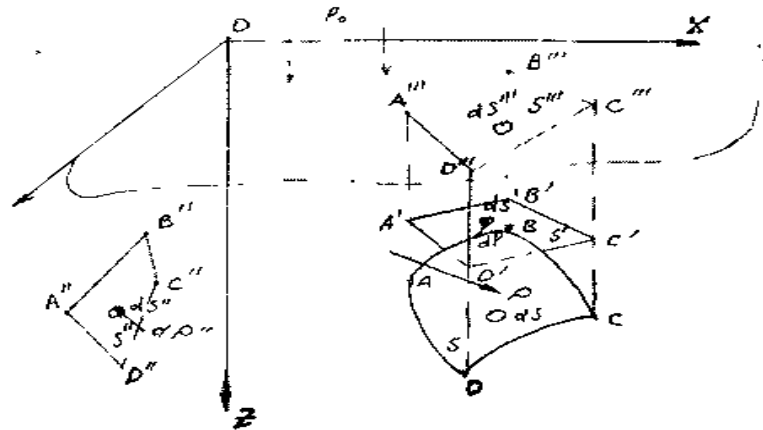


Рис. 3. Криволинейная поверхность

Построим проекции этой поверхности на координатные плоскости. Тогда в координатной плоскости XOZ проекцией этой поверхности будет плоская поверхность $A'B'C'D'$, в координатной плоскости YOZ — плоская поверхность $A''B''C''D''$ и в плоскости свободной поверхности жидкости (координатная плоскость XOY) — плоская поверхность $A'''B'''C'''D'''$. На криволинейной поверхности выделим малую площадку dS , проекции которой на координатные плоскости будут соответственно dS' , dS'' и dS''' . Сила давления на криволинейную поверхность dP будет направлена по внутренней нормали к этой поверхности и может быть представлена в следующем виде:

Горизонтальные составляющие могут быть определены, как силы давления на проекции малой площадки dS на соответствующие координатные плоскости

$$dP_x = (p_0 + \rho gh)dS \cos(\overline{dP, OX}),$$

$$m.e. dP_x = (p_0 + \rho gh)dS'$$

$$и dP_x = (p_0 + \rho gh)dS''$$

Интегрируя эти уравнения, получим (как в случае с давлением на наклонную поверхность)

$$P_x = (p_0 + \rho gh_o)S'$$

$$P_y = (p_0 + \rho gh_o)S'',$$

Вертикальная составляющая силы давления

$$P_z = \int_s p_o dS''' + \rho g \int_{s+1} h dS'''$$

Второй интеграл в этом равенстве представляет собой объём, образованный рассматриваемой криволинейной поверхностью ABCD и её проекцией на свободную поверхность жидкости $A''B''C''D''$ (т.е. S и S''). Этот объём принято называть телом давления $W_{m\partial}$.

$$P_p = p_o dS''' + \rho g W_{m\partial}.$$

Таким образом, горизонтальные составляющие силы давления на криволинейную поверхность равны давлениям на вертикальные проекции этой поверхности, а вертикальная составляющая равна весу тела давления и силе внешнего давления на горизонтальную проекцию криволинейной поверхности.

Основные уравнения гидростатики широко используются на практике. Примерами могут служить простейшие гидравлические машины - гидравлический пресс, построенный по принципу сообщающихся сосудов, и гидравлический аккумулятор.

Гидравлический пресс состоит из двух цилиндров - приводного и рабочего, соединенных между собой трубопроводом, и представляет систему сообщающихся сосудов. В приводном цилиндре перемещается плунжер малого диаметра d , в рабочем цилиндре находится поршень с большим диаметром D . Связь между плунжером и рабочим поршнем осуществляется через рабочую жидкость, заполняющую гидравлическую систему (сообщающиеся сосуды). Усилие F через рычаг передается рабочей жидкости.

Сила давления на жидкость под плунжером P_1 передаёт жидкости давление p , которое, в свою очередь, передаётся во все точки рабочего поршня.

$$P_1 = F \frac{l_2}{l_1}$$

$$p = \frac{P_1}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

Тогда сила давления на поверхность рабочего поршня будет равна

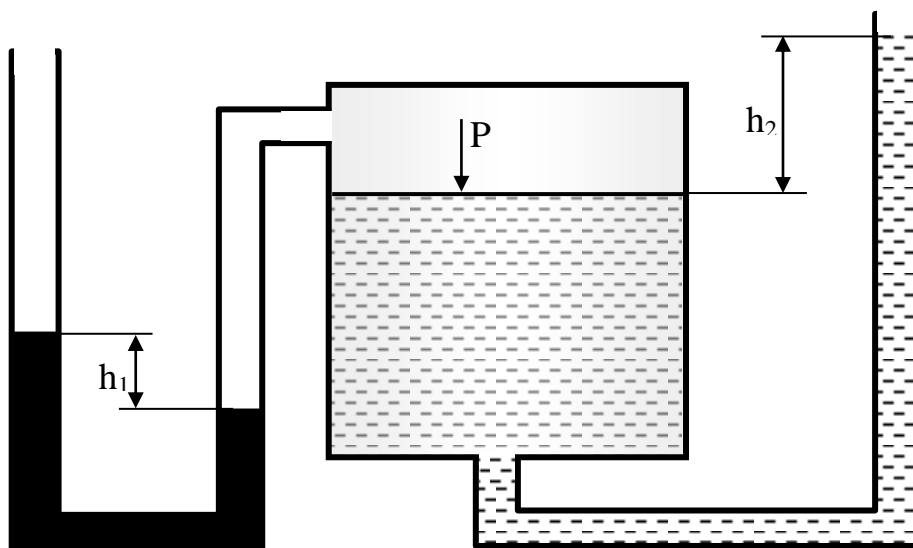
$$P_2 = p \frac{\pi D^2}{4}.$$

Таким образом, с помощью гидравлического прессы, приложенная к концу рычага сила увеличивается в $\frac{l_2}{l_1} \left(\frac{D}{d} \right)^2$ раз.

2.5 Примеры решения задач

1. Определить величину давления P в котле и пьезометрическую высоту h_2 , если высота поднятия ртути в ртутном манометре $h_1 = 0,12$ м (см. рис.). Плотность ртути $\rho_{рт} = 13550$ кг/м³.

Решение.



Для решения этой задачи воспользуемся основным уравнением гидростатики:

$$P_{полн} = P_0 + \gamma \cdot h,$$

где P_0 – давление на свободной поверхности жидкости;

γ – плотность жидкости;

$$\gamma_{в} = \rho \cdot g = 1000 \cdot 9,81 = 9,81 \text{ кН/м}^3;$$

$$\gamma_{рт} = \rho \cdot g = 13550 \cdot 9,81 = 132,925 \text{ кН/м}^3;$$

h – высота столба.

Составим уравнение равновесия, двигаясь слева направо по трубкам прибора

$$P_a + \gamma_{рт} \cdot h_1 = P;$$

$$98,1 + 132,926 \cdot 0,12 = 114,05 \text{ кПа.}$$

где $P_a = 98,1$ кПа – атмосферное давление.

Для определения высоты воды в пьезометре составим основное уравнение гидростатики для пьезометра:

$$P_a + \gamma_v \cdot h_2 = P;$$

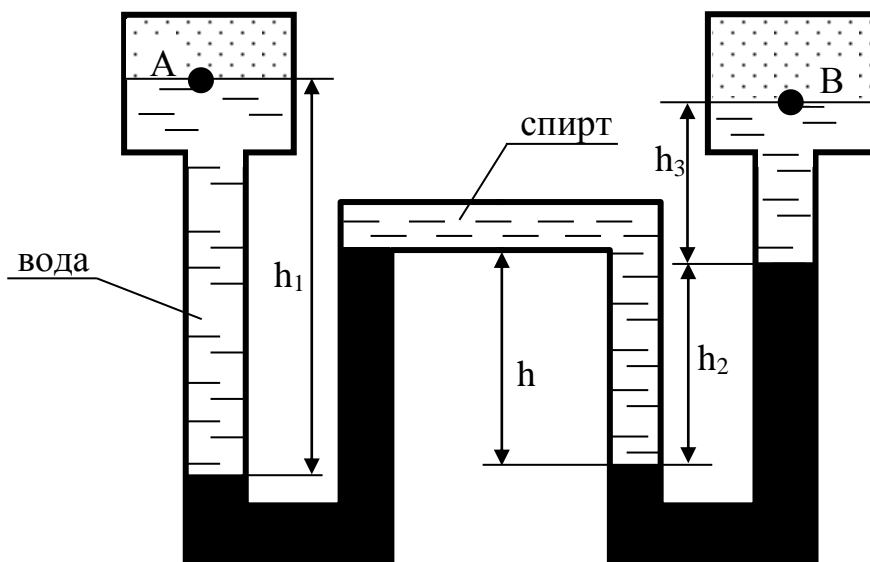
$$98,1 + 9,81 \cdot h_2 = 114,05 \text{ кПа.}$$

$$h_2 = \frac{P - P_a}{\gamma_v} = \frac{114,05 - 98,1}{9,81} = 1,63 \text{ м.}$$

2. Резервуары А и Б частично заполнены водой и газом. Определить избыточное давление газа на поверхности воды закрытого резервуара Б, если избыточное давление на поверхности воды в закрытом резервуаре равно $P_a = 99$ кПа, разность уровней ртути в двухколенном дифманометре $h = 0,35$ м, мениск ртути в левой трубке манометра ниже уровня воды на величину $h_3 = 0,25 h_1$, высота подъема ртути в правой трубке манометра $h_2 = 0,3$ м. Пространство между уровнями ртути в манометре заполнено этиловым спиртом.

Решение

Составим уравнение равновесия, двигаясь слева направо по трубкам прибора.



где $\gamma_v = 9,91 \text{ кН/м}^3$ - удельный вес воды;

$\gamma_{рт} = 133,4 \text{ кН/м}^3$ - удельный вес ртути;

$\gamma_{спирта} = 7,75 \text{ кН/м}^3$.

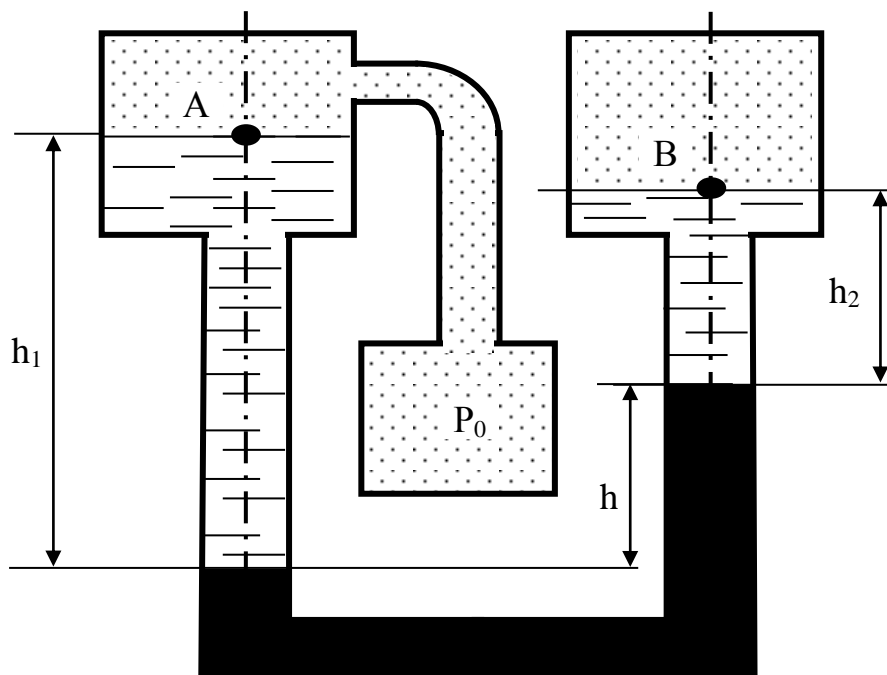
3. Резервуары А и В частично заполнены водой разной плотности (соответственно $\rho_a = 998 \text{ кг/м}^3$, $\rho_b = 1029 \text{ кг/м}^3$) и газом, причем к резервуару А подключен баллон с газом. Высота столба ртути в трубке дифманометра $h = 0,17 \text{ м}$, а расстояние от оси резервуаров до мениска ртути равны $h_1 = 0,4 \text{ м}$, $h_2 = 0,13 \text{ м}$. Какое нужно создать давление в баллоне, чтобы получить давление $P_b = 112 \text{ кПа}$ на свободной поверхности в резервуаре В?

Решение.

Составим уравнение равновесия, двигаясь, справа налево по трубкам прибора:

$$P_b + h_2 \cdot \gamma_w + \gamma_{рт} \cdot h - \gamma_w \cdot h_1 = P_a,$$

где $\gamma_w = g \cdot \rho_w = 9,81 \cdot 998 = 9790,38 \text{ Н/м}^3$ - удельный вес воды;



$\gamma_{рт} = g \cdot \rho_{рт} = 9,81 \cdot 1029 = 10094,5 \text{ Н/м}^3$ - удельный вес ртути

Определим абсолютное гидростатическое давление на свободной поверхности в резервуаре P_a

$$P_0 + h_2 \cdot \gamma_{\text{ж}} + \gamma_{\text{рт}} \cdot h - \gamma_{\text{ж}} \cdot h_1 =$$

$$112 + 9,79 \cdot 0,13 + 10,09 \cdot 0,17 - 9,79 \cdot 0,4 = 111,07 \text{ кПа}$$

Плотность газа во много раз меньше плотности жидкости, поэтому в данной задаче ей можно пренебречь, давление в баллоне P_0 будет равно давлению на поверхности жидкости P_a .

4. К двум резервуарам а и б, заполненным нефтью, присоединён дифференциальный ртутный манометр. Определить разность давлений в точках а и б, составив уравнение равновесия относительно плоскости равного давления. Разность показаний манометра $h=0,28$ м.

Решение.

Для решения этой задачи воспользуемся основным уравнением гидростатики

$$P_{\text{полн}} = P_0 + \gamma \cdot h,$$

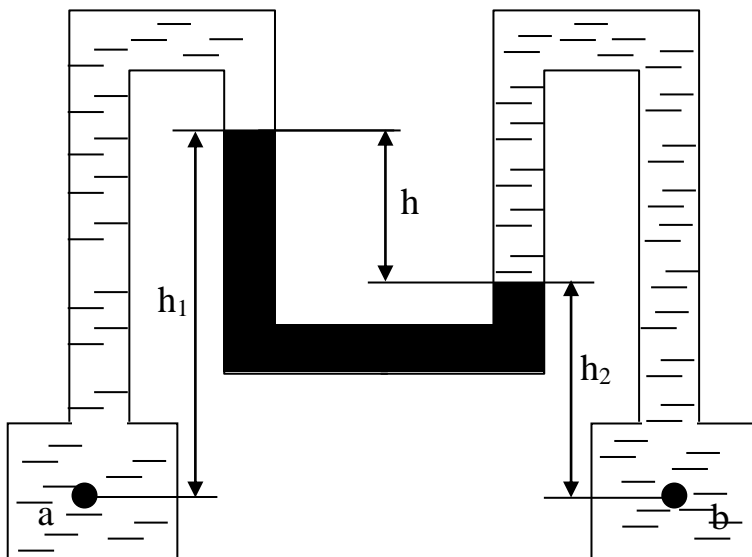
где P_0 – давление на свободной поверхности жидкости;

γ – плотность жидкости;

$$\gamma_{\text{н}} = 8,83 \text{ кН/м}^3;$$

$$\gamma_{\text{рт}} = 134,4 \text{ кН/м}^3;$$

h – высота столба.



Составим уравнение равновесия, двигаясь слева на право по трубкам прибора

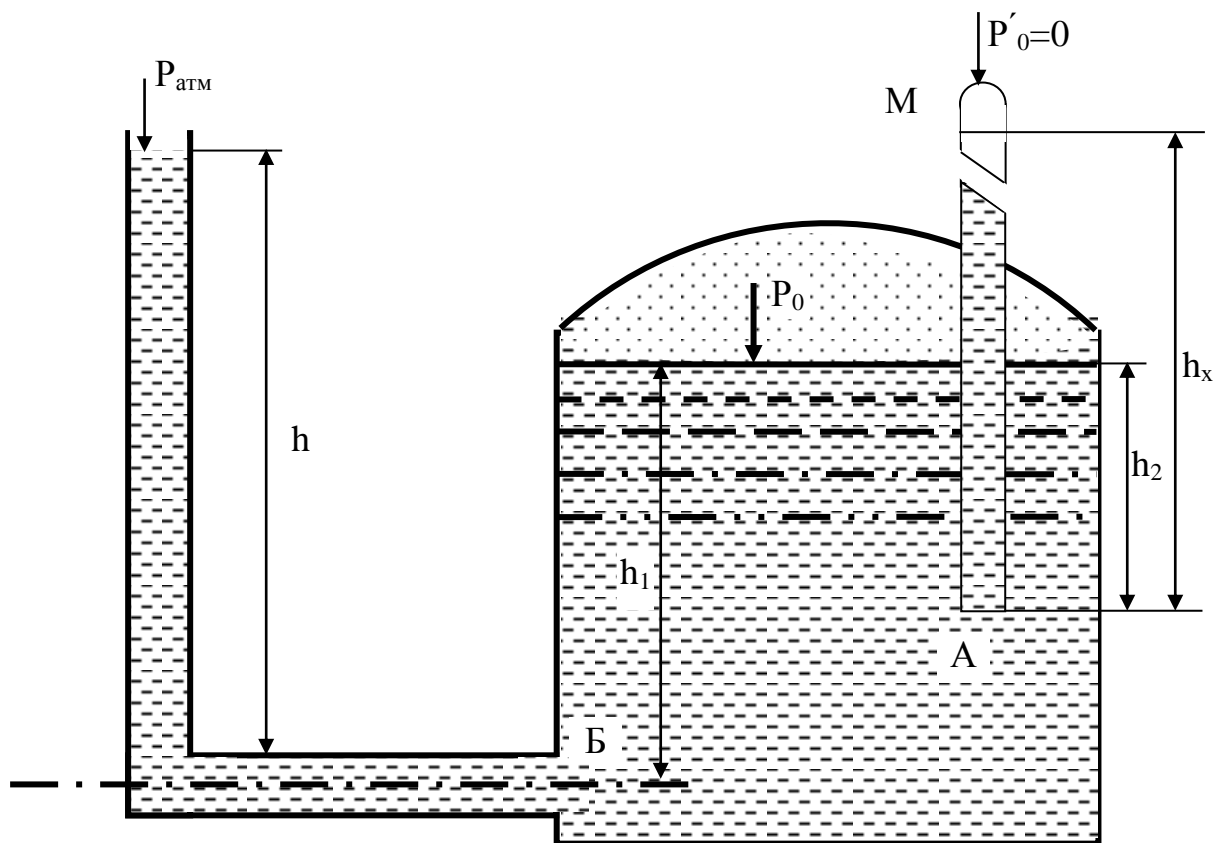
$$P_a - \gamma_n \cdot h_1 + \gamma_{pm} \cdot h - \gamma_n \cdot h + \gamma_n \cdot (h + h_2) = P_b.$$

После преобразования выражения получим

$$\square P = P_a - P_b = (\gamma_{pm} - \gamma_n) \cdot h = (133,4 - 8,83) \cdot 0,28 = 34,88 \text{ кПа}.$$

5. Определить приведённую пьезометрическую высоту h_x поднятия пресной воды в закрытом пьезометре (соответствующую абсолютному гидростатическому давлению в точке А), если показания открытого пьезометра $h=0,7$ м при атмосферном давлении, расстояние от свободной поверхности жидкости в резервуаре до точек А и Б соответственно $h_1=0,5$ м, а $h_2=0,2$ м.

Решение.



Составим уравнение равновесия для точки Б

$$P_{атм} + h \cdot \gamma_в = P_0 + \gamma_в \cdot h_1,$$

Определим абсолютное гидростатическое давление на свободной поверхности в резервуаре P_0

$$P_0 = P_{атм} + \gamma_в \cdot (h - h_1) = 98,1 + 9,81 \cdot (0,7 - 0,5) = 100,06 \text{ кПа}.$$

Вычислим абсолютное гидростатическое давление в точке А

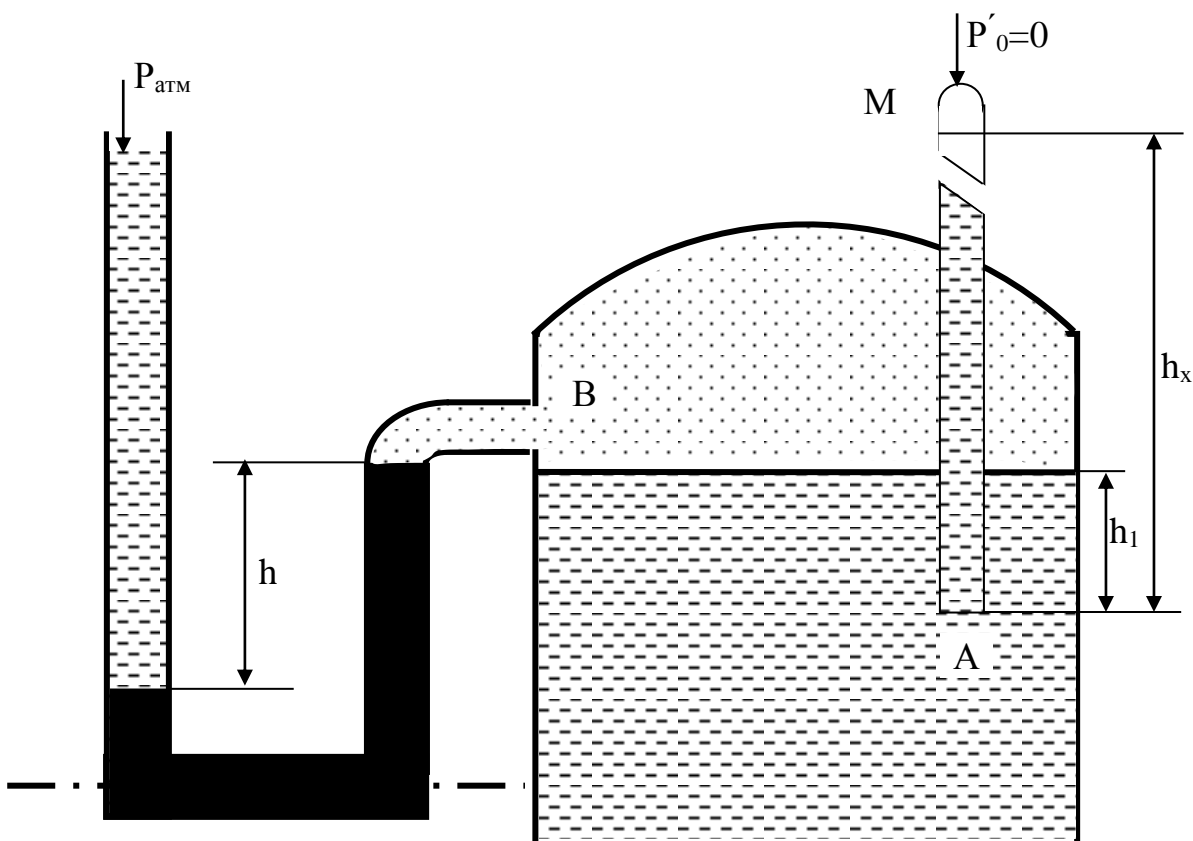
$$P_{абс} A = P_0 + \gamma_в \cdot (h_1 - h_2) = 100,06 + (0,5 - 0,2) \cdot 9,81 = 103,0 \text{ кПа}.$$

Найдём приведённую пьезометрическую высоту

$$h_x = \frac{P_{абс} A}{\gamma_в} = \frac{103,0}{9,81} = 10,5 \text{ м}.$$

6. Закрытый резервуар снабжён дифференциальным манометром, установленным в точке В и закрытым пьезометром. Определить приведённую пьезометрическую высоту h_x поднятия пресной воды в закрытом пьезометре (соответствующую абсолютному гидростатическому давлению в точке А), если при атмосферном давлении высота столба ртути в трубке дифференциального манометра $h=0,3$ м, а точка А расположена на глубине $h_1=0,7$ м от свободной поверхности.

Решение.



Рассчитаем абсолютное гидростатическое давление в точке В

$$P_{абсВ} = P_{атм} - \gamma_{рт} \cdot h_1 = 98,1 - 133,4 \cdot 0,3 = 58,08 \text{ кПа};$$

Определим абсолютное гидростатическое давление в точке А:

$$P_{абсА} = P_0 + \gamma_в \cdot h_1 = 58,08 + 9,81 \cdot 0,7 = 64,95 \text{ кПа}.$$

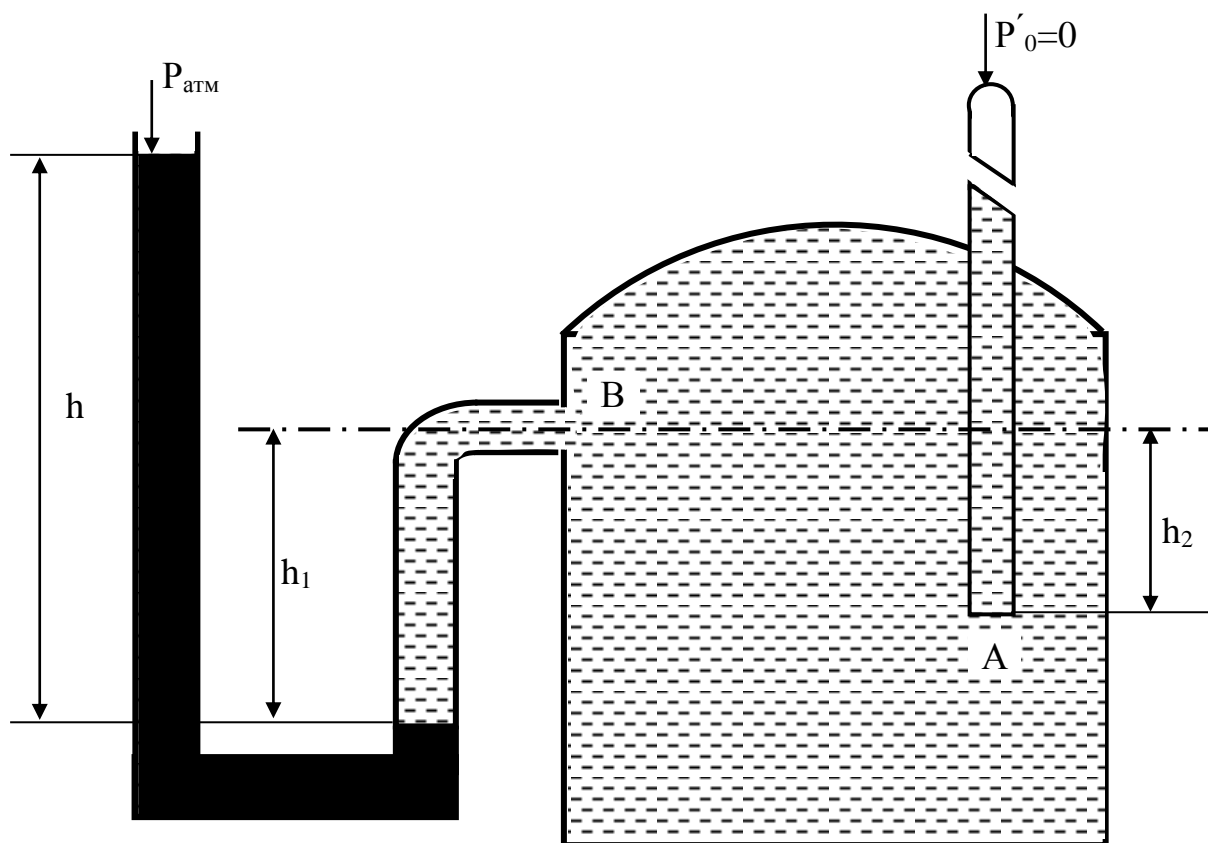
Найдём приведённую пьезометрическую высоту

$$h_x = \frac{P_{абсА}}{\gamma_в} = \frac{64,95}{9,81} = 6,62 \text{ м}.$$

$$P_{атм} = 98,1 \text{ кПа}, \gamma_{рт} = 133,4 \text{ кН/м}^3, \gamma_в = 9,81 \text{ кН/м}^3.$$

7. Определить абсолютное гидростатическое давление в точке А закрытого резервуара с дистиллированной водой, если при атмосферном давлении $P_{ат}$, высота столба ртути в трубке дифманометра $h=0,6$ м, а линия раздела между ртутью и водой расположена ниже точки В на величину $h_1=0,4$ м, точка В выше точки А на величину $h_2=0,3$ м.

Решение.



Рассчитаем абсолютное гидростатическое давление в точке В

$$P_{абс В} = P_{атм} + \gamma_{рт} \cdot h - \gamma_{в} \cdot h_1 = 98,1 - 133,4 \cdot 0,6 - 9,81 \cdot 0,4 = 174,216 \text{ кПа.}$$

Определим абсолютное гидростатическое давление в точке А

$$P_{абс А} = P_{абс В} + \gamma_{в} \cdot h_2 = 174,216 + 9,81 \cdot 0,3 = 177,16 \text{ кПа ;}$$

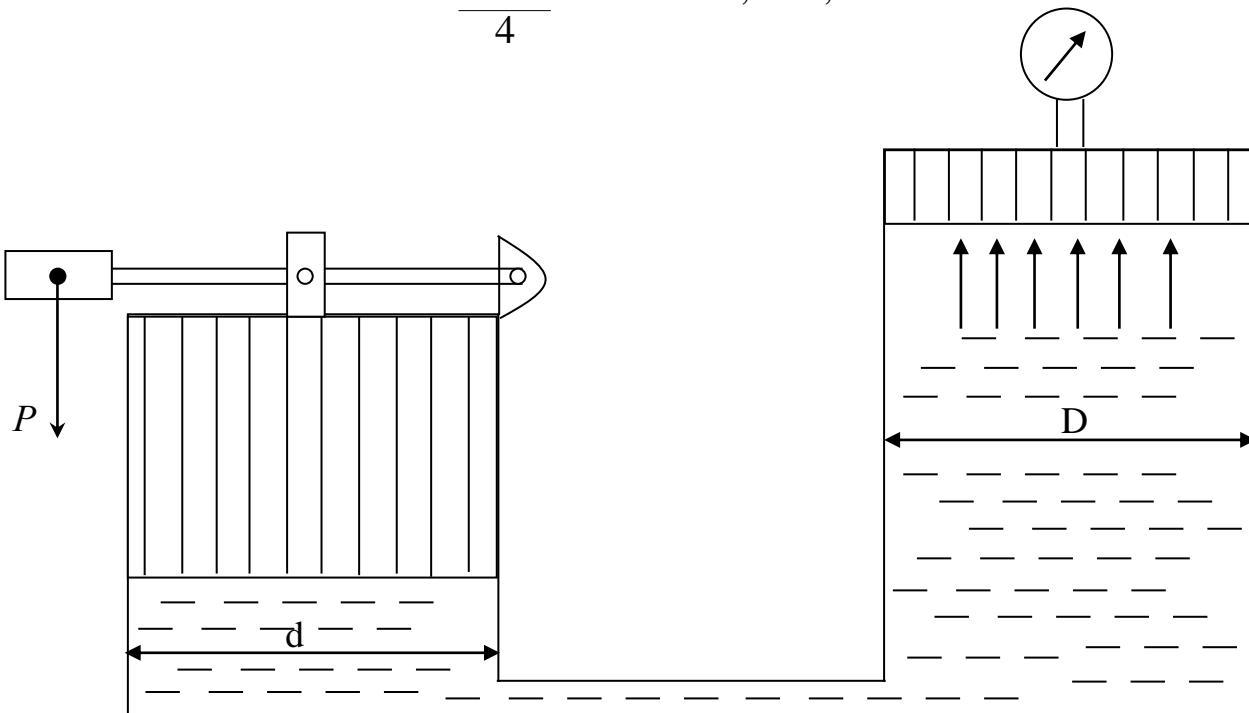
$$P_{атм} = 98,1 \text{ кПа, } \gamma_{рт} = 133,4 \text{ кН/м}^3, \gamma_{в} = 9,81 \text{ кН/м}^3.$$

8. Система, состоящая из двух вертикальных цилиндров, соединённых между собой, заполнена жидкостью. В цилиндры заключены поршни диаметрами $d=300$ мм и $D=600$ мм. В пространстве над правым поршнем воздух при атмосферном давлении $p=98,1$ кПа. Как изменится давление воздуха над правым поршнем, если к левому поршню приложить вертикально вниз силу $P=1,5$ кН? Трением пренебречь.

Решение.

Определим силу давления на днище бокового поршня, создающую избыточное добавочное гидростатическое давление

$$p_1 = \frac{P}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 1,5}{3,14 \cdot 0,6^2} = 5,31 \text{ кН/м}^3.$$



Это гидростатическое давление передаётся на малый поршень цилиндра, в результате чего полная сила давления на этот поршень будет равна

$$P_2 = \frac{P_1 \cdot \pi \cdot d^2}{4} = \frac{5,31 \cdot 3,14 \cdot 0,3^2}{4} = 0,375 \text{ кН/м}^3.$$

Рассчитаем изменение давления воздуха над малым поршнем:

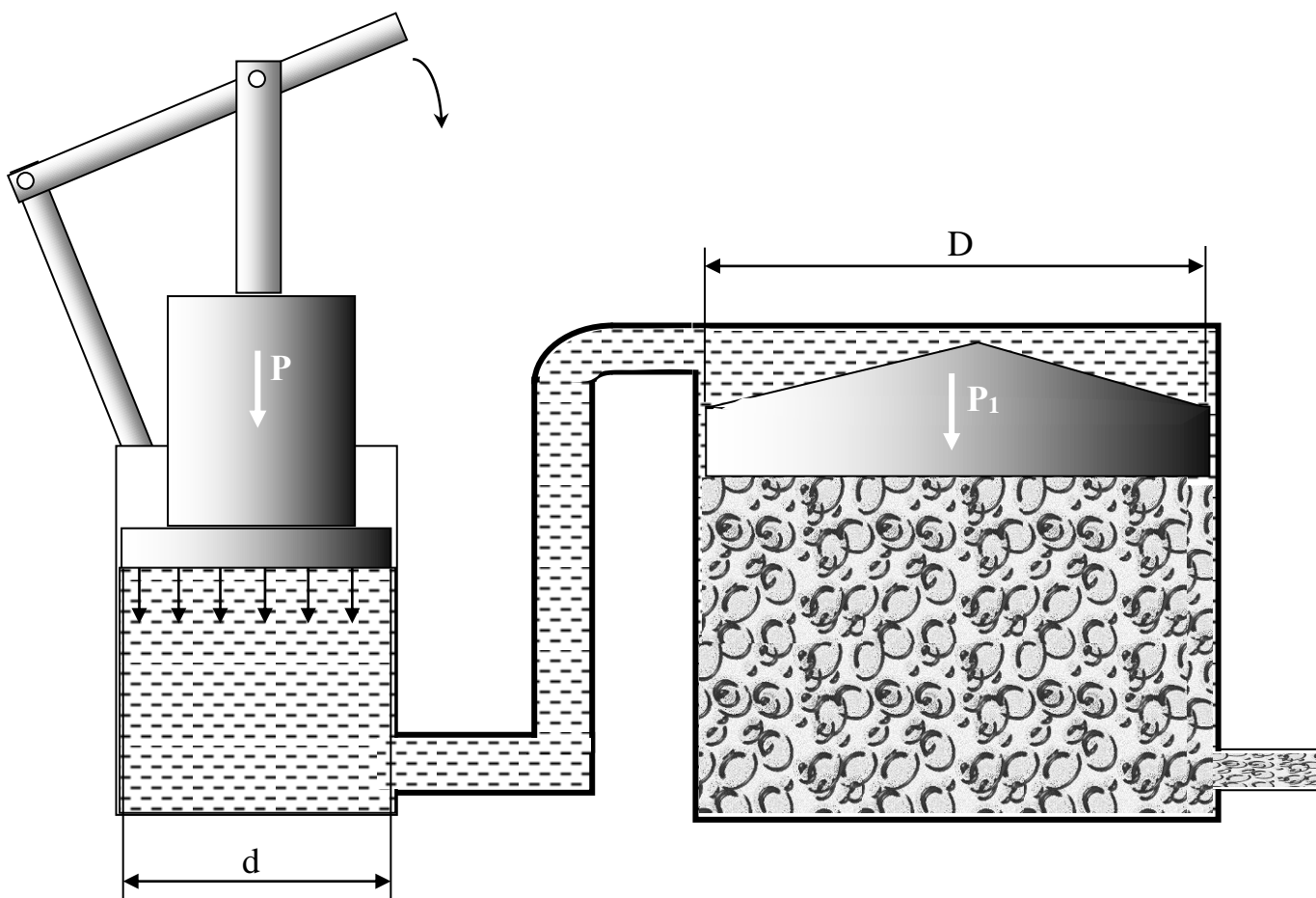
$$\square p = p_{atm} + P_2 = 98,1 + 0,375 = 98,48 \text{ кН/м}^3.$$

7. Гидравлический пресс с диаметрами поршней $D=340$ мм и $d=15$ мм используется для получения виноградного сока. К малому поршню приложена сила $P=0,245$ кН. Определить сжимающее усилие P_1 большого поршня, если КПД гидравлического пресса $\eta=0,8$.

Решение.

Определим усилие P_1 гидравлического пресса, используемого для получения виноградного сока

$$P_1 = P \cdot \eta \cdot \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D^2} \cdot P \cdot \eta = \frac{0,015^2}{0,34^2} \cdot 15 \cdot 0,8 = 0,0232 \text{ кН}.$$



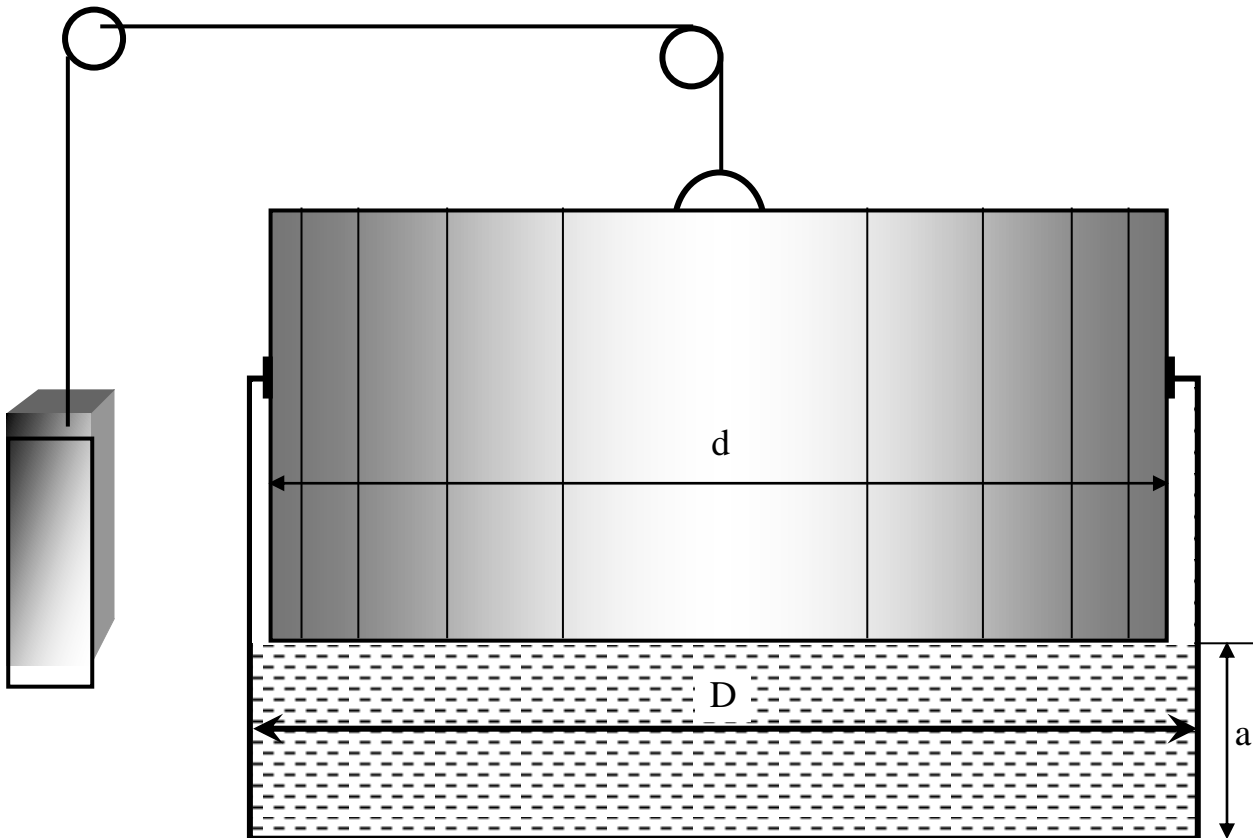
Гидростатическое давление, будучи направлено нормально к поверхности основания поршня, создаёт силу, которая будет сжимать тело, помещённое между поршнем и неподвижным горизонтальным упором. Таким образом, сила давления создаёт сжимающую силу.

8. Цилиндрический резервуар диаметром $D=900$ мм и весом $G=0,2$ кН, заполненный водой на высоту $a=0,5$ м, висит на поршне диаметром $d=850$ мм. К поршню через блоки подвешен груз, удерживающий систему в равновесии. Определить вакуум в сосуде, обеспечивающий равновесие в цилиндре. Трением в системе пренебречь.

Решение.

Гидростатическое давление, будучи направленное нормально к поверхности плунжера, создаёт вакуум

$$P = \frac{G}{S} = \frac{4 \cdot 0,2}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,2}{3,14 \cdot 0,85^2} = 0,35 \text{ кПа}.$$



Давление, будучи направленное нормально к поверхности поршня создаёт силу, которая пропорциональна давлению на площади D

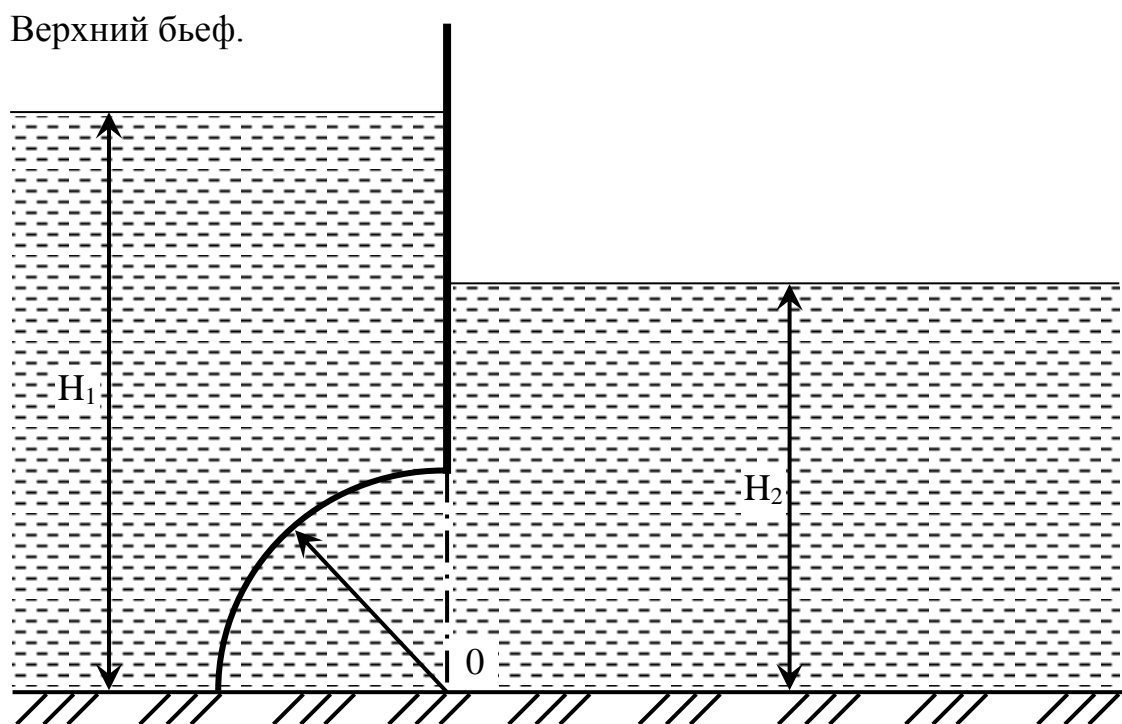
$$P_2 = \frac{P_1}{S_2} = \frac{4 \cdot 0,35}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0,35}{3,14 \cdot 0,9^2} = 0,55 \text{ кПа.}$$

Полное давление: $P_{\text{полн}} = P_2 + \gamma \cdot h = 0,55 + 9,81 \cdot 0,5 = 5,46 \text{ кПа.}$

Вакуумметрическое давление: $P_{\text{вак}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{полн}} = 98,1 - 5,46 = 92,65 \text{ кПа.}$

9. В призматическом сосуде шириной $b = 1,2$ установлена перегородка, имеющая в своей нижней части форму четверти цилиндрической поверхности с радиусом $R = 0,4$ м. Определить суммарное давление воды на криволинейную часть перегородки, если глубина воды слева $H_1 = 1,6$ м, справа $H_2 = 1$ м. Найти точку приложения равнодействующей силы давления.

Решение.



Определяем горизонтальную составляющую силы давления воды на четверть цилиндрической перегородки по формуле

$$P_{x1} = \gamma h'_{\text{ц.т}} \omega_{x1} = \gamma \cdot \left(H_1 - \frac{R}{2}\right) \cdot R \cdot b = 9,81 \cdot \left(1,6 - \frac{0,4}{2}\right) \cdot 0,4 \cdot 1,2 = 6,59 \text{ кПа,}$$

где $h'_{\text{ц.т}}$ - глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции в верхнем бьефе;

ω_x - площадь проекции криволинейной поверхности в верхнем бьефе на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси ОХ.

Вертикальную составляющую определим по формуле

$$P_{z1} = \gamma W_1,$$

где W_1 – тело давления, ограниченное смоченной криволинейной поверхностью и её проекцией на свободную поверхность в верхнем бьефе.

$$W_1 = \left(H_1 \cdot R - \frac{\pi R^2}{4} \right) \cdot b = \left(1,6 \cdot 0,4 - \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} \right) \cdot 1,2 = 0,62 \text{ м}^3.$$

Тогда $P_{z1} = 9,81 \cdot 0,62 = 6,06 \text{ кН}$.

Нижний бьеф.

Определяем горизонтальную составляющую силы давления воды на четверть цилиндрической перегородки в нижнем бьефе по формуле

$$P_{x2} = \gamma h_{ц.т}'' \omega_{x2} = \gamma \cdot \left(H_2 - \frac{R}{2} \right) \cdot R \cdot b = 9,81 \cdot \left(1,0 - \frac{0,4}{2} \right) \cdot 0,4 \cdot 1,2 = 3,76 \text{ кПа}.$$

где $h_{ц.т}'' = H_2 - \frac{R}{2}$; $\omega_{x2} = R \cdot b$,

где $h_{ц.т}''$ - глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции в нижнем бьефе;

ω_{x2} - площадь проекции криволинейной поверхности в нижнем бьефе на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси ОХ.

Вертикальную составляющую определим по формуле

$$P_{z2} = \gamma W_2,$$

где W_2 – тело давления, ограниченное смоченной криволинейной поверхностью и её проекцией на свободную поверхность.

$$W_2 = \left(H \cdot R - \frac{\pi R^2}{4} \right) \cdot b = \left(1 \cdot 0,4 - \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} \right) \cdot 1,2 = 0,33 \text{ м}^3.$$

Тогда $P_{z2} = 9,81 \cdot 0,33 = 3,23 \text{ кН}$.

Равнодействующая сил давления воды на цилиндрический затвор нахо-

дится по формуле

$$P_x = P_{x1} - P_{x2} = 6,59 - 3,76 = 2,83 \text{ кН};$$

$$P_z = P_{z1} + P_{z2} = 6,06 + 3,23 = 9,29 \text{ кН}.$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{2,83^2 + 9,29^2} = 9,72 \text{ кН};$$

Линия действия результирующей силы давления должна проходить через точку O , так как сила нормальна к поверхности, и через точку пересечения составляющих P_x и P_z . Угол между равнодействующей и силой P_x

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{P_z}{P_x} = \frac{9,29}{2,83} = 3,3; \theta = 73^\circ 05';$$

$$\cos \theta = \frac{P_x}{P_p} = \frac{2,83}{9,72} = 0,29; \theta = 73^\circ 07';$$

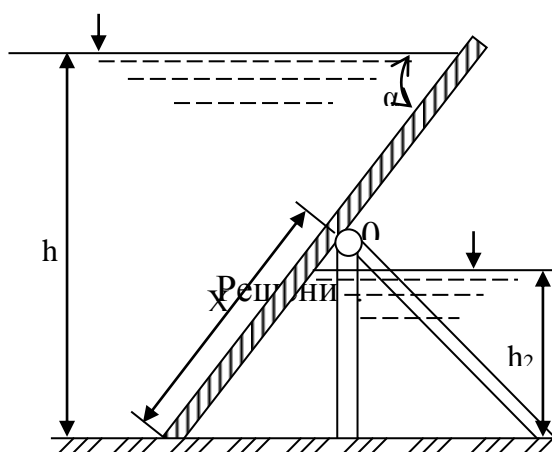
$$\sin \theta = \frac{P_z}{P_p} = \frac{9,29}{9,72} = 0,955; \theta = 73^\circ 2''.$$

С учётом направления осей OX и OZ получим координаты центра давления

$$x = R \cdot \cos \theta = 0,4 \cdot 0,29 = 0,116 \text{ м};$$

$$z = R \cdot \sin \theta = 0,4 \cdot 0,955 = 0,382 \text{ м}.$$

10. Для создания подпора в реке применяется плотина Шануана, представляющая собой плоский прямоугольный щит, который может вращаться вокруг горизонтальной оси O . Угол наклона щита $\alpha = 60^\circ$. Глубина воды перед щитом $h_1 = 3$ м, а за щитом $h_2 = 1$ м. Определить положение оси вращения щита x_0 , при котором в случае увеличения верхнего уровня воды выше плотины щит опрокидывается под её давлением.



Условие равновесия стенки сводится к равенству моментов сил $R \cdot h_1$ и $R \cdot h_2$, которые создаются столбами жидкости соответственно h_1 и h_2 и которые приложены к щиту в центрах давления с координатами $X \cdot h_1$ и $X \cdot h_2$. По-

сколькx плечи сил $R \cdot h_1$ и $R \cdot h_2$ соответственно равны $(X_0 - X \cdot h_1)$ и $(X_0 - X \cdot h_2)$, то условие равновесия моментов этих сил имеет вид

$$R \cdot h_1 \cdot (X_0 - X \cdot h_1) = R \cdot h_2 \cdot (X_0 - X \cdot h_2).$$

По данным задачи определим значение $X \cdot h_1$ и $X \cdot h_2$ и отношение $R \cdot h_1$ на $R \cdot h_2$, после чего найдём X_0 . Так как атмосферное давление, действующее с обеих сторон стенки, не создаёт моментов, оно не включено в уравнение равновесия: $R \cdot h_1 = \gamma \cdot h_1 - A \cdot h_1 / 2$; $R \cdot h_2 = \gamma \cdot h_2 - A \cdot h_2 / 2$,

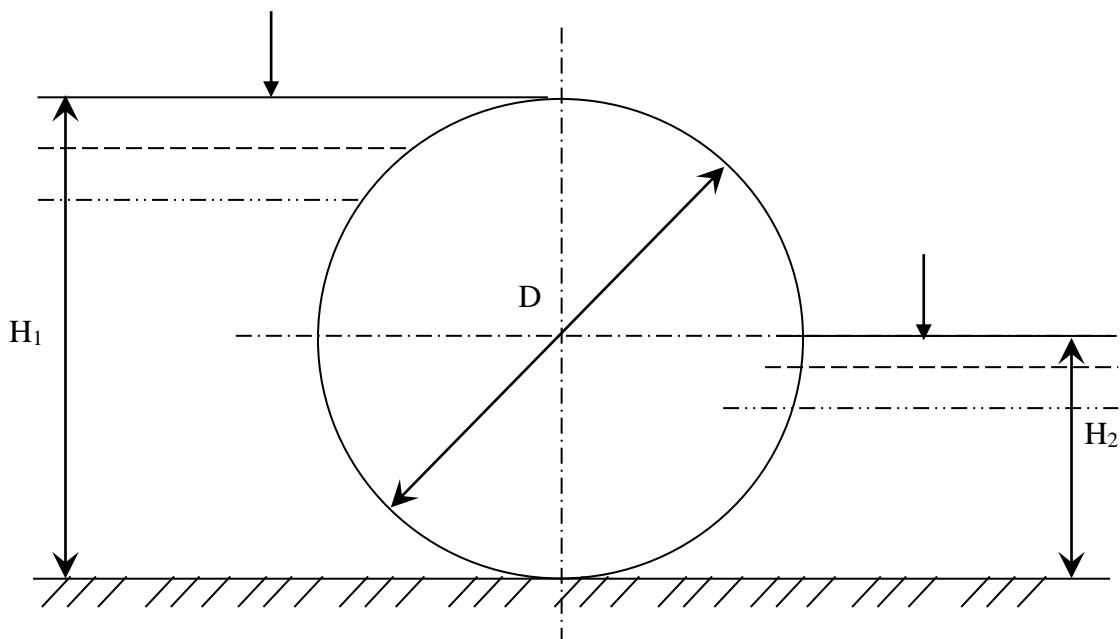
где $A \cdot h_1$ и $A \cdot h_2$ – площади смоченной поверхности щита, которые пропорциональны высотам столбов жидкости. Подставляя в первое уравнение выражение $R \cdot h_1$ и $R \cdot h_2$ после сокращения на $\gamma/2$, получим

$$h_1^2 \cdot (X_0 - X \cdot h_1) = h_2^2 \cdot (X_0 - X \cdot h_2).$$

Подставив найденные значения $X \cdot h_1$ и $X \cdot h_2$ в равенство и решив полученное уравнение относительно X_0 , найдём окончательно

$$X_0 = \frac{h_1^3 - h_2^3}{(h_1^3 - h_2^3) \cdot 3 \sin \alpha} = \frac{h_1^2 + h_1 \cdot h_2 + h_2^2}{(h_1^3 - h_2^3) \cdot 3 \sin \alpha} = \frac{3^2 + 3 \cdot 1 + 1^2}{(3^3 - 1^3) \cdot 3 \sin 60} = 0,193 \text{ м.}$$

11. Цилиндрический затвор, находящийся в прямоугольном русле, шириной $b=4,0$ м имеет диаметр $D=3$ м, глубина воды за затвором $H_2=D/2$. Определить силу гидростатического давления, точку её приложения и построить эпюру давления.



Решение.

Верхний бьеф. Горизонтальная составляющая

$$P_{x1} = \gamma h'_{ц.т} \omega_x = \gamma \cdot 0,5 \cdot H_1^2 \cdot b = 9,81 \cdot 0,5 \cdot 3^2 \cdot 4 = 176,6 \text{ кН},$$

где $h'_{ц.т}$ - глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции;

ω_x - площадь проекции криволинейной поверхности на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси ОХ.

Вертикальная составляющая давления на затвор

$$P_z = \gamma W,$$

где P'_z - вертикальная составляющая сил давления на нижнюю четверть цилиндрического затвора;

W' - объём тела давления, заключенного между нижней четвертью цилиндрической поверхности, ее проекцией на свободную поверхность и вертикальными проектирующими плоскостями.

$$P'_{z1} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{8} \cdot 4 = 138,62 \text{ кН}.$$

Нижний бьеф:

$$P_{x2} = \gamma h'_{ц.т2} \omega_{x2} = \gamma \cdot 0,5 \cdot H_2^2 \cdot b = 9,81 \cdot 0,5 \cdot 1,5^2 \cdot 4 = 44,145 \text{ кН};$$

$$P'_{z2} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{16} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{16} \cdot 4 = 69,3 \text{ кН}.$$

Учитывая направление сил, определим равнодействующее горизонтальных и вертикальных сил

$$P_x = P_{x1} - P_{x2} = 176,6 - 44,145 = 132,46 \text{ кН};$$

$$P_z = P_{z1} + P_{z2} = 138,62 + 69,3 = 207,92 \text{ кН}.$$

Равнодействующая сил давления воды на цилиндрический затвор находится по формуле

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{132,46^2 + 207,92^2} = 246,53 \text{ кН}.$$

Функции наклона силы Р к горизонту

$$\cos \theta = \frac{P_x}{P} = \frac{132,46}{246,53} = 0,54; \theta = 57^{\circ}5'',$$

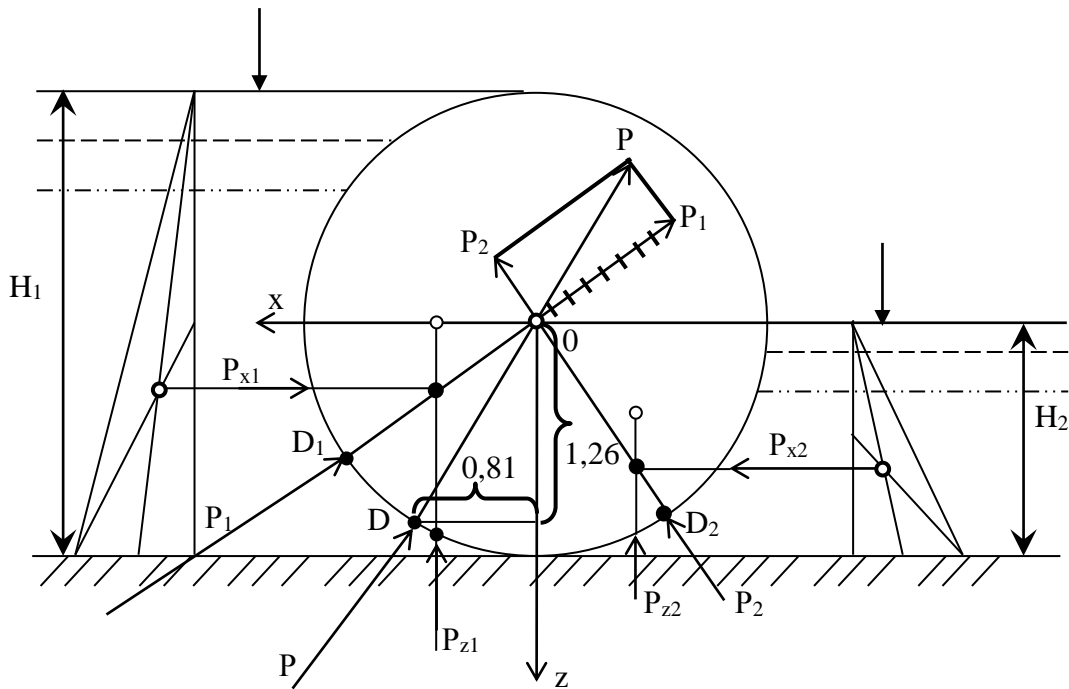
$$\sin \theta = \frac{P_z}{P} = \frac{207,92}{246,53} = 0,84; \theta = 57^{\circ}5''.$$

Координаты центра давления

$$x = r \cdot \cos \theta = 1,5 \cdot 0,54 = 0,81 \text{ м};$$

$$z = r \cdot \sin \theta = 1,5 \cdot 0,84 = 1,26 \text{ м}.$$

Определение положения сил с помощью чертежа показана на рисунке



12. Шлюзовое окно закрыто щитом треугольной формы шириной $a=2\text{ м}$. За щитом воды нет, а глубина воды перед ним $h_1=6\text{ м}$, при этом горизонт воды перед щитом совпадает с его вершиной. Определить силу гидростатического давления и положения центра давления на щит.

Решение.

Рассчитаем силу абсолютного гидростатического давления воды на затвор

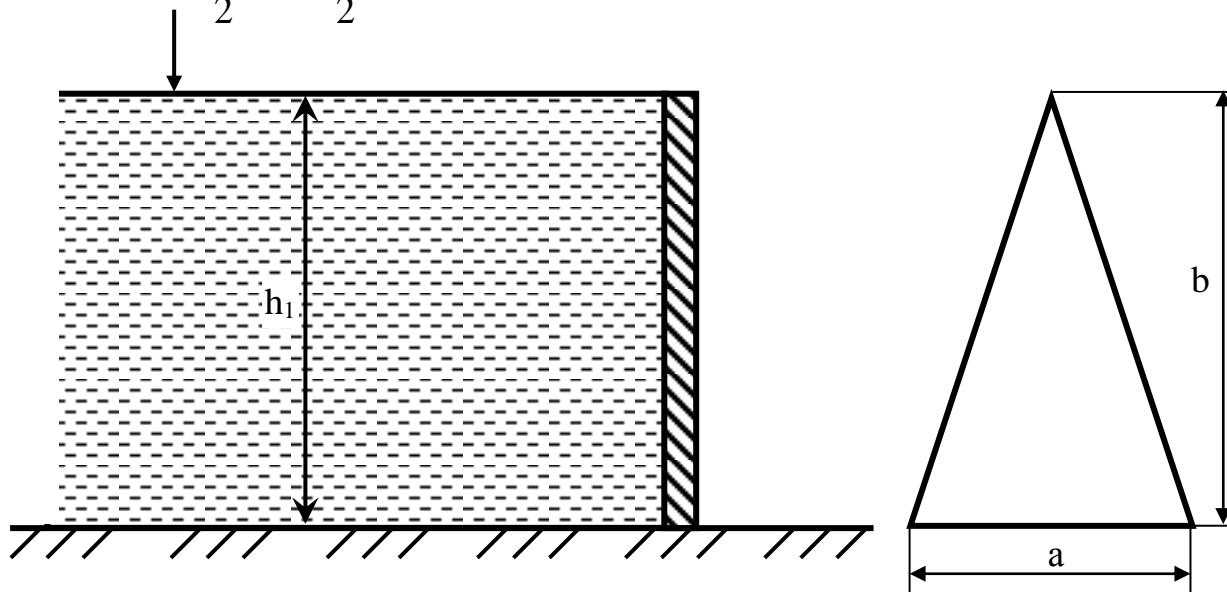
$$P_{abc} = \gamma \cdot h_c \cdot S,$$

где γ – удельный вес воды, равный $9,81 \text{ кН/м}^3$;

h_c – глубина погружения центра тяжести затвора;

S – площадь смоченной части затвора;

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6 \text{ м}^2.$$



Подставив значения физических величин, получим

$$P_{abc} = 9,81 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot h_1 = 9,81 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 = 235,44 \text{ кН}.$$

Определим координаты центра давления

$$l_d = \frac{2 \cdot h_1 + 3 \cdot h_1^2}{4 \cdot h_1} = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot 6^2}{4 \cdot 6} = 5 \text{ м}.$$

13. Для сброса излишков воды используется донный водовыпуск, прямоугольный затвор которого имеет размер $a=1,5$ м и $b=3$ м, угол наклона $\alpha=60^\circ$. Глубина воды от её свободной поверхности до нижней кромки затвора $h_1=12$ м. Определить силу избыточного гидростатического давления воды на затвор водовыпуска.

Решение.

Рассчитаем силу абсолютного гидростатического давления воды на затвор

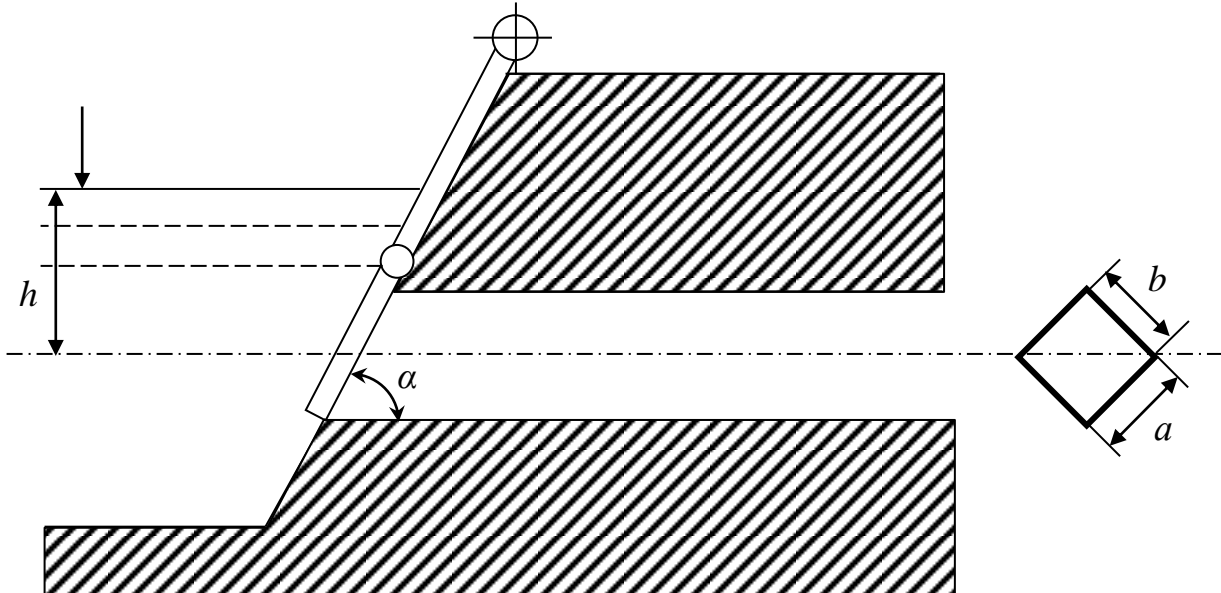
$$P_{abc} = \gamma \cdot h_c \cdot S,$$

где γ – удельный вес воды, равный $9,81 \text{ кН/м}^3$;

S - площадь смоченной части затвора; h_c - глубина погружения центра тяжести затвора;

$$h_c = h_1 - 0,5 \cdot b \cdot \sin \alpha = 12 - 0,5 \cdot 3 \cdot \sin 60 = 10,7 \text{ м};$$

$$S = a \cdot b = 1,5 \cdot 3 = 4,5 \text{ м}^2.$$



Подставив значения физических величин, получим

$$P_{abc} = 9,81 \cdot 10,7 \cdot 4,5 = 472,4 \text{ кН}.$$

14. Плоский квадратный щит шириной $b=4\text{ м}$ установлен с углом наклона к горизонту $\alpha=45^\circ$. Глубина воды перед щитом $h_1=8\text{ м}$, а за щитом $h_2=2\text{ м}$. Определить силу абсолютного гидростатического давления и центр давления жидкости на щит.

Решение.

Определим давление воды в верхнем бьефе

$$P_1 = \gamma \cdot h_{cm1} \cdot \omega_1,$$

где h_{cm1} - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_1 - площадь смоченной поверхности;

γ - удельный вес воды, равный $9,81\text{ кН/м}^3$;

$$h_{ум1} = h_1 - \frac{b \cdot \sin \alpha}{2}; \omega_1 = b^2;$$

$$P_1 = \gamma \cdot \left(h_1 - \frac{b \cdot \sin \alpha}{2}\right) \cdot b^2 = 9,81 \cdot \left(8 - \frac{4 \cdot \sin 45}{2}\right) \cdot 4^2 = 1033,71 \text{ кН}.$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд1} = \frac{Y_{y1}}{h_0 \cdot \omega_1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_1^2 + (h_1 - b \cdot \sin \alpha) \cdot h_1 + (h_1 - b \cdot \sin \alpha)^2}{(h_1 + (h_1 - b \cdot \sin \alpha)) \cdot \sin \alpha} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{8^2 + (8 - 4 \cdot \sin 45) \cdot 8 + (8 - 4 \cdot \sin 45)^2}{(8 + (8 - 4 \cdot \sin 45)) \cdot \sin 45} = 9,45 \text{ м}.$$

Нижний бьеф

$$P_2 = \gamma \cdot h_{ум2} \cdot \omega_2;$$

где $h_{ум2}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_2 - площадь смоченной поверхности;

γ - удельный вес воды, равный 9,81 кН/м³;

$$h_{ум2} = \frac{h_2}{2}; \omega_2 = \frac{h_2}{\sin \alpha} \cdot b; P_2 = \gamma \cdot \frac{h_2}{2} \cdot b^2 = 9,81 \cdot \frac{2}{2} \cdot 4^2 = 156,96 \text{ кН}.$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд2} = \frac{Y_{y2}}{h_0 \cdot \omega_2} = \frac{\frac{b}{3} \cdot \left(\frac{h_2}{\sin \alpha}\right)^3}{\frac{h_2}{2} \cdot b \cdot \frac{h_2}{\sin \alpha}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_2}{\sin \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{0,707} = 1,89 \text{ м}.$$

Определим равнодействующую силу гидростатического давления:

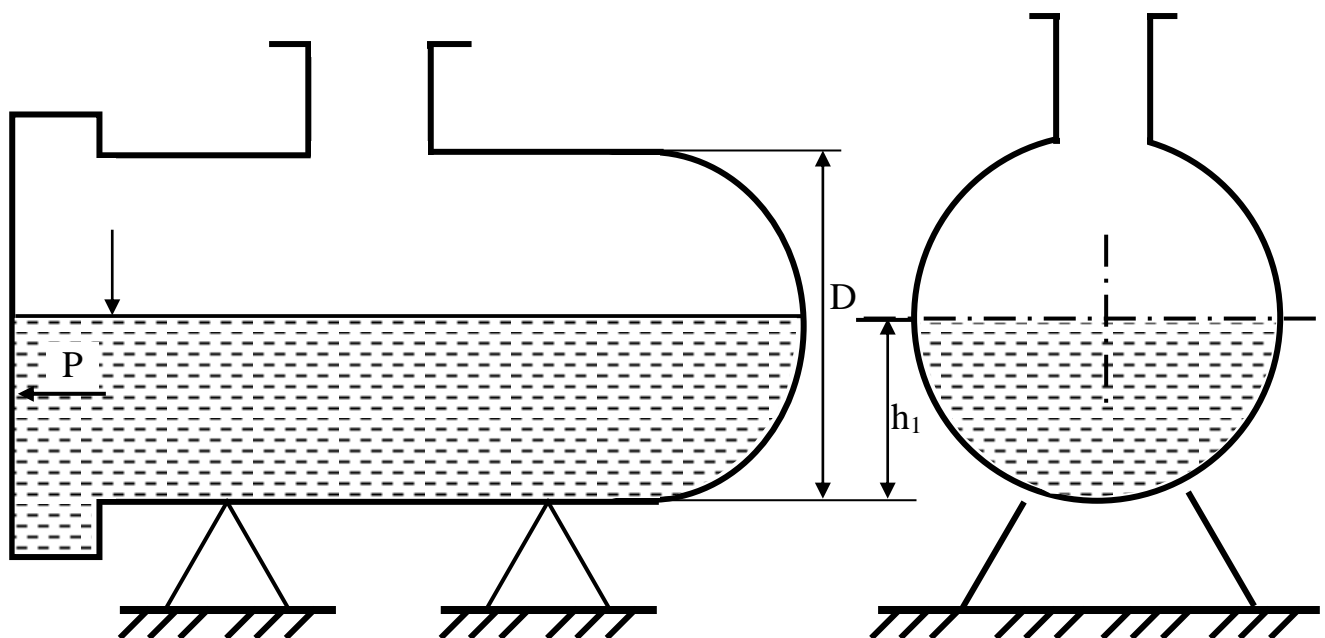
$$P_p = P_1 - P_2 = 1033,71 - 156,96 = 876,75 \text{ кН};$$

Для определения расстояния до равнодействующего центра давления составим уравнение моментов относительно точки 0

$$P_p \cdot l_{удp} = P_1 \cdot l_{уд1} - P_2 \cdot \left(l_{уд2} + \left(\frac{h_2 - h_1}{\sin \alpha}\right)\right); l_{удp} = \frac{P_1 \cdot l_{уд1} - P_2 \cdot \left(l_{уд2} + \left(\frac{h_2 - h_1}{\sin \alpha}\right)\right)}{P_p} =$$

$$= \frac{1033,71 \cdot 9,45 - 156,96 \cdot \left(1,89 + \left(\frac{8 - 2}{0,707}\right)\right)}{876,75} = 9,28 \text{ м}.$$

15. Цистерна диаметром $D=1,4$ м заполнена керосином (плотность $\rho_k=800$ кг/м³) на глубину $h_1=0,7$ м, определить силу избыточного гидростатического давления P , которую необходимо приложить для открытия крышки А цистерны, а также найти координату точки приложения этой силы.



Решение.

Горизонтальная составляющая давления P_x керосина на полусферу равна силе, определяемой давлением на вертикальную проекцию смоченной поверхности, то есть на полукруг диаметром D .

Горизонтальную составляющую силы вычислим по формуле

$$P_x = \gamma h'_{ц.т} \omega_x,$$

где $h'_{ц.т}$ - глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции;

ω_x - площадь проекции криволинейной поверхности на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси OX .

$$\omega_x = \frac{\pi \cdot d^2}{8} = \frac{3,14 \cdot 1,4^2}{8} = 0,769 \text{ м}^2;$$

$$\gamma = \rho \cdot g = 800 \cdot 9,81 = 7848 \text{ Н/м}^3 \text{ - удельный вес керосина.}$$

$$h'_{ц.т} = 0,22 \cdot d = 0,22 \cdot 1,4 = 0,3080 \text{ м.}$$

$$\text{Тогда } P_x = \gamma h'_{ц.т} \omega_x = 7,85 \cdot 0,308 \cdot 0,769 = 1,86 \text{ кПа.}$$

Положение горизонтальной составляющей совпадает с центром тяжести вертикальной проекции:

$$l_{x1} = 0,308 \text{ м.}$$

16. Прямоугольный щит высотой $a=1,9$ м, шириной $b=1,5$ м, толщиной $c=0,25$ м, массой $m=1,8$ т, с углом наклона $\alpha=70^\circ$ перекрывает отверстие в теле плотины. Нижняя кромка щита находится в воде на глубине $h_1=9$ м, а коэффициент трения скольжения его направляющих $f=0,3$. Определить силу тяги T , которое необходимо для поднятия щита вверх.

Решение.

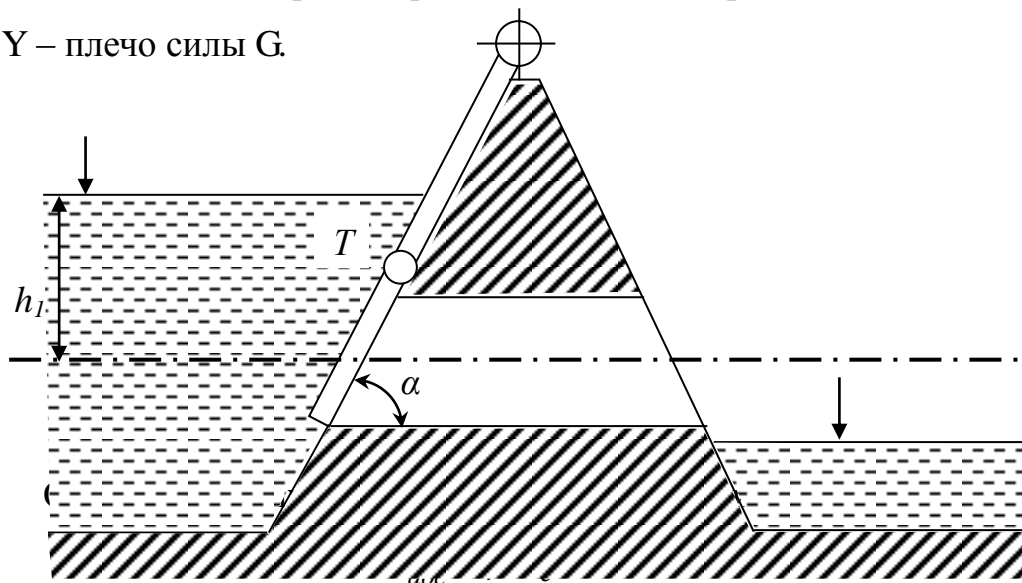
Сила тяги T определяется по формуле

$$T = G \cdot Y + P \cdot f \cdot X,$$

где P – равнодействующая сила гидростатического давления;

X – плечо силы P , равное расстоянию до центра давления.

Y – плечо силы G .



где γ – удельный вес воды, равный $9,81 \text{ кН/м}^3$;

h_c – глубина погружения центра тяжести затвора;

$$h_c = h_1 - 0,5 \cdot b \cdot \sin \alpha = 9 - 0,5 \cdot 1,9 \cdot \sin 70 = 8,1 \text{ м};$$

S – площадь смоченной части затвора;

$$S = a \cdot b = 1,5 \cdot 1,9 = 2,85 \text{ м}^2.$$

Подставив значения физических величин, получим

$$P_{abc} = 9,81 \cdot 8,1 \cdot 2,85 = 226,5 \text{ кН.}$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{y01} = \frac{\gamma_{y1}}{h_0 \cdot \omega_1} = \frac{\frac{b}{3} \cdot \left(\frac{H_1}{\sin \alpha} \right)^3}{\frac{H_1}{2} \cdot b \cdot \frac{H_1}{\sin \alpha}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_1^2 + \left(h_1 - \frac{a}{\sin \alpha} \right) \cdot h_1 + \left(h_1 - \frac{a}{\sin \alpha} \right)^2}{\left(h_1 + \left(h_1 - \frac{a}{\sin \alpha} \right) \right) \cdot \sin \alpha} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{9^2 + \left(9 - \frac{1,9}{\sin 70} \right) \cdot 9 + \left(9 - \frac{1,9}{\sin 70} \right)^2}{\left(9 + \left(9 - \frac{1,9}{\sin 70} \right) \right) \cdot \sin 70} = 8,5 \text{ м}$$

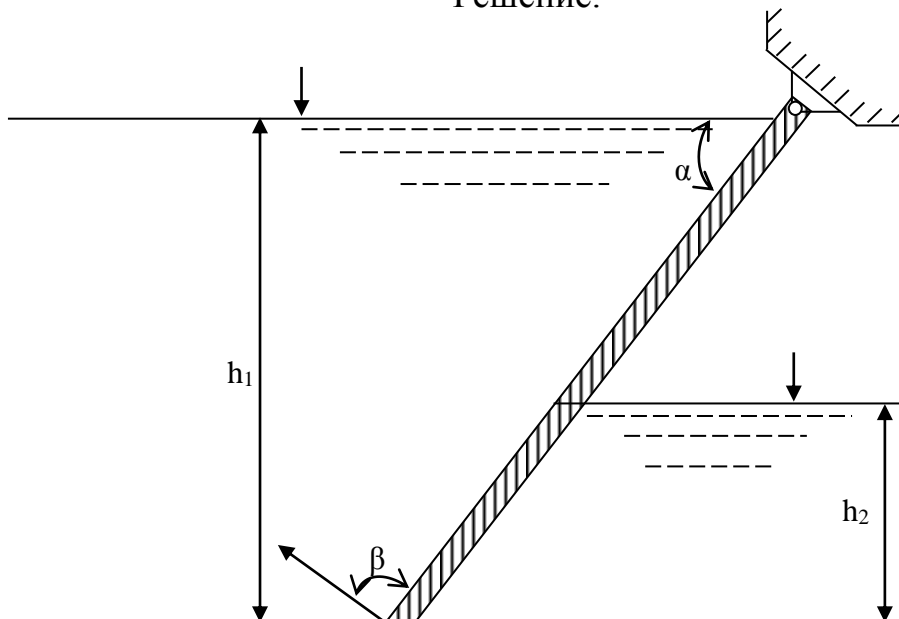
$$T = G \cdot Y + P \cdot f \cdot X; \quad G = m \cdot g = 1,8 \cdot 9,81 = 17,66 \text{ кН;}$$

$$T = 17,66 \cdot 2,93 + 0,3 \cdot 8,5 \cdot 226,5 = 109,5 \text{ кН;}$$

$$Y = \frac{h_1 - \frac{a}{2}}{\sin \alpha} \cdot \sin \beta = \frac{9 - \frac{1,9}{2}}{\sin 70} \cdot \sin 20 = 2,93 \text{ м.}$$

17. Ирригационный канал перегораживается плоским квадратным щитом шириной $a=6$ м, весом $G=20$ кН, с углом наклона $\alpha=60^\circ$. Глубина воды перед щитом $h_1=2,2$ м, а за ним $h_2=1,0$ м. Определить, пренебрегая трением в шарнире, начальную силу тяги T , которую необходимо приложить для поднятия щита.

Решение.



Определим давление воды в верхнем бьефе

$$P_1 = \gamma \cdot h_{ум1} \cdot \omega_1,$$

где $h_{ум1}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_1 - площадь смоченной поверхности;

γ – удельный вес воды, равный 9,81 кН/м³;

$$h_{ум1} = \frac{h_1}{2}; \omega_1 = \frac{h_1}{\sin \alpha} \cdot b; P_1 = \gamma \cdot \frac{h_1}{2} \cdot \frac{h_1}{\sin \alpha} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{2,2}{2} \cdot \frac{2,2}{\sin 60} \cdot 6 = 164,5 \text{ кН}.$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд1} = \frac{\Upsilon_{y1}}{h_0 \cdot \omega_1} = \frac{\frac{b}{3} \cdot \left(\frac{h_1}{\sin \alpha}\right)^3}{\frac{h_1}{2} \cdot b \cdot \frac{h_1}{\sin \alpha}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_1}{\sin \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2,2}{0,865} = 1,7 \text{ м}.$$

Нижний бьеф

$$P_2 = \gamma \cdot h_{ум2} \cdot \omega_2,$$

где $h_{ум2}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_2 - площадь смоченной поверхности;

γ – удельный вес воды, равный 9,81 кН/м³;

$$h_{ум2} = \frac{h_2}{2}; \omega_2 = \frac{h_2}{\sin \alpha} \cdot b; P_2 = \gamma \cdot \frac{h_2}{2} \cdot \frac{h_2}{\sin \alpha} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \cdot 6 = 34,02 \text{ кН}.$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд2} = \frac{\Upsilon_{y2}}{h_0 \cdot \omega_2} = \frac{\frac{b}{3} \cdot \left(\frac{h_2}{\sin \alpha}\right)^3}{\frac{h_2}{2} \cdot b \cdot \frac{h_2}{\sin \alpha}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_2}{\sin \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{0,865} = 0,77 \text{ м}.$$

Определим равнодействующую силу гидростатического давления

$$P_p = P_1 - P_2 = 164,5 - 34,02 = 130,48 \text{ кН}.$$

Для определения расстояния до равнодействующего центра давления составим уравнение моментов относительно точки 0

$$P_p \cdot l_{\text{цдр}} = P_1 \cdot l_{\text{цд1}} - P_2 \cdot (l_{\text{цд2}} + (\frac{h_2 - h_1}{\sin \alpha})); l_{\text{цдр}} = \frac{P_1 \cdot l_{\text{цд1}} - P_2 \cdot (l_{\text{цд2}} + (\frac{h_2 - h_1}{\sin \alpha}))}{P_p} =$$

$$= \frac{164,5 \cdot 1,7 - 34,02 \cdot (0,77 + (\frac{2,2 - 1}{0,865}))}{130,48} = 1,61 \text{ м.}$$

Составим уравнение моментов

$$\sum M_0 = N \cdot L - P_p \cdot l_{\text{цдр}} - G \cdot X = 0, \text{ откуда } N = \frac{P_p \cdot l_{\text{цдр}} + G \cdot X}{L} =$$

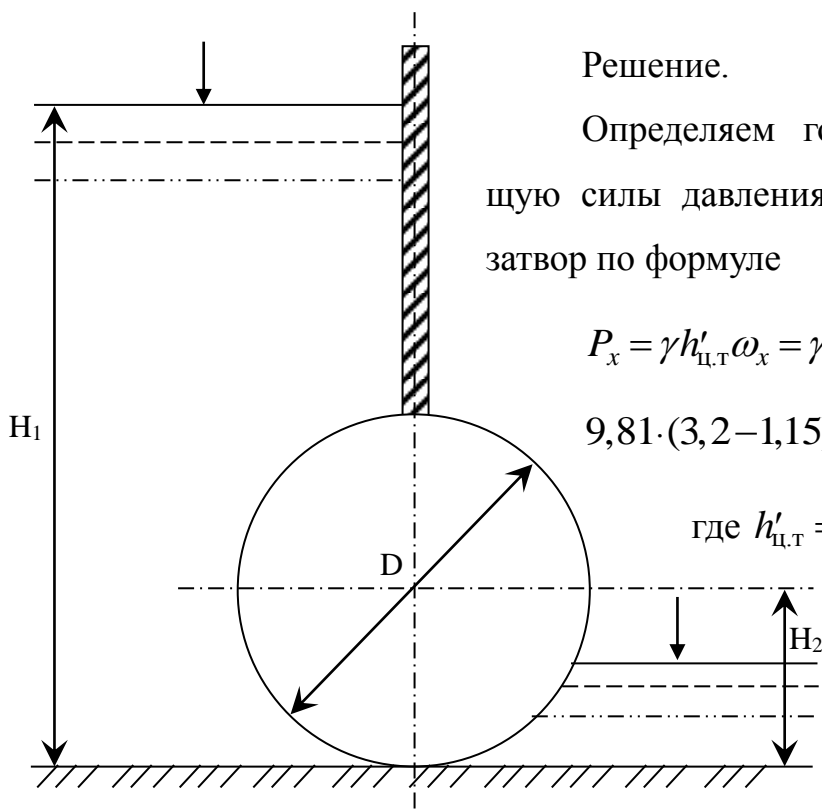
$$= \frac{130,48 \cdot 1,61 + 20 \cdot 0,49}{2,54} = 86,6 \text{ кН;}$$

X – плечо силы G

$$X = (\frac{h_1 - h_2}{\sin \alpha})^2 - (h_1 - h_2)^2 = (\frac{2,2 - 1}{0,865})^2 - (2,2 - 1)^2 = 0,49 \text{ м.}$$

где L – плечо силы N, $L = \frac{h_1 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{2,2 \cdot \sin 90}{\sin 60} = 2,54 \text{ м.}$

18. Цилиндрический затвор диаметром $D=3 \text{ м}$ установлен в прямоугольном канале, ширина которого $b=2,5 \text{ м}$. Глубина воды до затвора и после него соответственно $H_1=3,2 \text{ м}$ и $H_2=0$ (см. рис.). Определить силу гидростатического давления на затвор, точку ее приложения и направления.



Решение.

Определяем горизонтальную составляющую силы давления воды на цилиндрический затвор по формуле

$$P_x = \gamma h'_{\text{ц.т}} \omega_x = \gamma (h_1 - \frac{d}{2}) db$$

$$9,81 \cdot (3,2 - 1,15) \cdot 2,3 \cdot 2,5 = 115,64 \text{ кН,}$$

где $h'_{\text{ц.т}} = h_1 - \frac{d}{2}$; $\omega_x = db$.

Эпюра, площади которой пропорциональна горизонтальная составляющая, выразится трапецией.

Проверим найденную силу с помощью эпюры

$$P_x = Fb = \frac{1}{2} [\gamma h_1 + \gamma(h_1 - d)] db = \frac{9,81}{2} [3,2 + (3,2 - 2,3)] \cdot 2,3 \cdot 2,5 = 115,64 \text{ кН.}$$

Вертикальная составляющая давления на затвор

$$P_z = P'_z - P''_z = \gamma(W' - W'') = \gamma W,$$

где P'_z - вертикальная составляющая сил давления на нижнюю четверть цилиндрического затвора;

W' - объём тела давления, заключенного между нижней четвертью цилиндрической поверхности, ее проекцией на свободную поверхность и вертикальными проектирующими плоскостями;

P''_z - вертикальная составляющая сил давления на верхнюю четверть цилиндрического затвора;

W'' - объём тела давления, заключенного между верхней четвертью цилиндрической поверхности, ее проекцией на свободную поверхность и вертикальными проектирующими плоскостями.

Так как сила P'_z направлена вверх, а сила P''_z - вниз, то результирующая этих сил P_z равна их разности и направлена в сторону большей силы, то есть вверх.

Окончательный объём W , равный разности объёмов $W' - W''$, равен объёму полуцилиндра, то есть $W = \frac{\pi d^2}{4 \cdot 2} \cdot b = \frac{\pi d^2}{8} \cdot b$. Следовательно, вертикальная составляющая сил давления на затвор равна

$$P_z = \gamma W = \gamma \cdot \frac{\pi d^2}{8} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{3,14 \cdot 2,3^2}{8} \cdot 2,5 = 50,92 \text{ кН.}$$

Равнодействующая сил давления воды на цилиндрический затвор находится по формуле

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{115,64^2 + 50,92^2} = 126,36 \text{ кН.}$$

Угол между равнодействующей и силой P_x

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{P_z}{P_x} = \frac{50,92}{115,64} = 0,44; \theta = 23^{\circ}77'.$$

Расстояние от свободной поверхности до центра давления горизонтальной составляющей силы P_x

$$l_D = l_{ц.т} + \frac{J_0}{\omega \cdot l_{ц.т}} = h_1 - \frac{d}{2} + \frac{bd^3}{12bd(h_1 - \frac{d}{2})} = 3,2 - 1,15 + \frac{2,3^2}{12 \cdot (3,2 - 1,15)} = 2,27 \text{ м.}$$

Центр давления вертикальной составляющей P_z лежит на вертикальной линии, проходящей через центр тяжести. Центр тяжести эпюры лежит на расстоянии $\frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi} = \frac{4 \cdot 1,15}{3 \cdot 3,14} = 0,49 \text{ м}$ от оси.

Равнодействующая всех сил давления проходит через точку пересечения горизонтальной силы с вертикальной составляющей и центр окружности. Координаты центра давления равнодействующей относительно осей, проведенных через точку O , определяем следующим образом:

$$\frac{z}{x} = \operatorname{tg} \theta = 0,44, \quad z = 0,44x.$$

Подставляем найденное значение z в уравнение $z^2 + x^2 = r^2$, то есть $0,44^2 \cdot x^2 + x^2 = 1,15^2$, откуда $x = \pm \sqrt{\frac{1,32}{1,19}} = -1,05 \text{ м}$, $z = -0,44 \cdot 1,05 = 0,46 \text{ м}$.

19. Прямоугольный канал шириной $b=2,8 \text{ м}$ перегораживает плоский затвор. Глубина воды в канале до затвора $H_1=2,5 \text{ м}$, после затвора $H_2=0,7 \text{ м}$. Определить суммарную силу давления воды на затвор, построить эпюру гидростатического давления и определить точку погружения равнодействующей силы давления. Определить усилие N , необходимое для подъема затвора, если коэффициент трения $k=0,2$.

Решение.

Определим давление воды в верхнем бьефе

$$P_1 = \gamma \cdot h_{цм1} \cdot \omega_1,$$

где $h_{цм1}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_1 - площадь смоченной поверхности;

γ – удельный вес воды, равный 9,81 кН/м³;

$$h_{ум1} = \frac{H_1}{2}; \omega_1 = H_1 \cdot b; P_1 = \gamma \cdot \frac{H_1}{2} \cdot H_1 \cdot b = 9,81 \cdot \frac{2,5}{2} \cdot 2,5 \cdot 2,8 = 85,84 \text{ кН.}$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд1} = \frac{\gamma_{y1}}{h_0 \cdot \omega_1} = \frac{\frac{b}{3} \cdot H_1^3}{\frac{H_1}{2} \cdot b \cdot h_1} = \frac{2}{3} \cdot H_1 = \frac{2}{3} \cdot 2,5 = 1,67 \text{ м.}$$

Нижний бьеф

$$P_2 = \gamma \cdot h_{ум2} \cdot \omega_2,$$

где $h_{ум2}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_2 - площадь смоченной поверхности;

γ – удельный вес воды, равный 9,81 кН/м³;

$$h_{ум2} = \frac{H_2}{2}; \omega_2 = H_2 \cdot b; P_2 = \gamma \cdot \frac{H_2}{2} \cdot H_2 \cdot b = 9,81 \cdot \frac{0,7}{2} \cdot 0,7 \cdot 2,8 = 6,73 \text{ кН.}$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд2} = \frac{\gamma_{y2}}{h_0 \cdot \omega_2} = \frac{\frac{b}{3} \cdot H_2^3}{\frac{H_2}{2} \cdot b \cdot h_2} = \frac{2}{3} \cdot H_2 = \frac{2}{3} \cdot 0,7 = 0,47 \text{ м.}$$

Определим равнодействующую силу гидростатического давления:

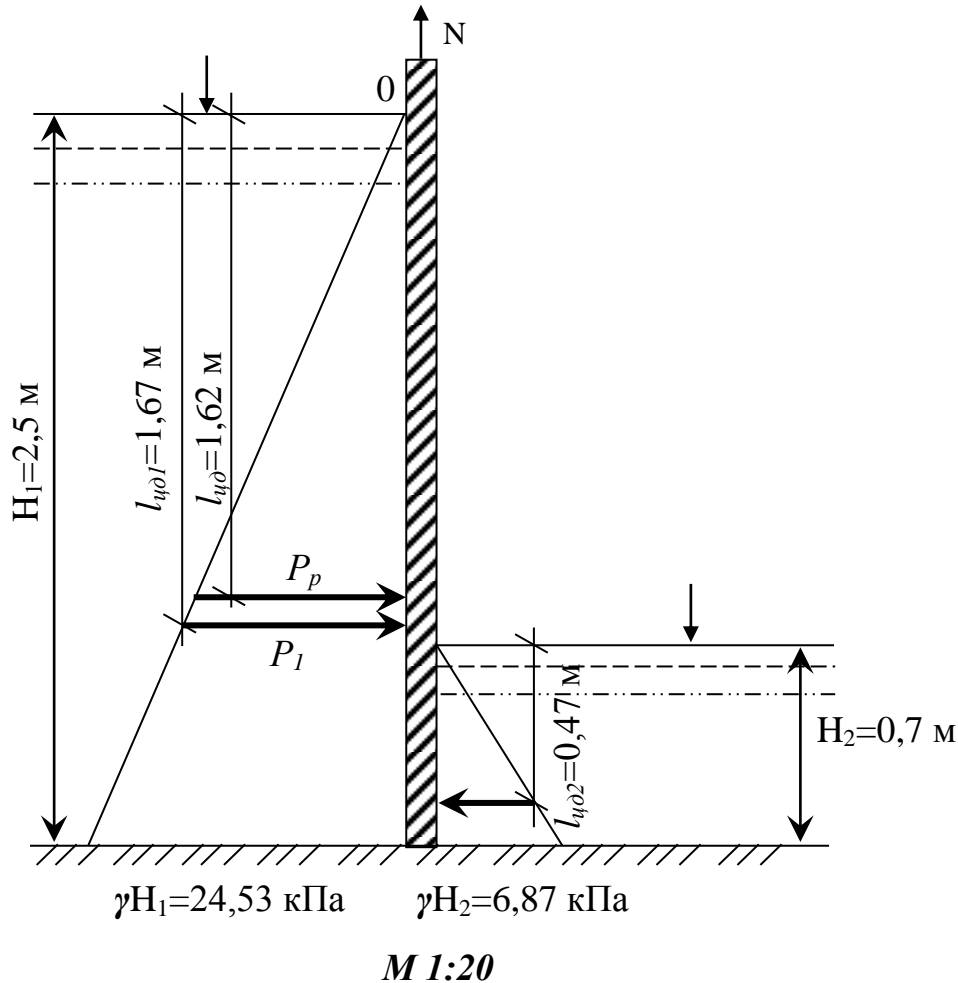
$$P_p = P_1 - P_2 = 85,84 - 6,73 = 79,11 \text{ кН};$$

Для определения расстояния до равнодействующего центра давления составим уравнение моментов относительно точки 0

$$\begin{aligned} P_p \cdot l_{уд} &= P_1 \cdot l_{уд1} - P_2 \cdot (l_{уд2} + (H_2 - H_1)); l_{уд} = \frac{P_1 \cdot l_{уд1} - P_2 \cdot (l_{уд2} + (H_2 - H_1))}{P_p} = \\ &= \frac{85,84 \cdot 1,67 - 6,73 \cdot (0,47 + (2,5 - 0,7))}{79,11} = 1,62 \text{ м} \end{aligned}$$

Определим усилие необходимое для подъёма затвора

$$N = P_p \cdot k = 79,11 \cdot 0,2 = 15,82 \text{ кН.}$$



20. Плоский наклонный затвор ($\alpha=60^\circ$) перегораживает прямоугольный канал шириной $b=3,2$ м. Глубина воды до затвора $H_1=2,1$ м, после затвора $H_2=0,4$ м. Определить усилие натяжения троса, необходимое для подъема затвора, если он имеет угол наклона $\beta=50^\circ$ относительно затвора. Массу затвора не учитывать. Построить эпюру давления и найти точку приложения равнодействующей силы давления.

Решение.

Определим давление воды в верхнем бьефе

$$P_1 = \gamma \cdot h_{цм1} \cdot \omega_1,$$

где $h_{цм1}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_1 - площадь смоченной поверхности;

γ – удельный вес воды, равный $9,81 \text{ кН/м}^3$;

$$h_{ум1} = \frac{H_1}{2}; \omega_1 = \frac{H_1}{\sin \alpha} \cdot b;$$

$$P_1 = \gamma \cdot \frac{H_1}{2} \cdot \frac{H_1}{\sin \alpha} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{2,1}{2} \cdot \frac{2,1}{\sin 60} \cdot 3,2 = 80,02 \text{ кН}.$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд1} = \frac{Y_{y1}}{h_0 \cdot \omega_1} = \frac{\frac{b}{3} \cdot \left(\frac{H_1}{\sin \alpha}\right)^3}{\frac{H_1}{2} \cdot b \cdot \frac{H_1}{\sin \alpha}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H_1}{\sin \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2,1}{0,865} = 1,62 \text{ м},$$

Нижний бьеф

$$P_2 = \gamma \cdot h_{ум2} \cdot \omega_2,$$

где $h_{ум2}$ - расстояние до центра тяжести смоченной поверхности;

ω_2 - площадь смоченной поверхности;

γ – удельный вес воды, равный $9,81 \text{ кН/м}^3$;

$$h_{ум2} = \frac{H_2}{2}; \omega_2 = \frac{H_2}{\sin \alpha} \cdot b;$$

$$P_2 = \gamma \cdot \frac{H_2}{2} \cdot \frac{H_2}{\sin \alpha} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{0,4}{2} \cdot \frac{0,4}{\sin \alpha} \cdot 3,2 = 2,9 \text{ кН}.$$

Определим расстояние до центра давления

$$l_{уд2} = \frac{Y_{y2}}{h_0 \cdot \omega_2} = \frac{\frac{b}{3} \cdot \left(\frac{H_2}{\sin \alpha}\right)^3}{\frac{H_2}{2} \cdot b \cdot \frac{H_2}{\sin \alpha}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{H_2}{\sin \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,4}{0,865} = 0,31 \text{ м},$$

Определим равнодействующую силу гидростатического давления:

$$P_p = P_1 - P_2 = 80,02 - 2,9 = 77,12 \text{ кН},$$

Для определения расстояния до равнодействующего центра давления составим уравнение моментов относительно точки 0

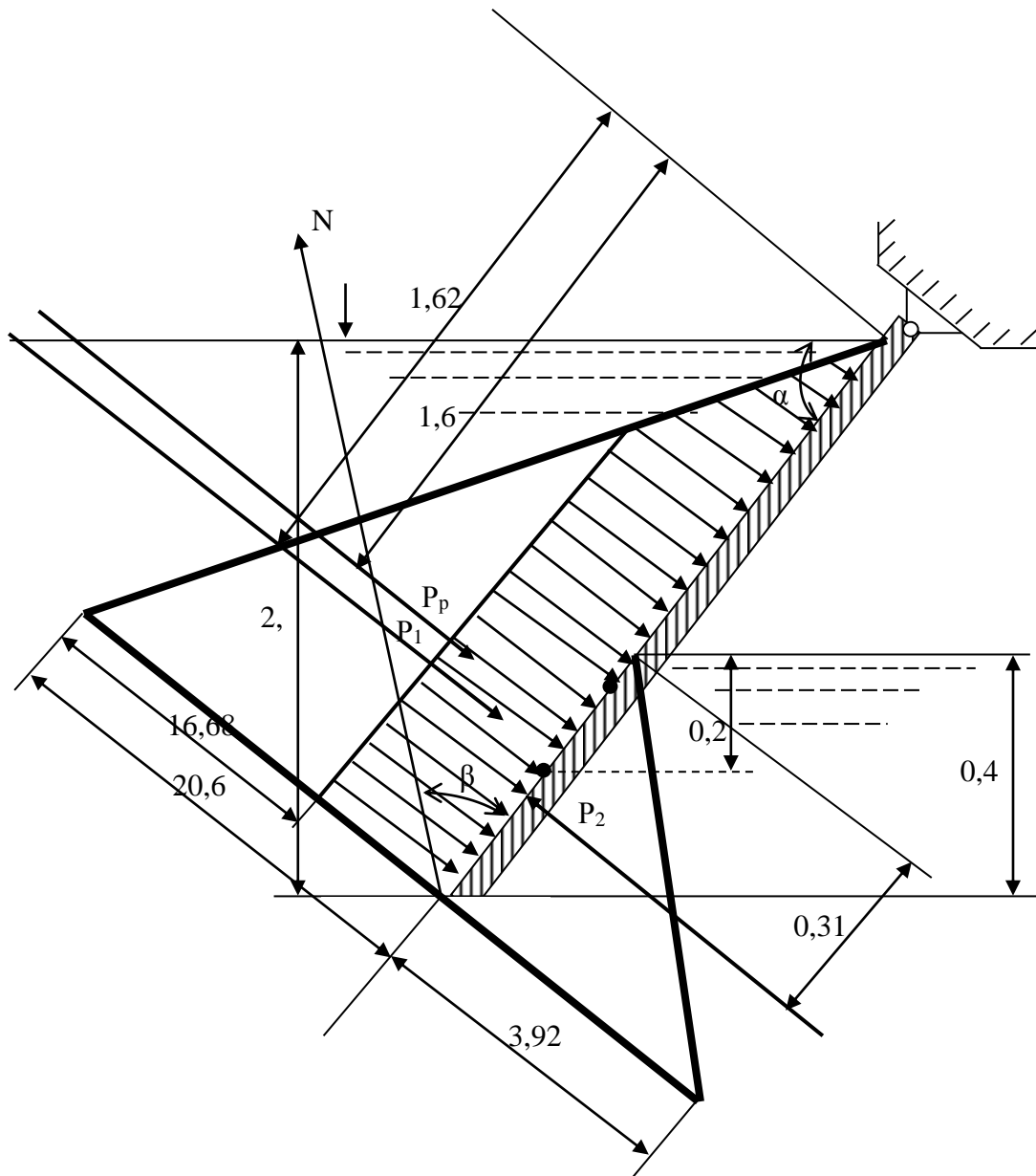
$$P_p \cdot l_{удр} = P_1 \cdot l_{уд1} - P_2 \cdot \left(l_{уд2} + \left(\frac{H_2 - H_1}{\sin \alpha} \right) \right); l_{удр} = \frac{P_1 \cdot l_{уд1} - P_2 \cdot \left(l_{уд2} + \left(\frac{H_2 - H_1}{\sin \alpha} \right) \right)}{P_p} =$$

$$= \frac{80,02 \cdot 1,62 - 2,9 \cdot \left(0,31 + \left(\frac{2,1 - 0,4}{0,865} \right) \right)}{77,12} = 1,6 \text{ м.}$$

Составим уравнение моментов

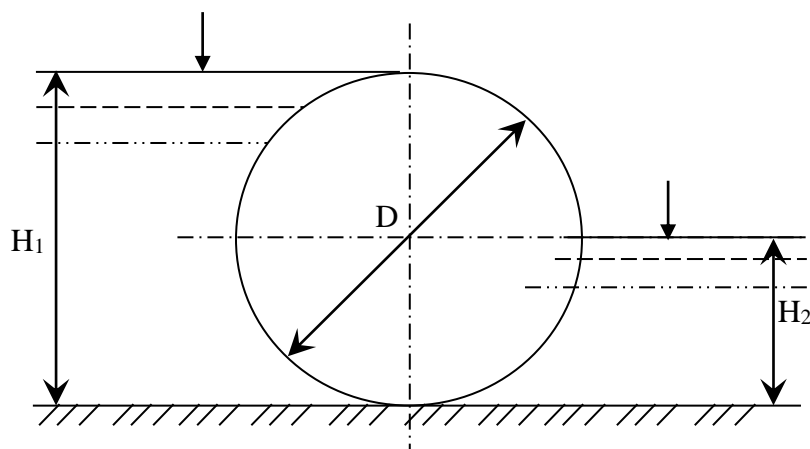
$$\sum M_0 = N \cdot L - P_p \cdot l_{удр} = 0, \text{ откуда } N = \frac{P_p \cdot l_{удр}}{L} = \frac{77,12 \cdot 1,6}{2,37} = 52,04 \text{ кН,}$$

где L – плечо силы N , $L = \frac{H_1 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{2,1 \cdot \sin 50}{\sin 60} = 1,86 \text{ м.}$



Эпюра гидростатического давления воды на плоский наклонный затвор

21. Цилиндрический затвор, находящийся в прямоугольном русле, шириной $b=4,0$ м имеет диаметр $D=3$ м, глубина воды за затвором



$H_2=D/2$. Определить силу гидростатического давления, точку её приложения и построить эпюру давления.

Решение.

Верхний бьеф. Горизонтальная составляющая

$$P_{x1} = \gamma h'_{ц.т} \omega_x = \gamma \cdot 0,5 \cdot H_1^2 \cdot b = 9,81 \cdot 0,5 \cdot 3^2 \cdot 4 = 176,6 \text{ кН},$$

где $h'_{ц.т}$ - глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции;

ω_x - площадь проекции криволинейной поверхности на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси OX.

Вертикальная составляющая давления на затвор

$$P_z = \gamma W,$$

где P'_z - вертикальная составляющая сил давления на нижнюю четверть цилиндрического затвора;

W' - объём тела давления, заключенного между нижней четвертью цилиндрической поверхности, ее проекцией на свободную поверхность и вертикальными проектирующими плоскостями.

$$P'_{z1} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{8} \cdot 4 = 138,62 \text{ кН}.$$

Нижний бьеф

$$P_{x2} = \gamma h'_{ц.т2} \omega_{x2} = \gamma \cdot 0,5 \cdot H_2^2 \cdot b = 9,81 \cdot 0,5 \cdot 1,5^2 \cdot 4 = 44,145 \text{ кН};$$

$$P'_{z2} = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{16} \cdot b = 9,81 \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{16} \cdot 4 = 69,3 \text{ кН};$$

Учитывая направление сил, определим равнодействующее горизонтальных и вертикальных сил

$$P_x = P_{x1} - P_{x2} = 176,6 - 44,145 = 132,46 \text{ кН};$$

$$P_z = P_{z1} + P_{z2} = 138,62 + 69,3 = 207,92 \text{ кН}.$$

Равнодействующая сил давления воды на цилиндрический затвор находится по формуле

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{132,46^2 + 207,92^2} = 246,53 \text{ кН}.$$

Функции наклона силы P к горизонту

$$\cos \theta = \frac{P_x}{P} = \frac{132,46}{246,53} = 0,54; \theta = 57^\circ 5'';$$

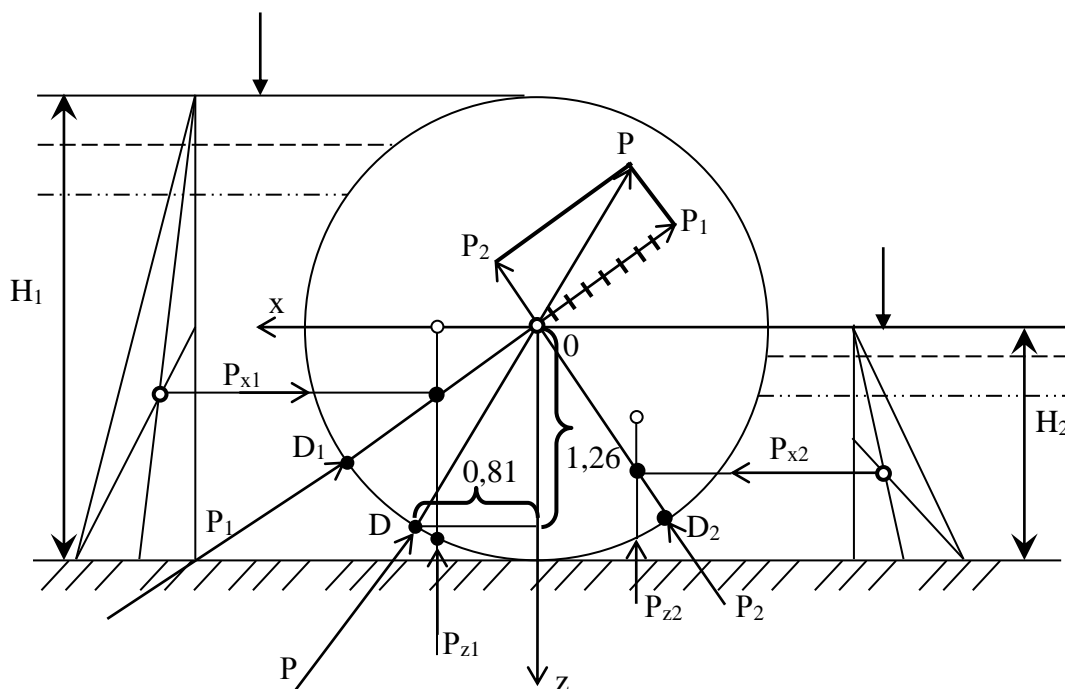
$$\sin \theta = \frac{P_z}{P} = \frac{207,92}{246,53} = 0,84; \theta = 57^\circ 5''.$$

Координаты центра давления

$$x = r \cdot \cos \theta = 1,5 \cdot 0,54 = 0,81 \text{ м};$$

$$z = r \cdot \sin \theta = 1,5 \cdot 0,84 = 1,26 \text{ м}.$$

Определение положения сил с помощью чертежа показана на рисунке.



3 ГИДРОДИНАМИКА

3.1 Методика решения задач

Методика решения всех задач гидродинамики, по существу, сводится к следующему:

1. Записать в общем виде уравнения, выражающие законы сохранения массы и энергии при движении жидкости или газа.
2. Определить слагаемые этих уравнений согласно исходным данным.
3. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ - фундаментальные физические соотношения, на основании которых выводятся частные законы. В современной науке известно более десяти законов сохранения, большинство из них относится к ядерной физике. При решении гидродинамических задач широко используются следующие:

- закон сохранения массы,
- закон сохранения энергии.

Эти два закона являются следствием того очевидного факта, что время и место действия не могут сами по себе изменить ход физического процесса (при одинаковых начальных условиях эксперимент будет проходить совершенно одинаково в Ухте и в Лондоне, сегодня и месяц назад).

3.2 Механическая энергия

Энергия - запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние.

Работа - скалярное произведение силы на перемещение под действием этой силы. На практике величина работы используется для характеристики механизма или технического устройства.

Энергия - это неостребованная работа, математическая абстракция, формула, по которой можно вычислить максимальную работу. В реальных условиях функционирования конкретного механизма часть энергии теряется и переходит в тепло.

Отношение полученной работы к затраченной энергии есть коэффициент полезного действия механизма.

Энергия проявляется во множестве различных форм. Она может быть определена таким способом, что при любом превращении системы полная энергия сохраняется. Однако для системы, которая не претерпевает никаких изменений, разговор об энергии беспредметен. Только при переходе из одной формы в другую или из одного места в другое представление об энергии становится очень полезным как средство для решения практических задач.

Механическая энергия разделяется на кинетическую и потенциальную:

$$E = E_K + E_{\text{П}}. \quad (3.1)$$

Кинетическая энергия.

Кинетическая энергия - это форма энергии, связанная с механическим движением.

Кинетическая энергия E_K численно равна работе, которая совершается при уменьшении скорости тела от u до нуля.

$$E_K = mu^2/2. \quad (3.2)$$

Потенциальная энергия.

Потенциальными называют неподвижные формы энергии, которые потенциально можно превратить в энергию движения. К таким формам относят энергию, запасенную в деформированном теле или в результате смещения тел в некотором силовом поле (электрическом, магнитном или гравитационном). Потенциальная энергия жидкости или газа разделяется на два вида:

- потенциальная энергия положения;

- потенциальная энергия давления.

Потенциальная энергия положения.

Твёрдое, жидкое или газообразное тела массой m занимают определённое положение в поле силы тяжести (рис.3).

Горизонтальная плоскость отсчета $E_{\text{полож.}}$ выбирается произвольно. Это связано с тем, что нас интересуют только изменения потенциальной энергии, а не её абсолютная величина. При переходе тела из положения 1 в положение 2 изменение потенциальной энергии $\Delta E_{\text{полож.}}$ будет равно

$$\Delta E_{\text{полож.}} = m \cdot g \cdot z_2 - m \cdot g \cdot z_1 = m \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = m \cdot g \cdot \Delta z \quad \text{-плоскость отсчета } 0-0$$

$$\Delta E_{\text{полож.}} = m \cdot g \cdot (-z_2') - m \cdot g \cdot (-z_1') = m \cdot g \cdot (z_1' - z_2') = m \cdot g \cdot \Delta z. \quad \text{-плоскость отсчета } 0'-0'$$

Изменение потенциальной энергии $\Delta E_{\text{полож.}}$ не зависит от выбора плоскости отсчета.

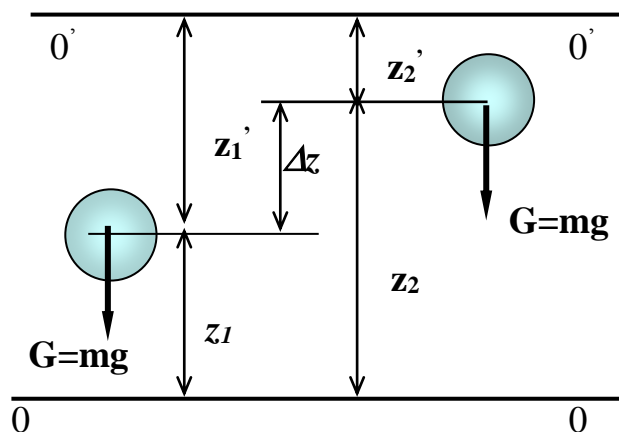


Рис.4. Иллюстрация к выводу формулы потенциальной энергии положения:

$0-0, 0'-0'$ - плоскости отсчета $E_{\text{полож.}}$

$A=G \cdot z = m \cdot g \cdot z$ - работа силы тяжести;

$E_{\text{полож.}} = m \cdot g \cdot z$ - потенциальная энергия положения, численно равна работе, которую совершает сила тяжести при падении тела с высоты z . Если те-

ло расположено выше плоскости отсчета, высота z берется со знаком (+), если ниже - со знаком (-).

Итак, потенциальная энергия положения жидкости $E_{\text{полож}}$ равна

$$E_{\text{полож}} = m \cdot g \cdot z. \quad (3.3)$$

Потенциальная энергия давления.

Другой вид потенциальной энергии связан с деформацией тел. Для твердого тела такой вид энергии запасается в сжатой пружине, для текучих тел (жидкостей и газов) такой вид энергии называется потенциальной энергией давления.

Покоящаяся и движущаяся жидкости находятся в деформированном (сжатом) состоянии под действием поверхностных и массовых сил, при этом в жидкости появляется энергия упругой деформации, пропорциональная величине напряжений сжатия (давлений) в жидкости. При расширении жидкости энергия упругой деформации превращается в работу (рис.4).

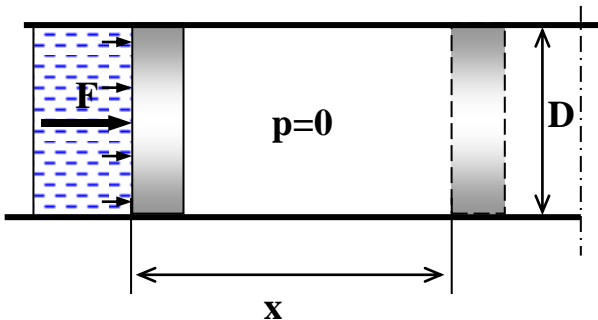


Рис.5. Иллюстрация к выводу формулы потенциальной энергии давления

$F = p \cdot s$ - сила, действующая на поршень со стороны сжатой жидкости;

$s = \pi \cdot D^2 / 4$ - площадь сечения поршня;

p - давление в жидкости;

$A = F \cdot x = p \cdot s \cdot x = p \cdot V = p \cdot m / \rho$ - работа по перемещению поршня, совершаемая за счет наличия в жидкости давления p .

V - изменение объёма жидкости в результате расширения при движении поршня.

Итак, потенциальная энергия давления жидкости $E_{\text{давл.}}$ равна

$$E_{\text{давл.}} = p \cdot m / \rho. \quad (3.4)$$

3.3 Закон сохранения энергии для идеальной жидкости

Идеальная жидкость - жидкость без вязкости и абсолютно несжимаемая. В такой гипотетической жидкости отсутствуют силы трения и не тратится энергия на работу по их преодолению, а также плотность жидкости есть величина постоянная в любом сечении потока. Такое приближение хорошо работает при рассмотрении движения жидкости в медленных потоках или длинных трубах (до тех пор, пока не интересуются тем, что происходит у стенок) и позволяет в первом приближении решать практические задачи.

Итак, полный запас энергии объёма жидкости массой m относительно нулевого уровня (плоскости сравнения 0-0) равен

$$E = m \cdot g \cdot z + m \cdot p / \rho + m u^2 / 2. \quad (3.5)$$

Для идеальной (невязкой) жидкости, в которой не происходит потерь энергии при движении, в произвольных сечениях 1-1 и 2-2 энергии должны быть равны

$$E_1 = E_2; \\ m \cdot g \cdot z_1 + m \cdot p_1 / \rho + m u_1^2 / 2 = m \cdot g \cdot z_2 + m \cdot p_2 / \rho + m u_2^2 / 2. \quad (3.6)$$

Уравнение (3.6) можно представить как закон сохранения удельных энергий.

Термин удельная энергия предполагает отношение полной энергии к некоторому количеству вещества - объёмному, массовому или весовому.

Энергия, отнесённая к весу жидкости, называется напором. Напор измеряется в метрах. После деления всех членов уравнения (22) на вес жидкости $G = mg$ оно принимает вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2g}. \quad (3.7)$$

Уравнение (3.7) называется уравнением Бернулли. Оно было получено в 1738 году швейцарским математиком и механиком Даниилом Бернулли.

При расчете гидроприводов, газо- и нефтепроводов уравнение (3.7) используют обычно в виде баланса энергий, отнесенных не к весу, а к объему протекающей жидкости $V=m/\rho$:

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2}. \quad (3.8)$$

Все слагаемые уравнения (3.8) имеют размерность давления и называются соответственно

$\rho \cdot g \cdot z_1, \rho \cdot g \cdot z_2$ - весовые давления в центрах тяжести сечений 1-1 и 2-2;

p_1, p_2 - статические давления в центрах тяжести сечений 1-1 и 2-2;

$\rho \cdot u_1^2 / 2, \rho \cdot u_2^2 / 2$ - динамические давления в центрах тяжести сечений 1-1 и 2-2.

Статическое давление - это напряжение сжатия в жидкости, которое появляется в результате действия на жидкость сжимающих сил.

Динамическое давление - давление жидкости на преграду при её остановке и превращении кинетической энергии в энергию давления.

3.4 Закон сохранения энергии для реальной жидкости

При переходе от идеальной жидкости к реальной необходимо учесть наличие вязкости (сил межмолекулярного взаимодействия при сдвиге) как между жидкостью и стенкой, так и между отдельными слоями жидкости. Вследствие этого эпюра скоростей в сечении потока получается неравномерной (эпюра 2, рис.5).

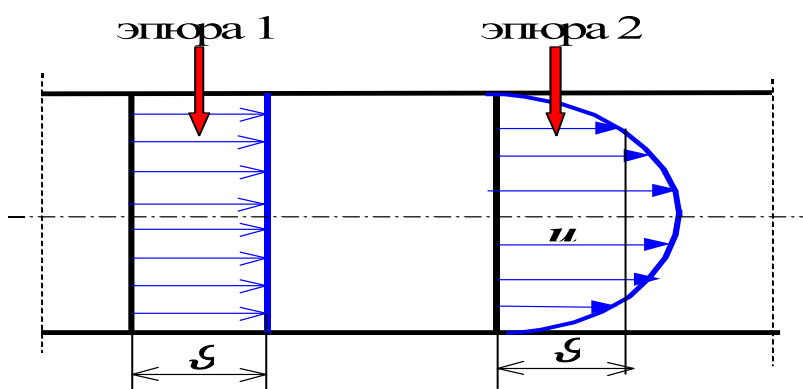


Рис.6. Эпюра скоростей в сечении потока жидкости:

u - местная скорость в сечении ds элементарной струйки;

ϑ - средняя скорость в сечении потока жидкости или скорость движения всех струек идеальной жидкости (эпюра 1).

$Q = \int u ds = \vartheta \cdot s$ - объёмный расход в сечении s потока жидкости.

Определим действительную кинетическую энергию потока как сумму кинетических энергий отдельных струек

$$E_K = \int dm \cdot u^2 / 2 = \int \rho \cdot dQ \cdot u^2 / 2 = \rho \int u d\omega \cdot u^2 / 2 = \rho \int d\omega \cdot u^3 / 2. \quad (3.9)$$

Итак, чем больше неравномерность местных скоростей в сечении потока (больше ε), тем больше корректив кинетической энергии α .

При ламинарном режиме неравномерность местных скоростей максимальная и расчетное значение $\alpha=2$. При турбулентном режиме вследствие перемешивания частиц скорости в сечении выравниваются и $\alpha=1,1 - 1,2$. Для практических расчетов при турбулентном режиме принимается $\alpha=1$.

Наличие вязкости приводит к появлению в потоке жидкости при ее движении сил трения, которые направлены против движения. На их преодоление затрачивается энергия жидкости.

Потерянная энергия, отнесенная к весу жидкости, называется потерями напора по длине и обозначается $h_{дл}$.

Кроме того, поток жидкости при своем движении претерпевает деформацию, которая вызывается установкой трубопроводной арматуры (краны, вентили, муфты, шайбы и др.), а также поворотами потока, внезапным расширением и сужением.

Потери энергии в такого рода препятствиях называются местными и обозначаются h_m .

Суммарные потери удельной энергии h_{1-2} равны

$$h_{1-2} = h_{дл} + h_m. \quad (3.10)$$

С учетом вязкости и деформации потока уравнение Бернулли для реальной жидкости принимает вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h. \quad (3.11)$$

Таким образом, уравнение Бернулли представляет собой закон сохранения энергии для движущейся жидкости: суммарная энергия жидкости в начальном сечении (потенциальная плюс кинетическая) равна суммарной энергии жидкости в конечном сечении плюс потери энергии.

Другими словами, начальная энергия всегда равна сумме энергии, что еще осталась, и энергии, что по пути потерялась.

Если между сечениями потока 1-1 и 2-2 имеется источник энергии (например, насос), энергия жидкости в месте установки насоса скачком возрастает и закон сохранения энергии принимает вид

$$H_{нас} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h, \quad (3.12)$$

где $H_{нас}$ - удельная энергия, которую насос забирает у приводного двигателя и передает жидкости (напор насоса).

Суммарная энергия жидкости в начальном сечении (потенциальная плюс кинетическая) плюс та энергия, что добавилась в насосе, равна суммарной энергии жидкости в конечном сечении (той, что осталась) плюс потери энергии.

Уравнение Бернулли в любой форме справедливо для тех сечений потока, где струйки не искривляются и не возникает сил инерции.

Правила выбора сечений:

- сечения выбираются всегда перпендикулярно направлению движения жидкости;
- сечения выбираются там, где известно максимальное число слагаемых уравнения Бернулли или там, где нужно что-то определить;
- в сечениях струйки жидкости должны быть параллельны друг другу, именно при таком условии справедливо уравнение Бернулли.

ВНИМАНИЕ!

- Нельзя выбирать сечения на повороте трубы, при входе в трубу и так далее, то есть там, где скорость движения резко меняется по величине или по направлению и струйки искривляются.
- В левой части уравнения стоит энергия того сечения, от которого начинается движение.

3.5 Закон сохранения массы

Количество вещества, проходящее через поперечное сечение потока, можно измерить в единицах массы, объёма или веса. Это количество зависит, очевидно, от скорости движения, величины сечения и времени наблюдения.

Согласно рисунку.б, через сечение 1-1 за время t пройдет объём жидкости, равный объёму цилиндра 1-1'-1', то есть $V_1 = \vartheta_1 \cdot s_1 \cdot t$, и масса жидкости $m_1 = \rho_1 \cdot \vartheta_1 \cdot s_1 \cdot t$.

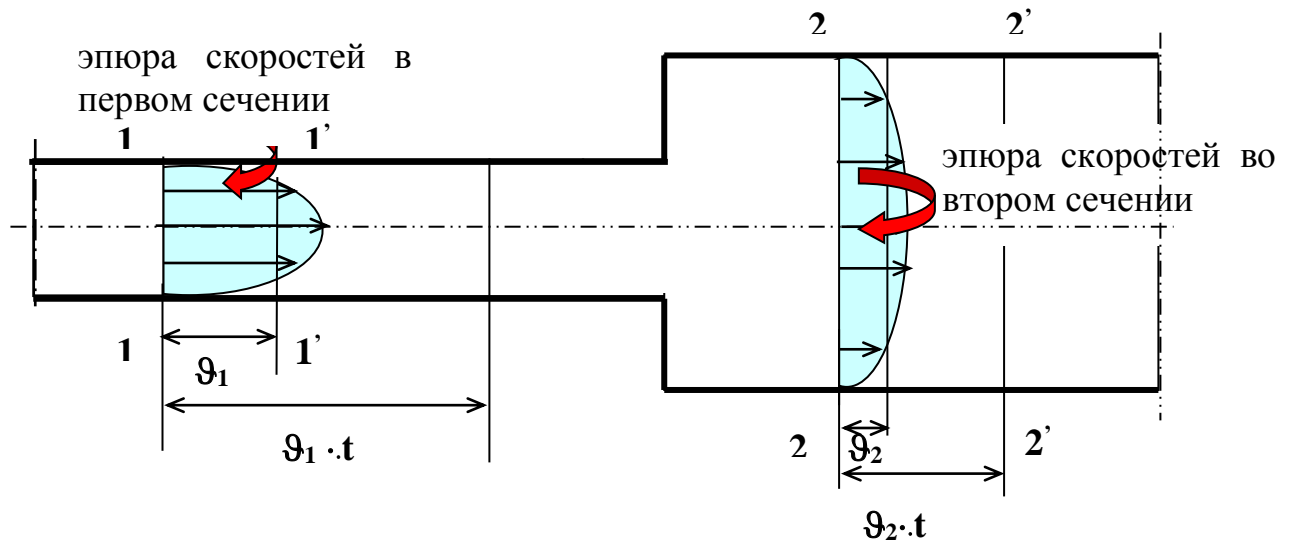


Рис. 7. Иллюстрация к выводу закона сохранения массы

На пути движения от начального сечения к конечному форма поперечных сечений потока может меняться самым причудливым образом, однако то массовое количество жидкости, которое прошло за время t через любое сечение, должно остаться неизменным. Это следует из закона сохранения массы.

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot s_1 \cdot t = \rho_2 \cdot v_2 \cdot s_2 \cdot t. \quad (3.13)$$

Поскольку время можно выбирать произвольно, удобно сравнивать количества жидкости, проходящие за единицу времени (1 с, 1 мин, 1 час и т.д.).

Количество жидкости, проходящее через сечение за единицу времени, называется расходом.

$$Q = v \cdot s \quad - \text{объемный расход} \quad (3.14)$$

$$Q_m \quad - \text{массовый расход} \quad (3.15)$$

$$Q_G \quad - \text{весовой расход} \quad (3.16)$$

Для жидкости плотность ρ можно считать постоянной величиной. Это следует из закона Гука.

Закон Гука определяет связь между напряжением и объемной деформацией при всестороннем сжатии жидкости

$$\Delta p = - E \cdot \varepsilon. \quad (3.17)$$

Здесь E - модуль объёмной упругости жидкости, $\varepsilon = \Delta V/V$ - относительное изменение объёма, V - первоначальный объём. Знак минус показывает, что при увеличении давления объём жидкости уменьшается.

Модуль упругости стали $E_{ст} = 2 \cdot 10^{11}$ Па, а модуль упругости воды $E = 2 \cdot 10^9$ Па. Вследствие высокого модуля упругости жидкости сжимаются незначительно. Так, при повышении давления на 10 МПа, изменение объёма равно

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{E} = \frac{10 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9} = 0,5 \cdot 10^{-2} = 0,5\% .$$

Поэтому чаще всего в гидравлических расчетах жидкость считают несжимаемой и плотность жидкости $\rho = m/V$ принимается величиной постоянной и не зависящей от давления.

Принимая $\rho = \text{const}$, вместо (3.17) получим

$$\vartheta_1 \cdot s_1 = \vartheta_2 \cdot s_2 = \dots = Q = \text{const}. \quad (3.18)$$

Уравнение (3.18) выражает закон постоянства объёмного расхода по длине потока.

3.6 Гидравлические сопротивления

Потери удельной энергии в потоке жидкости, безусловно, связаны с вязкостью жидкости, но сама вязкость - не единственный фактор, определяющий потери напора. Но можно утверждать, что величина потерь напора почти всегда пропорциональны квадрату средней скорости движения жидкости. Эту гипотезу подтверждают результаты большинства опытных работ и специально поставленных экспериментов. По этой причине потери напора принято исчислять в долях от скоростного напора (удельной кинетической энергии потока). Тогда

$$h_{mp} = \xi_{mp} \frac{v^2}{2g} \quad (3.19)$$

Потери напора принято подразделять на две категории:

- потери напора, распределённые вдоль всего канала, по которому перемещается жидкость (трубопровод, канал, русло реки и др.), эти потери пропорциональны длине канала и называются потерями напора по длине $h_{от}$, сосредоточенные потери напора;

- потери напора на локальной длине потока (достаточно малой по сравнению с протяжённостью всего потока). Этот вид потерь во многом зависит от особенностей преобразования параметров потока (скоростей, формы линий тока и др.). Как правило, видов таких потерь довольно много и их расположение по длине потока зачастую далеко не закономерно. Такие потери напора называют местными потерями или потерями напора на местных гидравлических сопротивлениях. Этот вид потерь напора также принято исчислять в долях от скоростного напора

$$h_u = \xi_u \frac{v^2}{2g}.$$

Тогда полные потери напора можно представить собой как сумму всех видов потерь напора

$$h_{mp} = h_{от} + \Sigma h_u \quad (3.20)$$

Оценка величины местных потерь напора практически всегда базируются на результатах экспериментов, по результатам таких экспериментов определяются величины коэффициентов потерь. Для вычисления потерь напора по длине имеются более или менее надёжные теоретические предпосылки, позволяющие вычислять потери с помощью привычных формул.

Местные потери напора.

Несмотря на многообразие видов местных гидравлических сопротивлений, их всё же можно при желании сгруппировать:

потери напора в руслах при изменении размеров живого сечения, потери напора на местных гидравлических сопротивлениях, связанных с изменением направления движения жидкости, потери напора при обтекании преград.

Внезапное расширение русла. Внезапное расширение русла чаще всего наблюдается на стыке участков трубопроводов, когда один трубопровод соединяется с магистральным трубопроводом большего диаметра. Величина коэффициента потерь напора в данном случае определяется с достаточной точностью на теоретическом уровне. Величины средних скоростей жидкости в сечениях можно определить из условия неразрывности.

$$\begin{aligned}v_1 S_1 &= v_2 S_2 \\ S_1 &= \frac{\pi d^2}{4}, S_2 = \frac{\pi D^2}{4}\end{aligned}$$

Тогда величина потерь напора при внезапном расширении русла определяется

$$\begin{aligned}h_{ep} &= \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} \\ \xi_{ep} &= \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2.\end{aligned}$$

Таким образом, можно сказать, что потеря напора при внезапном расширении потока равна скоростному напору, соответствующему потерянной скорости.

$$h_{ep} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (3.21)$$

Плавное расширение русла (диффузор). Плавное расширение русла называется диффузором. Течение жидкости в диффузоре имеет сложный характер. Поскольку живое сечение потока постепенно увеличивается, то соответственно снижается скорость движения жидкости и увеличивается давление. Поскольку в этом случае в слоях жидкости у стенок диффузора кинетическая энергия минимальна (мала скорость), то возможна остановка жидкости и интенсивное вихреобразование. По этой причине потери энергии напора в диффузоре будут зависеть от потерь напора на трение и за счёт потерь при расширении:

$$\Delta h_{диф} = \Delta h_{тр} + \Delta h_{ep}.$$

$$\xi_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2} \right) + k_0 \left(1 - \frac{1}{\frac{S_2}{S_1}} \right) \quad (3.22)$$

где S_1 - площадь живого сечения на входе в диффузор,

S_2 - площадь живого сечения на выходе из диффузора, α - угол конусности диффузора,

$$k_0 = 3,2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} - \text{поправочный коэффициент, зависящий от условий}$$

расширения потока в диффузоре.

Внезапное сужение канала. При внезапном сужении канала поток жидкости отрывается от стенок входного участка и лишь затем касается стенок канала меньшего размера. В этой области потока образуются две зоны интенсивного вихреобразования (как в широком участке трубы, так и в узком), в результате чего, как и в предыдущем случае, потери напора складываются из двух составляющих (потерь на трение и при сужении). Коэффициент потерь напора при гидравлическом сопротивлении внезапного сужения потока можно определить по эмпирической зависимости, предложенной И.Е. Идельчиком:

$$\xi_{\text{вс}} = 0,5 \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \quad (3.23)$$

или взять по таблице:

$\frac{S_2}{S_1}$	0,01	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80
$\xi_{\text{вс}}$	0,50	0,45	0,40	0,30	0,20	0,10

Плавное сужение канала. Плавное сужение канала достигается с помощью конического участка, называемого конфузуром. Потери напора в конфузуре образуются практически за счёт трения, так как вихреобразование в конфузуре практически отсутствует. Коэффициент потерь напора в конфузуре можно определить по формуле

$$\xi_{\text{конф}} = \frac{\lambda}{8 \sin \alpha} \left(1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \quad (3.24)$$

При большом угле конусности $\alpha > 50^\circ$ коэффициент потерь напора можно определять по формуле с внесением поправочного коэффициента k_{nc} .

Нормальный вход в трубу. Из резервуаров, где хранятся жидкости, вход в выкидной трубопровод осуществляется в так называемом нормальном исполнении, то есть когда осевая линия патрубка трубопровода располагается по нормали к боковой стенке резервуара. Этот вид гидравлических сопротивлений также можно отнести к сопротивлениям, связанным с изменением размеров русла, просто здесь размеры нового русла бесконечно малы по сравнению с размерами исходного русла с сечением резервуара. В этом случае внутри выкидного патрубка вытекающая из резервуара жидкость заполняет всё сечение трубы не сразу, а лишь на некотором расстоянии от входа. В этой области в застойной зоне часть жидкости совершает вращательное движение и созданный таким образом вихрь порождает дополнительные гидравлические сопротивления. Коэффициент потерь напора при этом приблизительно составляет половину скоростного напора:

$$\xi_{\text{вх}} = 0,5$$

Выход из трубы в покоящуюся жидкость. Это обычный элемент стыковки напорной части трубопровода с резервуаром. Входной патрубок трубопровода располагается нормально к боковой стенке резервуара. Этот вид гидравлических сопротивлений также можно рассматривать как разновидность внезапного расширения потока жидкости до бесконечно большого сечения.

Величина коэффициента потерь напора в большинстве случаев принимается равной одному скоростному напору.

Внезапный поворот канала. Под таким гидравлическим сопротивлением будем понимать место соединения трубопроводов одинакового диаметра, при котором осевые линии трубопроводов не совпадают, то есть составляют между собой некоторый угол α .

Этот угол называется углом поворота русла, так как здесь изменяется направление движения жидкости. Физические основы процесса преобразования кинетической энергии при повороте потока достаточно сложны и следует рассмотреть лишь результат этих процессов. Так при прохождении участка внезапного поворота образуется сложная форма потока с двумя зонами вихревого движения жидкости. На практике такие элементы соединения трубопроводов называют коленами. Следует отметить, что колено как соединительный элемент является крайне нежелательным ввиду значительных потерь напора в данном виде соединения. Величина коэффициента потерь напора будет, в первую очередь, зависеть от угла поворота русла и может быть определена по эмпирической формуле или по таблице:

$$\xi_{вп} = 0,95 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 2,05 \sin^4 \frac{\alpha}{2}.$$

α°	30	40	50	60	70	80	90
$\xi_{вп}$	0,20	0,30	0,40	0,55	0,70	0,90	1,10

Плавный поворот канала. Этот вид гидравлических сопротивлений можно считать более благоприятным (экономичным) с точки зрения величины потерь напора, так как в данном случае опасных зон для образования интенсивного вихревого движения жидкости практически нет. Тем не менее, под действием того, что при повороте потока возникают центробежные силы, способствующие отрыву частиц жидкости от стенки трубы, вихревые зоны всё же возникают. Кроме того, при этом возникают встречные потоки жидко-

сти, направленные от внутренней стенки трубы к внешней стенке трубы. Коэффициент потерь напора определяется по эмпирическим формулам или по таблицам. При угле поворота русла на 90° и $\frac{R}{d} > 1,0$.

Наличие обширного набора сведений по этим вопросам объясняется тем, что колена в закруглённом исполнении весьма широко применяются в строительстве трубопроводов и в различных гидравлических системах.

Задвижки. Задвижки часто используют как средство регулирования характеристик потока жидкости (расход, напор, скорость). При наличии задвижки в трубопроводе поток обтекает находящиеся в трубе плашки задвижки, наличие которых ограничивает живое сечение потока, а также приводит к возникновению вихревых потоков жидкости около плашек задвижки. Коэффициент потерь напора зависит от степени закрытия задвижки α / d .

α / d	полное открытие	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8
ξ_3	0,12	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8

Краны. Краны также могут использоваться в качестве средств регулирования параметров потока. В этих случаях коэффициент потерь напора зависит от степени закрытия крана (угла поворота).

α	5	10	20	30	40	50	60	70
$\xi_{кр}$	0,05	0,29	1,56	5,47	17,3	52,6	206	486

Обратные клапаны и фильтры. Коэффициенты потерь напора определяются, как правило, экспериментально.

Потери напора по длине.

При установившемся движении реальной жидкости основные параметры потока: величина средней скорости в живом сечении (v) и величина перепада давления (Δp) зависят от физических свойств движущейся жидкости и от размеров пространства, в котором жидкость движется. В целом физиче-

ские свойства жидкости определяются через размерные величины, называемые физическими параметрами жидкости.

Можно установить взаимосвязь между всеми параметрами, от которых зависит движение жидкости. Условно эту зависимость можно записать как некоторую функцию в неявном виде.

$$f(l_1, l_2, l_3, \square, \nu, \square p, \gamma, \rho, \mu, \sigma, K) = 0,$$

где l_1, l_2 и l_3 - линейные величины, характеризующие трёхмерное пространство,

\square - линейная величина, характеризующая состояние стенок канала (шероховатость), величина выступов,

ν - средняя скорость движения жидкости в живом сечении потока,

$\square p$ - разность давления между начальным и конечным живыми сечениями потока (перепад давления),

γ - плотность жидкости,

ρ - плотность жидкости,

μ - динамический коэффициент вязкости жидкости,

σ - поверхностное натяжение жидкости,

K - модуль упругости жидкости.

$$h_{mp} = 2f\left(\frac{\Delta}{4R_2}, Fr, Re\right) \frac{l}{4R_2} \frac{\nu^2}{2g}.$$

Обозначим $2f\left(\frac{\Delta}{4R_2}, Fr, Re\right) = \lambda$. Эту величину принято называть коэффициентом сопротивления трения по длине или коэффициентом Дарси. Для

круглых труб, учитывая, что $h_{mp} = h_{dl}$

$$h_{dl} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\nu^2}{2g}. \quad (3.25)$$

Эта формула носит название формулы Дарси-Вейсбаха и является одной из основных формул гидродинамики.

Коэффициент потерь напора по длине будет равен

$$\xi_{\text{от}} = \lambda \frac{l}{d}. \quad (3.26)$$

Запишем формулу Дарси-Вейсбаха в виде

$$v = \sqrt{\frac{8gR_c h_{\text{от}}}{\lambda L}}.$$

Величину $i = \frac{h_{\text{от}}}{L}$ называют гидравлическим уклоном, а величину

$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$ называют коэффициентом Шези.

$$v = C\sqrt{Ri}$$

Величина $\sqrt{gRi} = u_o$ имеет размерность скорости и носит название динамической скорости жидкости.

Тогда коэффициент трения (коэффициент Дарси): $\lambda = 8\left(\frac{u_o}{v}\right)^2$.

3.7 Режимы движения жидкости

Экспериментальное изучение движения жидкости.

При проведении многочисленных экспериментов с потоками движущейся жидкости было неоднократно подмечено, что на величину гидравлических сопротивлений кроме физических свойств самой жидкости, формы и размеров каналов, состояния их стенок существенное влияние оказывают особенности движения частиц жидкости в потоке. Впервые дал теоретическое обоснование этой зависимости английский физик Осборн Рейнольдс. Суть его эксперимента заключалась в следующем.

В ёмкость достаточно большого объёма была вставлена длинная (не менее 20 диаметров) стеклянная трубка. На конце этой трубки устанавливался кран для регулирования расхода жидкости. Измерение расхода жидкости осуществлялось с помощью мерной ёмкости, расположенной в конце трубки. Из малого бачка с помощью тонкой изогнутой трубки по центру основной трубки вводилась подкрашенная жидкость. Её расход также регулировался с помощью краника. Уровень жидкости в основном баке поддерживался постоянным. Плавно меняя расход жидкости в трубке, Рейнольдс отметил, что при

малых скоростях движения жидкости подкрашенная струйка жидкости текла по центру потока, не смешиваясь с остальной жидкостью потока. Однако при определённой скорости подкрашенная струйка жидкости теряла свою устойчивость и, в конечном итоге, частицы окрашенной жидкости перемешивались с остальной жидкостью. При снижении скорости движения жидкости положение восстанавливалось: хаотичное движение частиц жидкости снова становилось упорядоченным. Рейнольдс менял длину и диаметр трубки, вязкость жидкости, количество подкрашенных струек жидкости и установил, что эффект перемешивания (смена режима течения жидкости) зависит от скорости движения жидкости, её вязкости и от диаметра трубки, причём при увеличении вязкости жидкости для смены режима течения жидкости требовалась большая скорость. Отсюда Рейнольдс сделал вывод, что смена режима движения жидкости зависит от целого комплекса параметров потока, а именно от соотношения

$$R_e = \frac{V_d}{\nu}, \quad (3.27)$$

которое получило название числа Рейнольдса. Число Рейнольдса оказалось безразмерной величиной, представлявшей собой отношение сил инерции к силам вязкостного трения. Была установлена и критическая величина числа Рейнольдса, при котором происходила смена режима движения жидкости $Re_{кр}$, она оказалась равной 2320.

Режим движения жидкости, при котором наблюдалось её плавное, слоистое движение, был назван ламинарным (слоистым) режимом движения жидкости. Режим движения жидкости, сопровождавшийся хаотическим движением её частиц в потоке, был назван турбулентным (беспорядочным). Важным оказалось то обстоятельство, что при смене режима движения существенно менялась зависимость величины гидравлических сопротивлений от скорости движения жидкости.

Средняя скорость движения жидкости в ламинарном потоке.

Для определения величины средней скорости рассмотрим живое сечение потока жидкости в трубе. Затем проведём в сечении потока две концентрические окружности, отстоящие друг от друга на бесконечно малое рассто-

яние dr . Между этими окружностями мы, таким образом, выделили малую кольцевую зону, малую часть живого сечения потока жидкости. Расход жидкости через выделенную кольцевую зону

$$dO = u dS = u \cdot 2\pi r \cdot dr.$$

Расход жидкости через полное живое сечение трубы

$$Q = \int_0^{r_0} u \cdot 2\pi r \cdot dr = \int_0^{r_0} \rho g \frac{i}{4\mu} (r_0^2 - r^2) \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$Q = \rho g \frac{i \cdot 2\pi}{4\mu} \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) \cdot r dr = \rho g \frac{\pi \cdot i}{8\mu} r_0^4$$

величина средней скорости в сечении

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{\rho g d^2}{32\mu} i \text{ или } v = 0,5u_{\max}$$

Потери напора в ламинарном потоке жидкости. Для ламинарного потока жидкости в круглой трубе можно определить коэффициент трения через число Рейнольдса. Вычислим величину гидравлического уклона из средней скорости жидкости.

$$i = \frac{32\rho v}{gd^2} = \frac{8w}{gdR_2}.$$

Отсюда

$$gR_2 i = \frac{8w}{d} = u_0^2$$

Тогда

$$\lambda = 8 \left(\frac{u_0}{v} \right)^2 = \frac{64\nu}{v} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (3.28)$$

Окончательно потери напора при ламинарном движении жидкости в трубе

$$h_{om} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}. \quad (3.29)$$

Несколько преобразовав формулу для определения потерь напора, получим формулу Пуазейля

$$h_{om} = \frac{32 \cdot \nu \cdot l \cdot \nu}{gd^2} \quad (3.30)$$

3.8 Турбулентное движение жидкости

Структура турбулентного потока. Отличительной особенностью турбулентного движения жидкости является хаотическое движение частиц в потоке. Однако при этом часто можно наблюдать и некоторую закономерность в таком движении. С помощью термогидрометра, прибора позволяющего фиксировать изменение скорости в точке замера, можно снять кривую скорости. Если выбрать интервал времени достаточной продолжительности, то окажется, что колебания скорости наблюдаются около некоторого уровня, и этот уровень сохраняется постоянным при выборе различных интервалов времени. Величина скорости в данной точке в данный момент времени носит название мгновенной скорости.

При неустановившемся турбулентном движении жидкости величины осреднённых скоростей меняются во времени.

Пульсация жидкости является причиной перемешивания жидкости в потоке. Интенсивность перемешивания зависит, как известно, от числа Рейнольдса, то есть при сохранении прочих условий от скорости движения жидкости. Таким образом, в конкретном потоке жидкости (вязкость жидкости и размеры сечения определены первичными условиями) характер её движения зависит от скорости. Для турбулентного потока это имеет решающее значение. Так, в периферийных слоях жидкости скорости всегда будут минимальными, и режим движения в этих слоях естественно будет ламинарным. Увеличение скорости до критического значения приведёт к смене режима движения жидкости с ламинарного режима на турбулентный режим, то есть в реальном потоке присутствуют оба режима как ламинарный, так и турбулентный.

Таким образом, поток жидкости состоит из ламинарной зоны (у стенки канала) и турбулентного ядра течения (в центре) и поскольку скорость к центру турбулентного потока нарастает интенсивно, то толщина периферийного

ламинарного слоя чаще всего незначительна, и, естественно, сам слой называется ламинарной плёнкой, толщина которой δ зависит от скорости движения жидкости.

Гидравлически гладкие и шероховатые трубы. Состояние стенок трубы в значительной мере влияет на поведение жидкости в турбулентном потоке. Так при ламинарном движении жидкость движется медленно и плавно, спокойно обтекая на своём пути незначительные препятствия. Возникающие при этом местные сопротивления настолько ничтожны, что их величиной можно пренебречь. В турбулентном же потоке такие малые препятствия служат источником вихревого движения жидкости, что приводит к возрастанию этих малых местных гидравлических сопротивлений, которыми мы в ламинарном потоке пренебрегли. Такими малыми препятствиями на стенке трубы являются её неровности. Абсолютная величина таких неровностей зависит от качества обработки трубы. В гидравлике эти неровности называются выступами шероховатости, они обозначаются литерой Δ .

В зависимости от соотношения толщины ламинарной плёнки и величины выступов шероховатости будет меняться характер движения жидкости в потоке. В случае, когда толщина ламинарной плёнки велика по сравнению с величиной выступов шероховатости $\delta \gg \Delta$, выступы шероховатости погружены в ламинарную плёнку и турбулентному ядру течения они недоступны (их наличие не сказывается на потоке). Такие трубы называются гидравлически гладкими. Когда размер выступов шероховатости превышает толщину ламинарной плёнки, то плёнка теряет свою сплошность, и выступы шероховатости становятся источником многочисленных вихрей, что существенно сказывается на потоке жидкости в целом. Такие трубы называются гидравлически шероховатыми (или просто шероховатыми). Естественно, существует и промежуточный вид шероховатости стенки трубы, когда выступы шероховатости становятся соизмеримыми с толщиной ламинарной плёнки $\delta \approx \Delta$. Толщину ламинарной плёнки можно оценить исходя из эмпирического уравнения жидкости из одного слоя в другой, они не мгновенно приобретают скорость нового слоя, а лишь через некоторое время; за это время частицы успеют углу-

биться в новый слой на некоторое расстояние, называемое длиной пути перемешивания.

$$\frac{\delta}{d} = \frac{32,5}{2\text{Re}\sqrt{\lambda}} \quad (3.31)$$

Распределение скоростей по сечению турбулентного потока. Наблюдения за величинами осреднённых скоростей в турбулентном потоке жидкости показали, что эпюра осреднённых скоростей в турбулентном потоке в значительной степени сглажена и практически скорости в разных точках живого сечения равны средней скорости. Сопоставляя эпюры скоростей турбулентного потока и ламинарного потока, можно сделать вывод о практически равномерном распределении скоростей в живом сечении. Работами Прандтля было установлено, что закон изменения касательных напряжений по сечению потока близок к логарифмическому закону.

$$du = \frac{\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}}{x \cdot r} dr, \quad (3.32)$$

После интегрирования $u = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \ln r + C.$

Последнее выражение преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\bar{u}}{u_o} = \frac{1}{x} \ln \frac{u_o r}{\nu} + const$$

Развивая теорию Прандтля, Никурадзе и Рейхардт предложили аналогичную зависимость для круглых труб.

$$\varphi = \frac{1}{x} \ln [x(\eta - \alpha) + 1] + \alpha.$$

Потери напора на трение в турбулентном потоке жидкости. При исследовании вопроса об определении коэффициента потерь напора на трение в гидравлически гладких трубах можно прийти к мнению, что этот коэффициент целиком зависит от числа Рейнольдса. Известны эмпирические формулы для определения коэффициента трения, наиболее широкое распространение получила формула Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (3.33)$$

По данным многочисленных экспериментов, формула Блазиуса подтверждается в пределах значений числа Рейнольдса от $Re_{кр}$ до $1 \cdot 10^5$. Другой распространённой эмпирической формулой для определения коэффициента Дарси является формула П.К. Копакова

$$\lambda = \frac{1}{(1,81 \lg Re - 1,5)^2} \quad (3.34)$$

Если $Re > Re_{кр}$, то область сопротивления квадратичная, тогда коэффициент гидравлического трения определим по формуле

$$\lambda = \frac{8g}{c^2}. \quad (3.35)$$

Если $Re < Re_{кр}$, то область сопротивления переходная, тогда коэффициент гидравлического трения определим по формуле А.Д. Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{1,46}{d} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25}. \quad (3.36)$$

Изучение движения жидкости по шероховатым трубам в области, где потери напора определяются только шероховатостью стенок труб, $\lambda = f\left(\frac{\Delta}{d}\right)$ и не зависят от скорости движения жидкости, то есть от числа Рейнольдса, осуществлялось Прандтлем и Никурадзе. В результате их экспериментов на моделях с искусственной шероховатостью была установлена зависимость для коэффициента Дарси для этой так называемой квадратичной области течения жидкости

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{3,7d}{\Delta} = -2 \lg 0,27 \frac{\Delta}{d},$$

$$\text{или } \lambda = \left(1,14 + 2 \lg \frac{d}{\Delta} \right)^{-2}. \quad (3.37)$$

Для труб с естественной шероховатостью справедлива формула Шифринсона

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} \quad (3.38)$$

где Δ_o - эквивалентная величина выступов шероховатости. Ещё более сложная обстановка связана с изучением движения жидкости в переходной области течения, когда величина потерь напора зависит от обоих факторов,

$$\lambda = f \left(\text{Re}, \frac{\Delta}{d} \right). \text{ Наиболее приемлемых результатов добились Кёллебрук}$$

- Уайт

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(-\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + 0,27 \frac{\Delta}{d} \right) \quad (3.39)$$

Несколько отличная формула получена Н.З. Френкелем

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\left(\frac{6,81}{\text{Re}} \right)^{0,9} + 0,27 \frac{\Delta}{d} \right]. \quad (3.40)$$

Формула Френкеля хорошо согласуется с результатами экспериментов других авторов с отклонением (в пределах 2 - 3%). Позднее А.Д. Альтшуль получил простую и удобную для расчётов формулу

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25}. \quad (3.41)$$

3.9 Примеры решения задач

1. Определить потери напора по длине при движении воды $t=20^\circ\text{C}$ в стальной трубе, б/у, диаметром $d=250$ мм и длиной $l=2500$ м при расходе воды в ней $Q=0,1$ м³/с. На сколько необходимо изменить диаметр трубы, чтобы потери уменьшились на 25%.

Решение.

Потери по длине определяются по формуле

$$h_{\text{дл}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g};$$

Для определения скорости воспользуемся уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2.$$

$$\text{Тогда } v = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,1}{3,14 \cdot 0,25^2} = 2,04 \text{ м/с.}$$

Для определения гидравлического коэффициента λ определим граничные условия; $K_3=0,6$ мм, для новых ж/б труб; кинематический коэффициент вязкости для воды с $t=10^\circ \text{C}$ – $0,00000131 \text{ м}^2/\text{с}$; определим число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}; \text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{2,04 \cdot 0,25}{0,00000101} = 504509;$$

$$\text{Re} \cdot \frac{K_3}{d} = 504509 \cdot \frac{0,1}{250} = 201;$$

$$\text{Re} \cdot \frac{K_3}{d} = 201 < 500; \text{ тогда}$$

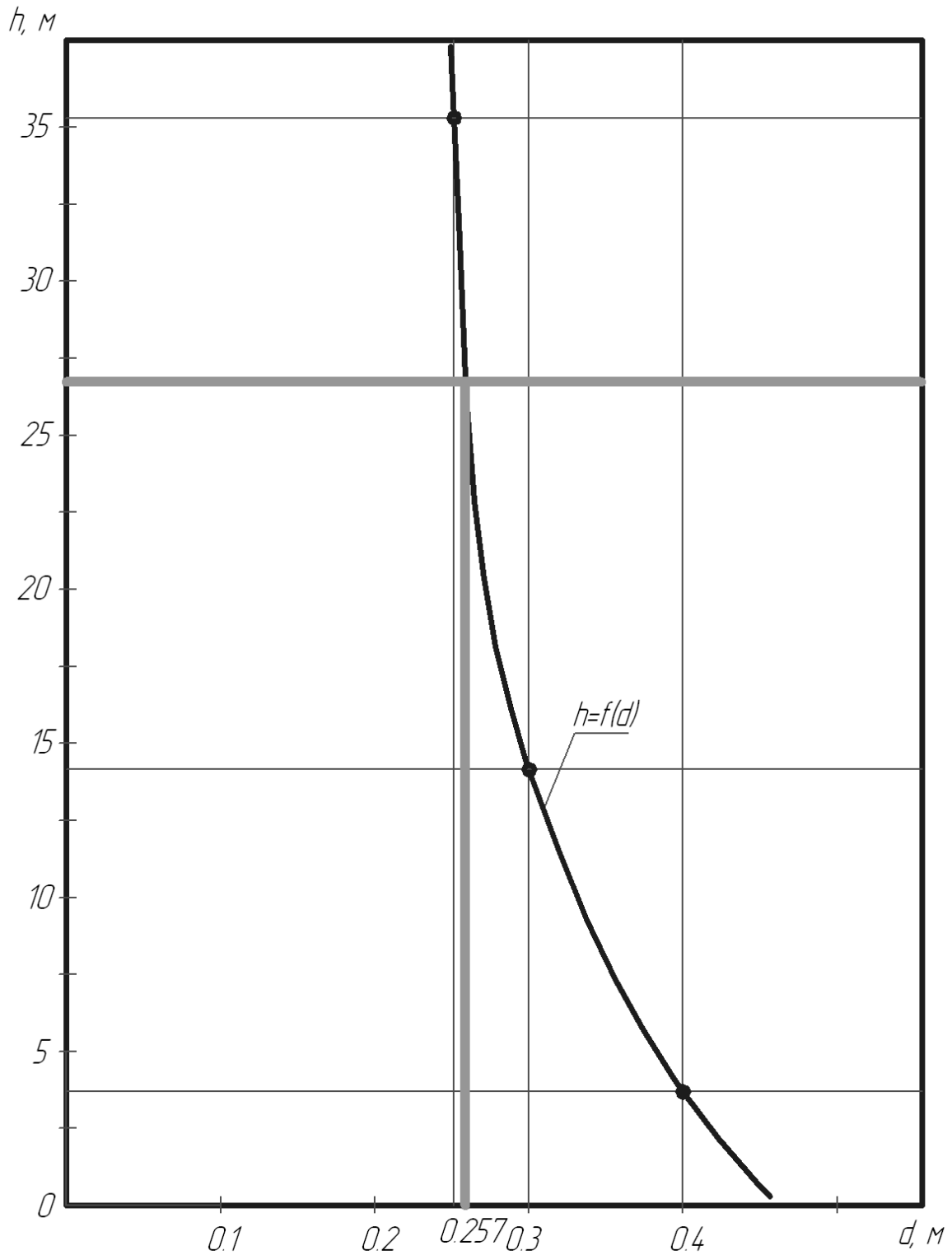
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{K_3}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,1}{250} + \frac{68}{504509} \right)^{0,25} = 0,0167,$$

$$\text{Откуда } h_1 = 0,0167 \cdot \frac{2500}{0,25} \cdot \frac{2,04^2}{2 \cdot 9,81} = 35,5 \text{ м.}$$

Уменьшим потери по длине на 25%, тогда они составят 26,63 м, диаметр определим методом подбора, построив график зависимости $h=f(d)$. Расчёт ведем в табличной форме.

d, мм	v, м/с	Re	$\text{Re} \cdot \frac{K_3}{d}$	λ	h, м
0,3	1,42	420424	140	0,0164	14,06
0,4	0,8	315318	78,8	0,0161	3,3

При h по длине, равной 26,63 м, $d=0,257$ м, следовательно, диаметр изменится на 0,007 м.



Диаметр $d=0,257$ м

График зависимости напора от диаметра

2. Найти потери напора по длине трубопровода, состоящего из последовательно соединенных новых чугунных труб $l_1=600$ м, $d_1=125$ мм, $l_2=800$ м, $d_2=150$ мм. Расход воды ($t=30^\circ$ С) равен $Q=0,04$ м³/с.

Решение.

Потери по длине определяются по формуле

$$h_{\text{дл}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

Для определения скорости воспользуемся уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2.$$

$$\text{Тогда } v_1 = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,04}{3,14 \cdot 0,125^2} = 3,26 \text{ м/с};$$

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,04}{3,14 \cdot 0,15^2} = 2,27 \text{ м/с}.$$

Для определения гидравлического коэффициента λ определим граничные условия; $K_3=0,4$ мм, для труб новых чугунных; кинематический коэффициент вязкости для воды с $t=30^\circ \text{C}$ – $0,000000803 \text{ м}^2/\text{с}$; определим число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}; \text{Re}_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} = \frac{3,26 \cdot 0,125}{0,000000803} = 507471,98;$$

$$\text{Re}_2 = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} = \frac{2,27 \cdot 0,15}{0,000000803} = 424034,869.$$

$$\text{Re}_1 \cdot \frac{K_3}{d_1} = 507472 \cdot \frac{0,4}{125} = 1624; \text{Re}_2 \cdot \frac{K_3}{d_2} = 424035 \cdot \frac{0,4}{150} = 1130,8;$$

$$\text{Re}_1 \cdot \frac{K_3}{d_1} > 500; \text{Re}_2 \cdot \frac{K_3}{d_2} > 500, \text{ тогда}$$

$$\lambda_1 = 0,11 \cdot \left(\frac{K_3}{d_1}\right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,4}{125}\right)^{0,25} = 0,026;$$

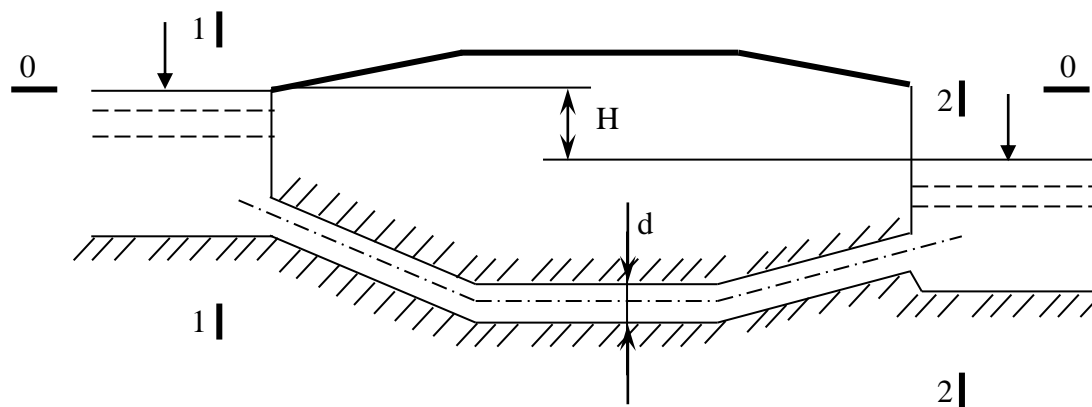
$$\lambda_2 = 0,11 \cdot \left(\frac{K_3}{d_2}\right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,4}{150}\right)^{0,25} = 0,025,$$

Откуда

$$h_1 = 0,026 \cdot \frac{600}{0,125} \cdot \frac{3,26^2}{2 \cdot 9,81} = 67,6 \text{ м}; h_2 = 0,025 \cdot \frac{800}{0,150} \cdot \frac{2,27^2}{2 \cdot 9,81} = 35,0 \text{ м};$$

$$\sum h = h_1 + h_2 = 67,6 + 35,0 = 102,62 \text{ м}.$$

3. Определить диаметр железобетонного дюкера, проложенного под проезжей частью дороги для пропуска воды ($t=20^\circ \text{C}$) с расходом $Q=4 \text{ м}^3/\text{с}$, если длина его $l=100 \text{ м}$. Перепад уровней воды в проводящем и отводящем каналах $H=1,5 \text{ м}$ (см. рис.). На дюкере имеются два колена с углом поворота $\alpha=120^\circ$ и решетка на выходе. Найти пропускную способность дюкера при том же расходе, если перепад уровней станет $H=1,0 \text{ м}$.



Решение.

Составляем уравнение Бернулли для двух живых сечений 1-1 и 2-2 относительно горизонтальной плоскости сравнения 0-0

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h;$$

$$z_1 - z_2 = H; \quad \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} = \frac{P_{атм}}{\gamma}; \quad \frac{\alpha v_2^2}{2g} = \frac{\alpha v_1^2}{2g} \Rightarrow 0.$$

Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$H = \frac{v^2}{2g} \cdot (\zeta_{ex} + 2\zeta_{нов} + \lambda \cdot \frac{l}{d});$$

где $\zeta_{ex}=3,0$;

$$\zeta_{нов}=0,5, \text{ при } \alpha=120^\circ.$$

В этом уравнении функцией диаметра является скорость и коэффициент гидравлического трения, зависящий при данной шероховатости от режима движения и области сопротивления. Задача решается методом подбора. Задаёмся диаметром и расчет ведем до тех пор пока вычисленный по уравне-

нию напор не будет равен заданному $H = 1,5$ м. Для труб железобетонных коэффициент шероховатости $n=0,012$; высота выступов шероховатости $\Delta=1$ мм; для воды с температурой 20 градусов, кинематический коэффициент вязкости $\nu=0,00000101$ м²/с. Скорость определим, воспользовавшись уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2.$$

$$\text{Тогда } v_1 = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d^2}.$$

$$\text{Площадь поперечного сечения } \omega = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Определим режим движения

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}.$$

$$\text{Re}_{\text{кр}} = 21,6 \cdot c \cdot \frac{d}{\square}.$$

где c – коэффициент Шези;

$$c = 1/n \cdot R^{1/6},$$

где R – гидравлический радиус,

$$R = d/4.$$

Если $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$, то область сопротивления квадратичная, тогда коэффициент гидравлического трения определим по формуле

$$\lambda = \frac{8g}{c^2}.$$

Если $\text{Re} < \text{Re}_{\text{кр}}$, то область сопротивления переходная, тогда коэффициент гидравлического трения определим по формуле А.Д. Альтшуля

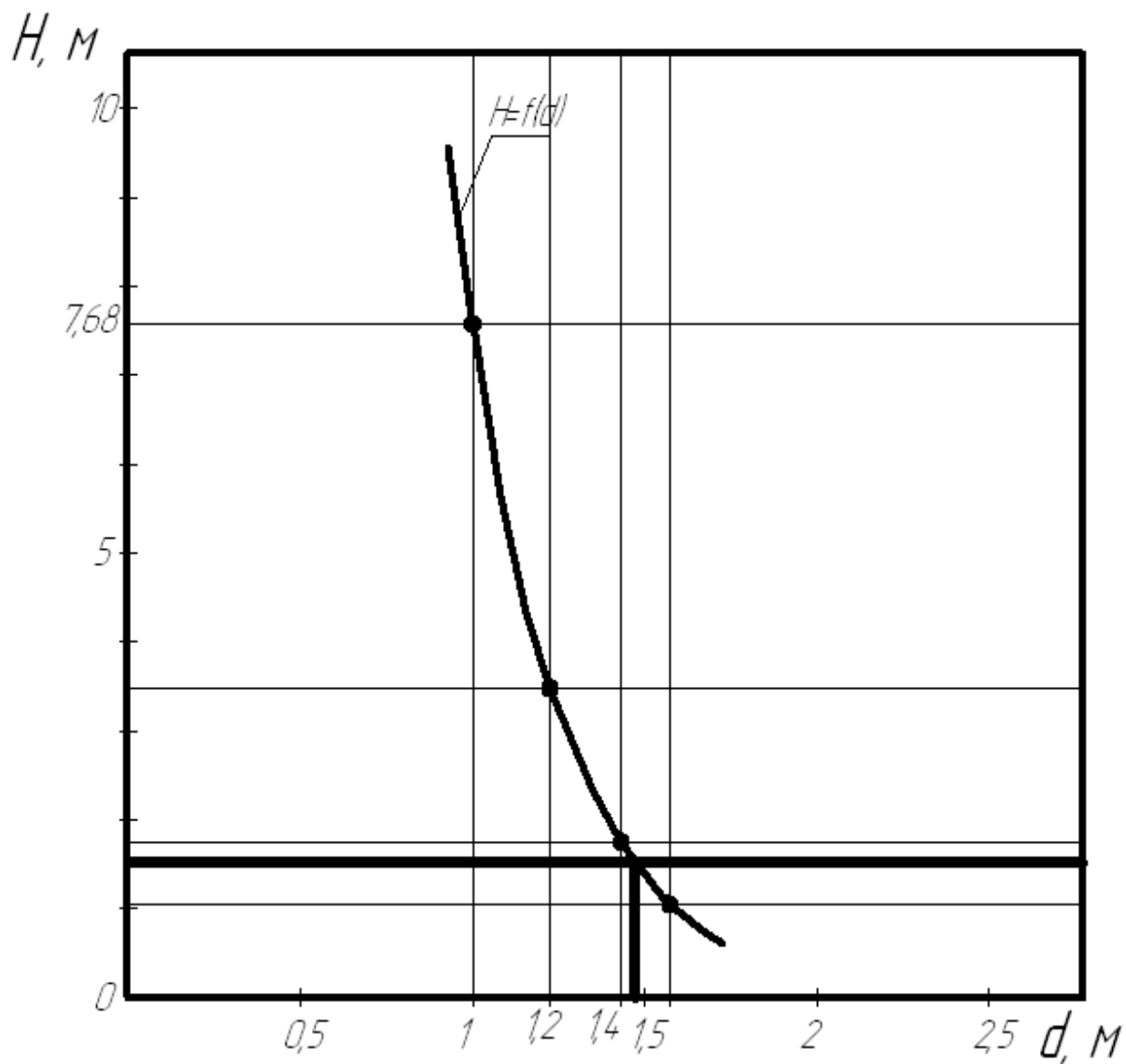
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{1,46 \square}{d} + \frac{100}{\text{Re}} \right)^{0,25}.$$

$$H = \frac{v^2}{2g} \cdot (\zeta_{\text{вх}} + 2\zeta_{\text{нов}} + \lambda \cdot \frac{l}{d}); 1,5 = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(4 + \lambda \cdot \frac{100}{d} \right).$$

Расчет сведем в таблицу:

d, м	ω , м ²	v, м/с	Re	c, м ^{0,5} /с	Re _{кв}	Область сопротивления	λ	H, м
1	0,785	5,1	5045091	66,14	1428661	квадратичная	0,018	7,68
1,2	1,13	3,53	4204242	68,18	1767288	квадратичная	0,017	3,5
1,4	1,54	2,6	3603636	67,0	2026080	квадратичная	0,0175	1,8
1,6	2,0	1,99	3153182	71,53	2472133	квадратичная	0,015	1,02

Построим график зависимости $H=f(d)$, откуда $d=1,46$ мм.



Диаметр трубопровода равен 1,46 м

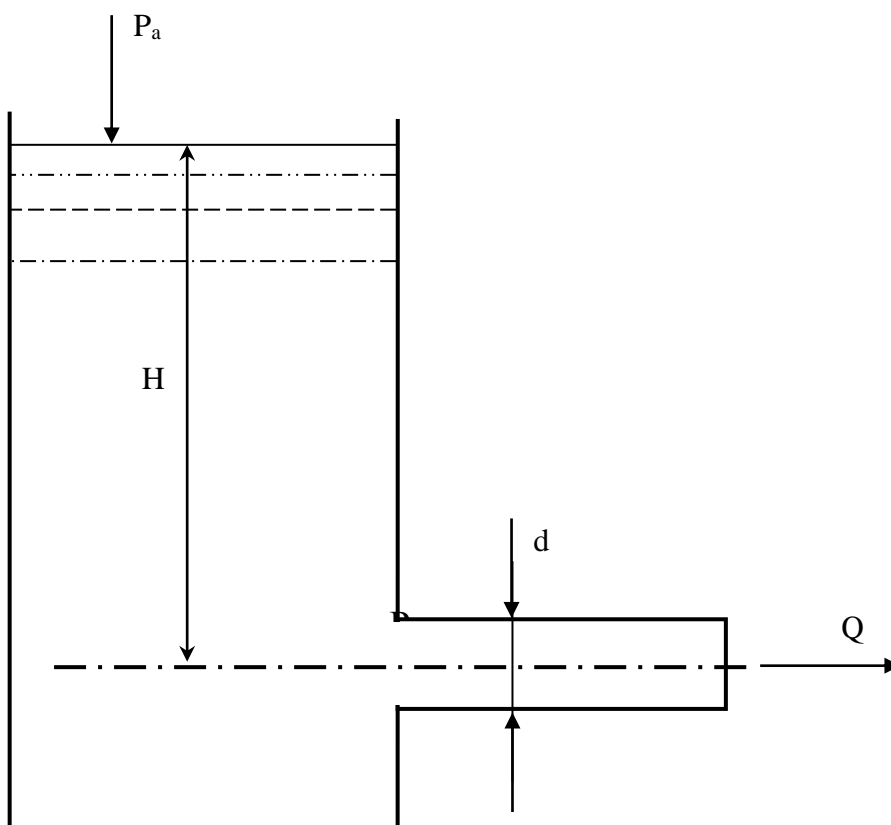
График зависимости напора от диаметра

4. Вода при температуре $t = 10^\circ\text{C}$ с $Q = 0,12$ л/с вытекает по трубе из резервуара в атмосферу. Определить диаметр трубы в случае перехода ламинарного режима движения в турбулентный. Вычислить напор H , который необходим для движения воды ($t = 40^\circ\text{C}$) в трубе полученного диаметра с $Re = 1,3 \cdot 10^5$. Гидравлическими потерями пренебречь.

Решение.

Составляем уравнение Бернулли для двух живых сечений 1-1 по уровню воды в баке и 2-2 на выходе из трубы, относительно горизонтальной плоскости сравнения 0-0 по центру сечения трубы

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h;$$



$$z_1 = H; z_2 = 0; \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} = \frac{P_{атм}}{\gamma}; \frac{\alpha v_1^2}{2g} \Rightarrow 0.$$

Тогда уравнение Бернулли примет вид: $H = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{l}{d} \right).$

При переходе от ламинарного к турбулентному режиму движения число Рейнольдса $Re = 2320$, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,00000131 \text{ м}^2/\text{с}$, для воды с температурой 10°C .

Скорость определим, воспользовавшись уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2.$$

Площадь поперечного сечения $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$.

Определим

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d^2 \cdot \nu} \cdot d = \frac{4 \cdot Q}{\nu \cdot 3,14 \cdot d};$$

откуда

$$d = \frac{4 \cdot Q}{Re \cdot 3,14 \cdot \nu} = \frac{4 \cdot 0,00012}{2320 \cdot 3,14 \cdot 0,00000131} = 0,0503 \text{ м}.$$

При движении воды с $t = 40^\circ\text{C}$, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,000000659 \text{ м}^2/\text{с}$; $Re = 130000$, определим область сопротивления

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu};$$

$$v = \frac{Re \cdot \nu}{d} = \frac{130000 \cdot 0,000000659}{0,0503} = 1,703 \text{ м/с},$$

поскольку гидравлическими потерями пренебрегаем, то:

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{1,703^2}{2 \cdot 9,81} = 0,148 \text{ м}.$$

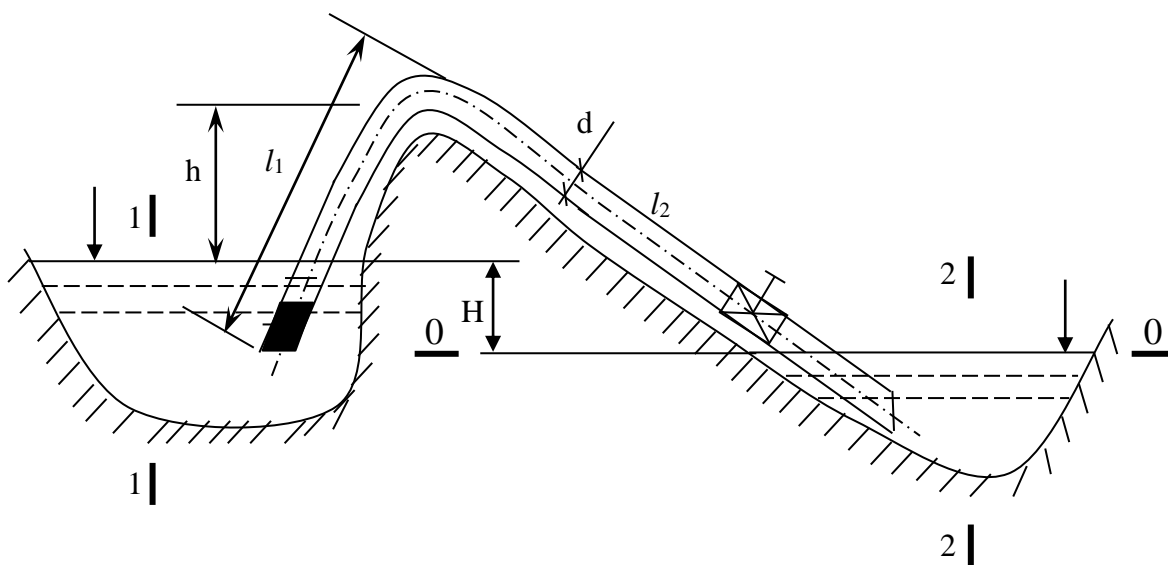
5. Вода при температуре 10°C из водоёма при помощи сифонного бетонного трубопровода диаметром $d=350 \text{ мм}$, длиной $l_1=25 \text{ м}$ и $l_2=145 \text{ м}$ сбрасывается в отводящий канал. Высота расположения наивысшей точки сечения сифона над уровнем воды в водоёме $h=3,4 \text{ м}$, на входе в трубопровод установлена сетка, по длине сифона имеется два колена с $\alpha=100^\circ$ и задвижка. Определить, какой должна быть разность уровней в водоёме и канале H , что-

бы обеспечить расход $Q=0,24 \text{ м}^3/\text{с}$. Вычислить абсолютное давление в наивысшей точке сифона.

Решение.

Составляем уравнение Бернулли для двух живых сечений: 1-1 и 2-2 относительно горизонтальной плоскости сравнения 0-0

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h;$$



$$z_1 = H; z_2 = 0; \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} = \frac{P_{атм}}{\gamma}; \frac{\alpha v_2^2}{2g} = \frac{\alpha v_1^2}{2g} \Rightarrow 0.$$

Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$H = \frac{v^2}{2g} \cdot (\zeta_{сет} + 2\zeta_{кол} + \zeta_{зад} + \zeta_{вых} + \lambda \cdot \frac{l}{d}).$$

где $\zeta_{сет} = 3,0$;

$$\zeta_{кол} = 0,9, \text{ при } \alpha = 100^\circ;$$

$$\zeta_{зад} = 0,15;$$

$$\zeta_{вых} = 1,0;$$

$k_s = 1,3 \text{ мм}$ – эквивалентная шероховатость;

$\nu = 0,00000131 \text{ м}^2/\text{с}$, для воды с температурой 10°C .

Скорость определим, воспользовавшись уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2.$$

$$\text{Тогда } v_1 = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,24}{3,14 \cdot 0,35^2} = 2,5 \text{ м/с.}$$

$$\text{Площадь поперечного сечения } \omega = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Определим режим движения

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 0,35}{0,00000131} = 666810;$$

$$\text{Re} \cdot \frac{K_2}{d} = 666810 \cdot \frac{1,3}{350} = 2476,7 > 500;$$

$$\text{Re} \cdot \frac{K_2}{d} > 500;$$

$$\text{тогда } \lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{K_2}{d}\right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{1,3}{350}\right)^{0,25} = 0,033;$$

$$H = \frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} \cdot (3,0 + 2 \cdot 0,9 + 0,15 + 1,0 + 0,033 \cdot \frac{170}{0,35}) = 7,0 \text{ м.}$$

Определим вакуум в наивысшей точке сифона, для чего составим уравнение Бернулли относительно сечения 1-1 – по уровню воды в верхнем бьефе; и сечению 2-2 – по наивысшей точке сифона, относительно горизонтальной плоскости сравнения 0-0 – по уровню воды

$$z_1 = 0; z_2 = h; \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_{атм}}{\gamma}; \frac{\alpha v_1^2}{2g} \Rightarrow 0;$$

тогда уравнение Бернулли примет вид

$$\frac{P_{атм}}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + h + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h;$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{атм}}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} &= h + \frac{v_2^2}{2g} \cdot (\alpha + \zeta_{сет} + \zeta_{кол} + \lambda \cdot \frac{l}{d}) = \\ &= 3,4 + \frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} \cdot (1,05 + 3 + 0,9 + 0,033 \cdot \frac{25}{0,35}) = 5,73 \text{ м;} \end{aligned}$$

$$\frac{P_{атм}}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_{вак}}{\gamma}; P_{вак} = 9,81 \cdot 5,73 = 56,2 \text{ кПа.}$$

4. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

4.1 Классификация отверстий и их практическое применение

Вопрос истечения жидкости через отверстия является одним из узловых моментов гидравлики. Ученые и инженеры изучали этот вопрос начиная с XVII в. Уравнение Д. Бернулли впервые было выведено при решении одной из задач на истечение жидкости из отверстия. При расчетах диафрагм, дырчатых смесителей, наполнении и опорожнении резервуаров, бассейнов, водохранилищ, шлюзовых камер и других емкостей решаются задачи на истечение жидкостей через отверстия. При решении этих задач определяют скорости и расходы жидкостей[6].

Экспериментально установлено, что при истечении жидкости из отверстий происходит сжатие струи, то есть уменьшение ее поперечного сечения. Форма сжатой струи зависит от формы и размеров отверстия, толщины стенок, а также от расположения отверстия относительно свободной поверхности, стенок и дна сосуда, из которого вытекает жидкость. Сжатие струи происходит вследствие того, что частицы жидкости подходят к отверстию с разных сторон и по инерции движутся в отверстии по сходящимся траекториям.

Параллельное течение струй в отверстии возможно только в том случае, когда толщина стенок сосуда близка к размерам отверстия, а стенки отверстия имеют плавные очертания, с расширением внутрь сосуда (рис. 8).

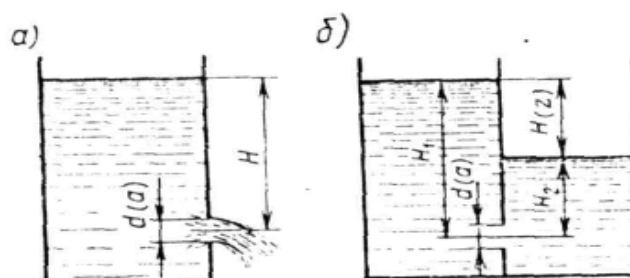


Рис. 8 Малые отверстия в тонкой стенке

При этом отверстие превращается в коноидальный осадок (см. ниже).

Отверстия классифицируют следующим образом:

1. По размеру.

а) малые отверстия, когда $d < \frac{1}{10} \times H(z)$ или $a < \frac{1}{10} H(z)$ (рис. 7), где d –

диаметр круглого отверстия; H – напор; z – разность напоров при затопленном отверстии;

б) большие отверстия, когда $d > \frac{1}{10} \times H(z)$ или $a > \frac{1}{10} H(z)$.

2. По толщине стенки, в которой сделано отверстие:

а) отверстия в тонкой стенке, когда $t < 3d$ или $t < 3a$, где t – толщина стенки;

б) отверстия в толстой стенке, когда $t > 3d$ или $t > 3a$.

3. По форме различают круглые, квадратные, прямоугольные, треугольные и другие отверстия.

4.2 Истечение жидкости через отверстия в тонкой стенке при постоянном уровне

Выведем формулы скорости и расхода жидкости при истечении через малое отверстие. Пусть жидкость вытекает из большого резервуара через малое отверстие в его дне или стенке (рис. 9).

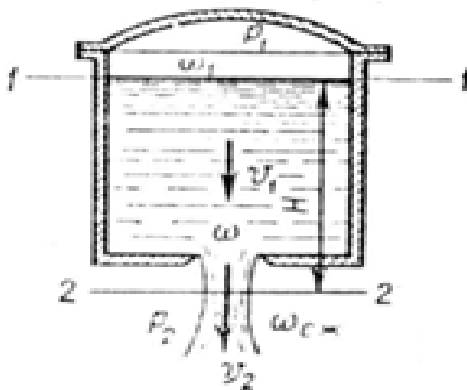


Рис.9 Истечение при постоянном напоре

Опытами установлено, что сжатое сечение струи находится от внутренней поверхности резервуара на расстоянии около половины диаметра отверстия. Эта величина обычно бывает мала сравнительно с напором H в резервуаре, и можно считать, что центр отверстия и центр сжатого сечения струи находятся на одинаковой высоте, тем более при отверстии в боковой стенке.

Высоту уровня жидкости в резервуаре H над центром отверстия называют напором. В общем случае давление p_1 в резервуаре отличается от давления p_2 геометрическим напором в пространстве, куда истекает жидкость.

Проведем плоскость сравнения 2-2 через центр сжатого сечения струи.

Уравнение Д. Бернулли применить к сечению отверстия нельзя, так как струйки в последнем сходятся под большими углами, и движение жидкости в нем не плавно изменяющееся.

Напишем уравнение Д. Бернулли для сечений 1-1 и 2-2

$$H + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \zeta_{oms} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (4.1)$$

где v_1 – скорость подхода жидкости к отверстию в резервуаре; v_2 – средняя скорость течения в сжатом сечении; ζ_{oms} – коэффициент местного сопротивления при истечении через отверстие.

Перенесем наружное давление p_2 в левую часть и обозначим величину

$$H + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = H_0. \quad (4.2)$$

Эта величина называется напором истечения.

В правой части уравнения (4.2) вынесем за скобки v_2 . Тогда уравнение Д. Бернулли сведется к

$$H_0 = \frac{v_2^2}{2g} (\alpha_2 + \zeta_{oms}),$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2gH_0}{\alpha_2 + \zeta_{омв}}}.$$

Обозначим величину

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta_{омв}}} \varphi. \quad (4.3)$$

Величину φ называют коэффициентом скорости.

С учетом введенного обозначения

$$v_2 = \varphi \sqrt{2gH_0}. \quad (4.4)$$

Так как коэффициент Кориолиса $\alpha_2 \geq 1$, а коэффициент местных потерь напора в отверстии $\zeta_{омв} > 0$, то $\varphi < 1$. По опытным данным $\varphi = 0,97 - 0,98$, а $\alpha_2 \cong 1$. Отсюда

$$\zeta_{омв} = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = \frac{1}{0,97^2} - 1 = 0,06.$$

Для идеальной жидкости $\zeta_{омв} = 0$ и $\varphi = 1$. Тогда

$$v_2 = \sqrt{2gH_0}. \quad (4.5)$$

Это уравнение называется формулой Торичелли. Оно показывает, что скорость в начале вытекающей струи равна скорости свободного падения тела, упавшего с высоты H_0 .

Когда поперечное сечение резервуара много больше площади живого сечения отверстия, а скорость жидкости в резервуаре незначительна (к примеру, меньше 0,1 м/с), то скоростным напором $\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$ можно пренебречь. В случае, когда давления снаружи и в резервуаре одинаковы $p_1 = p_2$, то весь напор истечения сводится к геометрическому напору, то есть $H_0 = H$. Это бывает обычно при расчете истечения из открытых резервуаров в атмосферу.

Расход жидкости определится как произведение скорости истечения на площадь сжатого сечения струи

$$Q = v_2 \omega_{сж} = \varphi \varepsilon \omega \sqrt{2gH_0}, \quad (4.6)$$

где $\varepsilon = \omega_{сж} / \omega$ – коэффициент сжатия струи, равный отношению площади сжатого сечения $\omega_{сж}$ к площади отверстия ω .

Величину $\varphi\varepsilon$ обозначают через μ и называют коэффициентом расхода.

Таким образом, расход жидкости, вытекающей через отверстие, определяют по формуле

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}. \quad (4.7)$$

При точных измерениях размеров сжатого сечения струи установлено, что при совершенном сжатии струи $\varepsilon = 0,62 - 0,64$. В этом случае $\mu = 0,60 - 0,62$. В общем же случае коэффициент расхода $\mu = \varphi\varepsilon$ зависит от условий сжатия.

При истечении не в газовую среду, а в смежный резервуар с той же жидкостью (что принято называть истечением «под уровень»), то есть когда отверстие затоплено с обеих сторон, в качестве геометрического напора H принимают разность уровней жидкости в резервуарах. Числовые значения коэффициентов φ , ε и μ остаются при этом практически теми же.

В случае круглого отверстия, расположенного на значительном расстоянии от стенок, струя сжимается со всех сторон одинаково, и в сжатом сечении имеет также форму круга; при этом сжатое сечение находится от кромок отверстия на расстоянии около половины диаметра отверстия – $0,5d$. Величина коэффициента сжатия зависит от относительных размеров отверстия и от положения его относительно стенок резервуара и поверхности жидкости.

В зависимости от расположения отверстия различают следующие виды сжатия:

- 1) полное сжатие со всех сторон;
- 2) неполное, когда сжатия нет с одной или нескольких сторон;

Полное сжатие подразделяют на

- а) совершенное;
- б) несовершенное.

Форма сечения струи жидкости при истечении претерпевает изме-

нения. Эти изменения называются инверсией. Инверсия происходит вследствие того, что скорости подхода к отверстию в разных точках его периметра различны и вследствие сил поверхностного натяжения. При несовершенном сжатии коэффициент расхода μ_1 вычисляют по формулам

для круглых отверстий

$$\mu_1 = \mu(1 + \delta), \quad (4.8)$$

для прямоугольных отверстий

$$\mu_1 = \mu(1 + \delta_1), \quad (4.9)$$

где μ – значение коэффициента расхода при совершенном сжатии; δ и δ_1 – поправочные коэффициенты, зависящие от отношения площади сечения отверстий ω к площади сечения сосуда ω_1 . При неполном сжатии коэффициент расхода вычисляют по уравнениям

для круглых отверстий

$$\mu_1 = \mu(1 + 0,152 \cdot P_1/P); \quad (4.10)$$

для прямоугольных отверстий

$$\mu_1 = \mu(1 + 0,128 \cdot P_1/P), \quad (4.11)$$

где μ – коэффициент расхода при полном сжатии; P_1 – часть периметра, на котором нет сжатия; P – полный периметр отверстия.

При расчете больших отверстий значения коэффициентов расхода, рекомендованных Н. Н. Павловским, приведены в таблице

Значения коэффициентов расхода для больших отверстий

Виды отверстий и характер сжатия струи	Коэффициент расхода μ
Большие отверстия с несовершенным, но всесторонним сжатием	0,70
Большие отверстия с умеренным боковым сжатием, без сжатия по дну	0,80

Средние отверстия (шириной до 2 м) с весьма слабым боковым сжатием, без сжатия по дну	0,90
Большие отверстия (шириной 5-6 м) с весьма слабым боковым сжатием, без сжатия по дну	0,95

4.3 Истечение жидкости через отверстия в тонкой стенке при переменном уровне

Истечение жидкости при переменном уровне встречается при опорожнении и наполнении резервуаров, цистерн, шлюзовых камер, бассейнов и других емкостей. Обычно в этом случае необходимо определить время опорожнения или наполнения емкости.

Рассмотрим случай опорожнения резервуара через донное отверстие в атмосферу (рис. 9). Пусть резервуар призматического сечения и имеет площадь Ω . Очевидно, движение жидкости будет неустановившимся, так как уровень с течением времени опускается, что вызывает постоянное уменьшение расхода.

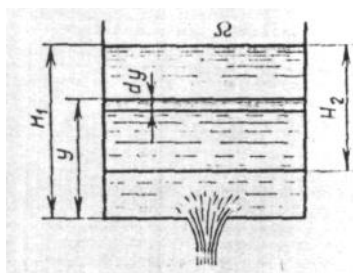


Рис. 10.

Выберем какой-то момент времени, в который уровень жидкости в резервуаре будет y . За бесконечно малый промежуток времени dt уровень жидкости уменьшится на величину dy (за этот промежуток времени движение можно считать

установившимся). За это время вытечет объем жидкости, равный

$$dW = Qdt, \quad (4.12)$$

или

$$dW = \mu\omega\sqrt{2gy}dt. \quad (4.13)$$

Выражая тот же объем жидкости через размеры резервуара, имеем

$$dW = -\Omega dy. \quad (4.14)$$

Знак минус поставлен потому, что dy величина отрицательная (снижение уровня), а объем должен быть величиной положительной.

Приравнивая правые части уравнений (4.13) и (4.14), получим

$$-\Omega dy = \mu\omega\sqrt{2gy}dt,$$

откуда

$$dt = -\frac{\Omega dy}{\mu\omega\sqrt{2gy}}. \quad (4.15)$$

Интегрируя полученное выражение, найдем время истечения

$$t = \int_{H_1}^{H_2} -\frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \frac{dy}{\sqrt{y}}, \quad (4.16)$$

или, вынося постоянные величины за знак интеграла,

$$t = -\frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} \frac{dy}{\sqrt{y}},$$

$$t = -\frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \frac{H_2}{H_1} 2\sqrt{y} = -\frac{2\Omega(\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1})}{\mu\omega\sqrt{2g}}.$$

Итак, время понижения уровня от H_1 до H_2

$$t = \frac{2\Omega(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu\omega\sqrt{2g}}. \quad (4.17)$$

Время полного опорожнения, то есть если $H_2 = 0$, равно

$$t = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}}. \quad (4.18)$$

Рассмотрим случай истечения под уровень (рис. 10). Пусть разность уровней жидкости в резервуарах равна y , площади поперечного сечения резервуаров соответственно Ω_1 и Ω_2 .

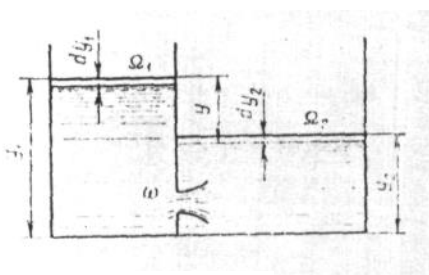


Рис. 11.

Определим время выравнивания уровней при истечении жидкости через отверстие в тонкой стенке. За бесконечно малый промежуток

времени из первого резервуара вытечет объем жидкости $dW = -\Omega_1 \cdot dy_1$, (а)

во втором резервуаре прибудет тот же объем, равный

$$dW = \Omega_2 \cdot dy_2, \quad (б)$$

в то же время

$$dW = \mu\omega\sqrt{2gy}dt. \quad (в)$$

Из чертежа имеем

$$y = y_1 - y_2$$

или

$$dy = dy_1 - dy_2, \quad (г)$$

но $-\Omega_1 dy_1 = \Omega_2 dy_2$, откуда

$$dy_2 = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2} dy_1.$$

Подставим значение dy_2 в уравнение (г)

$$dy = dy_1 - \left(-\frac{\Omega_1}{\Omega_2} dy_1\right) = dy_1 \left(1 + \frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) = dy_1 \left(\frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\Omega_2}\right),$$

откуда

$$dy_1 = dy \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2}\right). \quad (д)$$

Подставим значение dy_1 из выражения (д) в уравнение (а)

$$dW = -\frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} dy$$

и приравняем правые части полученного уравнения и уравнения (в)

$$-\frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} dy = \mu\omega\sqrt{2gy}dt.$$

Разделим переменные и интегрируем

$$\int_0^t dt = -\frac{2\Omega_1 \Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2) \mu\omega\sqrt{2g}} \cdot \int_z^0 \frac{dy}{\sqrt{y}}$$

и

$$t = -\frac{2\Omega_1\Omega_2\sqrt{y}}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}}; \quad (4.19)$$

в частном случае при $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$

$$t = \frac{\Omega\sqrt{y}}{\mu\omega\sqrt{2g}}. \quad (4.20)$$

4.4 Виды насадков и их применение. Истечение жидкости через насадки

Насадкой называется отрезок трубы, длина которого в несколько раз больше внутреннего диаметра. Рассмотрим случай, когда к отверстию в стенке резервуара присоединен насадок диаметром d , равным диаметру отверстия.

Наиболее распространенные виды насадков, применяемые на практике:

а - цилиндрический внешний; б - цилиндрический внутренний; в - конический расходящийся; г - конический сходящийся; д - коноидально-расходящийся; е - коноидальный.

Цилиндрические насадки встречаются в виде деталей гидравлических систем машин и сооружений. Конические сходящиеся и коноидальные насадки применяют для увеличения скорости и дальности полета струи воды (пожарные брандспойты, стволы гидромониторов, форсунки, сопла и др.).

Конические расходящиеся насадки применяют для уменьшения скорости и увеличения расхода жидкости и давления на выходе во всасывающих трубах турбин и др. В эжекторах и инжекторах также имеются конические насадки, как основной рабочий орган. Водопропускные трубы под насыпями дорог (с точки зрения гидравлики) также представляют собой насадки.

Рассмотрим истечение через внешний цилиндрический насадок (рис. 11).

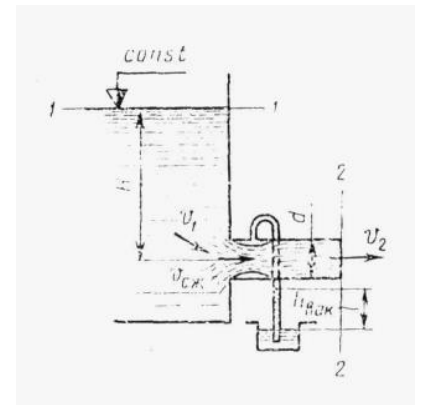


Рис. 12

Струя жидкости при входе в насадок сжимается, а потом расширяется и заполняет все сечение. Из насадка струя вытекает полным сечением, поэтому коэффициент сжатия, отнесенный к выходному сечению, $\varepsilon = 1$, а коэффициент расхода

$$\mu = \varepsilon\varphi = \varphi.$$

Составим уравнение Д. Бернулли для сечений 1-1 и 2-2

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_{1-2},$$

где h_{1-2} – потери напора.

Для истечения из открытого резервуара в атмосферу аналогично истечению через отверстие уравнение Д. Бернулли приводится к виду

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2}. \quad (4.21)$$

Потери напора в насадке складываются из потерь на входе и на расширении сжатой струи внутри насадка. (Незначительными потерями в резервуаре и потерями по длине насадка ввиду их малости можно пренебречь.) Итак,

$$h_{1-2} = \zeta \frac{v_{сж}^2}{2g} + \frac{(v_{сж} - v_2)^2}{2g}. \quad (4.22)$$

По уравнению неразрывности можем записать

$$v_{сж} \omega_{сж} = v_2 \omega_2,$$

откуда

$$v_{сж} = (\omega_2 / \omega_{сж}) v_2 = v_2 / \varepsilon. \quad (4.23)$$

Подставляя значение $v_{сж}$ в уравнение (4.23), имеем

$$h_{1-2} = \zeta \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{\zeta}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{2}{\varepsilon} + 1 \right) = \zeta_c \frac{v_2^2}{2g}, \quad (4.24)$$

где обозначено

$$\zeta_c = \frac{\zeta}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{2}{\varepsilon} + 1.$$

(4.25)

Полученное значение потерь напора подставим в уравнение (4.25), тогда

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_c \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} (1 + \zeta_c).$$

Отсюда скорость истечения

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c}} \sqrt{2gH}.$$

(4.26)

Обозначая

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c}} = \varphi_H, \quad (4.27)$$

получим для скорости уравнение

$$v_2 = \varphi_H \sqrt{2gH}. \quad (4.28)$$

Определим расход жидкости

$$Q = v_2 \omega_2 = \varphi_H \omega_2 \sqrt{2gH}.$$

Но для насадка $\mu_H = \varphi_H$ и

$$Q = \mu_H \omega_H \sqrt{2gH}, \quad (4.29)$$

где μ_H – коэффициент расхода насадка; ω_H – площадь живого сечения насадка.

Таким образом, уравнения для определения скорости и расхода жидкости через насадок имеют тот же вид, что и для отверстия, но другие значения коэффициентов. Для коэффициента сжатия струи (при больших значениях Re и $\zeta \approx 0$) можно приближенно принять $\varepsilon = 0,64$, тогда $\mu = \varphi_H = 0,84$. Фактически происходят и потери по длине, поэтому для истечения воды в обычных условиях можно принимать $\mu_H = \varphi_H = 0,82$.

Сравнивая коэффициенты расхода и скорости для насадка и отверстия в тонкой стенке, устанавливаем, что насадок увеличивает расход и уменьшает скорость истечения.

Характерной особенностью насадка является то, что давление в сжатом сечении меньше атмосферного. Это положение доказывается уравнением Бернулли, составленным для сжатого и выходного сечений.

Во внутренних цилиндрических насадках сжатие струи на входе больше, чем у внешних, и поэтому значения коэффициентов расхода и скорости меньше. Опытами найдены коэффициенты для воды $\mu = \varphi = 0,71$.

В наружных конических сходящихся насадках сжатие и расширение струи на входе меньше, чем в наружных цилиндрических, но появляется внешнее сжатие на выходе из насадки. Поэтому коэффициенты ζ , φ и μ зависят от угла конусности. С увеличением угла конусности до 13° коэффициент расхода μ растет, а с дальнейшим увеличением угла уменьшается.

Конические сходящиеся насадки применяют в тех случаях, когда нужно получить большую выходную скорость струи, дальность полета и силу удара струи (гидромониторы, пожарные стволы и т. п.).

В конических расходящихся насадках внутреннее расширение струи после сжатия больше, чем в конических сходящихся и цилиндрических, поэтому потери напора здесь возрастают и коэффициент скорости φ уменьшается. Внешнего сжатия при выходе нет.

Коэффициенты φ и μ зависят от угла конусности. Так, при угле конусности $\beta < 8^\circ$ значения коэффициентов можно принимать равными $\varphi_{\text{вых}} = \mu_{\text{вых}} = 0,45$; при $\beta = 12^\circ$ (предельный угол) $\varphi_{\text{вых}} = \mu_{\text{вых}} = 0,26$. При $\beta > 12^\circ$ струя вытекает, не касаясь стенок насадка, т. е. как из отверстия без насадка.

4.5 Значение коэффициентов ε , φ и μ для насадок

Тип насадок	ε	φ	μ
Наружный цилиндрический	1	0,82	0,82
Внутренний цилиндрический	1	0,71	0,71
Конический сходящийся при $\beta = 13^{\circ}24'$.	0,982	0,963	0,946
Конический расходящийся $\beta = 8^{\circ}$	1	0,45	0,45
Коноидальный	1	0,98	0,98

Примечание. Для конических насадок коэффициенты даны для выходного сечения.

Конические расходящиеся насадки применяют в тех случаях, когда необходимо уменьшить скорость истечения, например, насадки для подачи смазочных масел и т. п. В конических расходящихся насадках в месте сжатия струи создается большой вакуум, поэтому их еще применяют там, где требуется создать большой эффект всасывания (эжекторы, инжекторы и т. п.).

Коноидальные насадки имеют очертания формы струи, вытекающей через отверстие в тонкой стенке. Для этих насадок значение коэффициентов составляет: $\varphi = \mu = 0,97 - 0,995$.

Их применяют в пожарных брандспойтах, но редко, так как изготовление их очень сложное.

Для коноидально-расходящейся насадки можно получить коэффициент расхода больше единицы за счет увеличения выходного сечения.

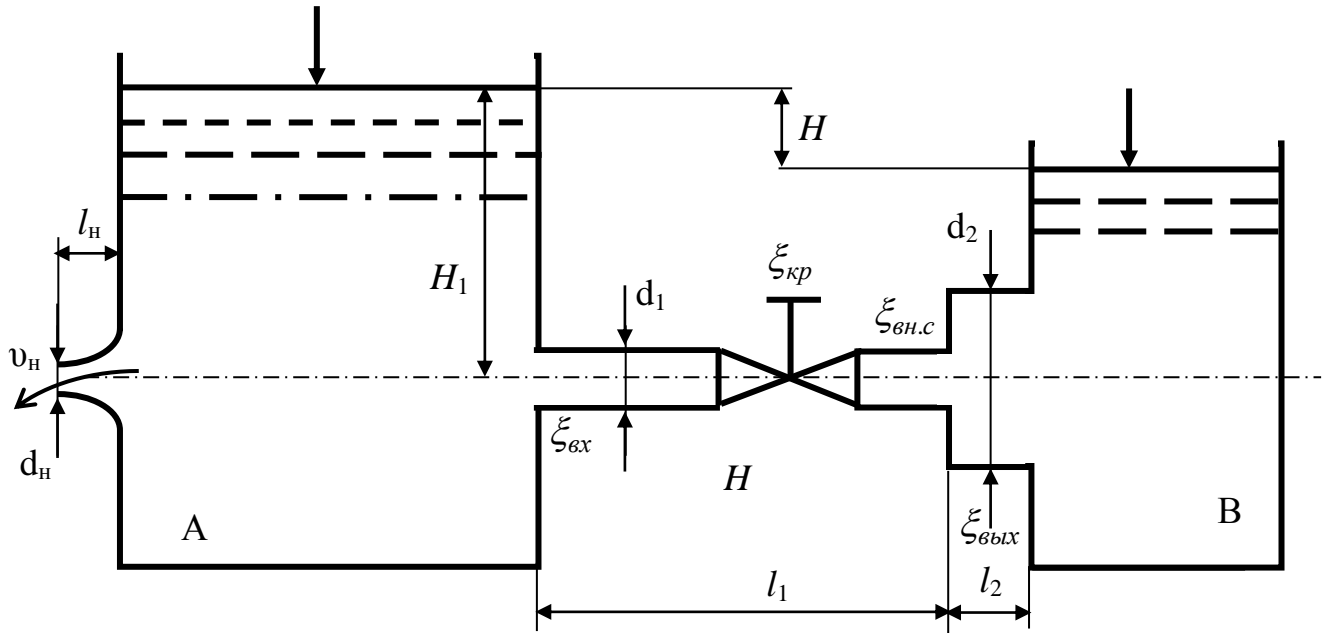
4.6 Примеры решения задач

1. Вода при температуре $t=20^{\circ}\text{C}$ из резервуара А подаётся в резервуар В по короткому трубопроводу, состоящему из двух участков длиной $l_1=9$ м, $l_2=12$ м, и диаметрами $d_1=0,008$ м и $d_2=0,015$ с коэффициентом гидравлического трения $\lambda=0,032$, снабжённому краном с коэффициентом $\xi_{кр} = 4,2$. Разность уровней в резервуарах воды в баках равна $H=4$ м. На глубине $H_1=7$ м к резервуару присоединён коноидальный насадок с диаметром выходного се-

чения $d_H=0,008$ м и длиной $l_H=5 \cdot d_H$ при коэффициенте расхода для насадки $\mu_H=0,97$. Определить:

1. Расход, поступающий в резервуар по короткому трубопроводу.
2. Расход воды через коноидальный насадок.

Решение.



1. Расход, поступающий в резервуар по трубопроводу, определим по формуле

$$Q_u = \mu_s \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H};$$

где $\mu_s = \frac{1}{\sqrt{\sum \zeta}}$ - коэффициент расхода системы;

$$\sum \zeta = \sum \zeta_{\text{дл}} + \sum \zeta_{\text{л}}.$$

Потери напора по длине на первом участке

$$\sum \zeta_{\text{дл1}} = \frac{\lambda \cdot l_1}{d_1} = \frac{0,032 \cdot 9}{0,008} = 36.$$

Потери напора по длине на втором участке

$$\sum \zeta_{\text{дл2}} = \frac{\lambda \cdot l_2}{d_2} = \frac{0,032 \cdot 12}{0,015} = 25,6.$$

Местные потери на выходе, входе, задвижке и внезапном расширении

Коэффициент потерь на внезапное расширение

$$\xi_{\text{внр}} = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2 = \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} - 1\right)^2 = \left(\frac{0,015^2}{0,008^2} - 1\right)^2 = 6,33.$$

Сумма коэффициентов потерь

$$\sum \xi_n = 0,5 + 4,2 + 6,33 + 1 = 12,03;$$

$$\mu_s = \frac{1}{\sqrt{\sum \xi_n}} = \frac{1}{\sqrt{12,03}} = 0,288.$$

Расход воды по трубопроводу

$$Q_n = \mu_s \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,288 \cdot \frac{0,015^2 \cdot 3,14}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 4} = 0,00046 \text{ м}^3/\text{с}; 2.$$

Расход воды через коноидальный насадок

$$Q_n = \mu_n \cdot S_n \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 0,97 \cdot \frac{0,008^2 \cdot 3,14}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 7} = 0,00057 \text{ м}^3/\text{с}.$$

2. Из открытого резервуара по короткому стальному трубопроводу постоянного поперечного сечения $d_1=0,01\text{м}$ и длиной $l_1=5\text{м}$, с краном, коэффициент сопротивления которого $\xi_{кр} = 2,5$, заканчивающимся соплом диаметром $d_s=0,5d_1$, вытекает вода в атмосферу при $t=30^\circ\text{С}$. Истечение происходит под напором $H_1=8\text{ м}$. С другой стороны к резервуару подсоединён коноидальный насадок, диаметром выходного сопла $d_n=0,008\text{ м}$ и длиной $l_n=5 \cdot d_n$, истечение из которого происходит при разности уровней в резервуарах H равное 2 м , с коэффициентом расхода насадка $\mu_n=0,97$.

Определить:

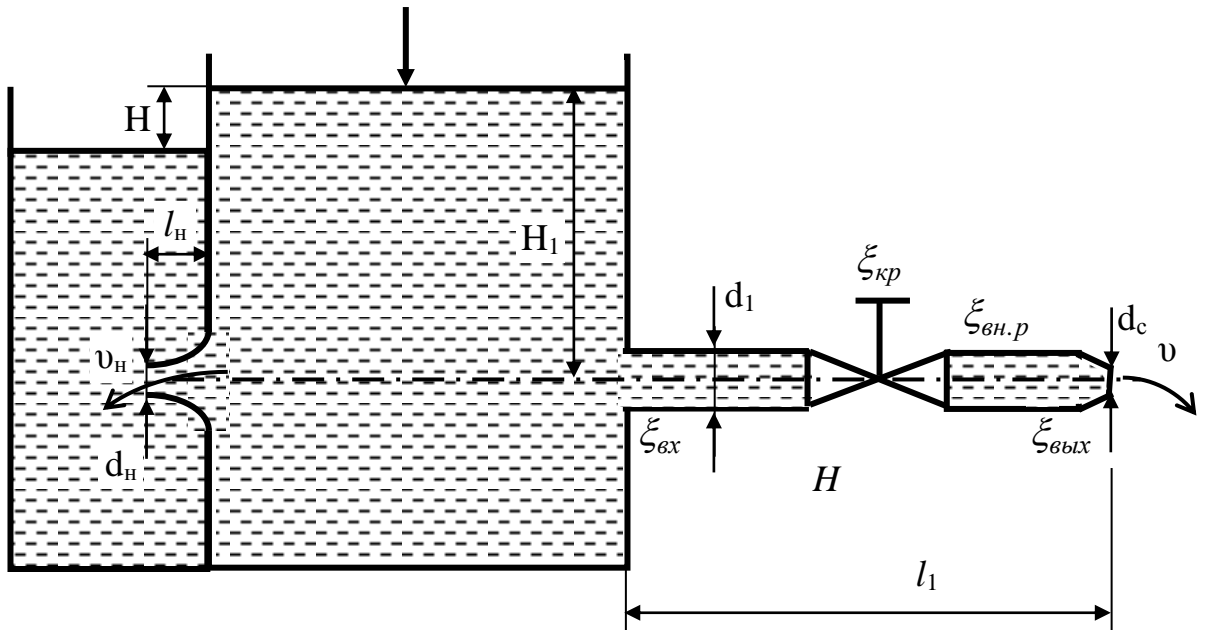
1. Скорость истечения v_c и расход Q_c вытекающей из сопла воды.
2. Расход через затопленный коноидальный насадок Q_n .

Решение.

1. Определим напор, под которым вода вытекает из короткого трубопровода, воспользовавшись уравнением Бернулли

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum h.$$

Плоскость сравнения 0-0 по центру сечения трубопровода, сечение 1-1 по уровню воды в резервуаре А, сечение 2-2 на выходе из системы труб.



Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$z_1 = H_1 = 8 \text{ м}; \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_{атм}}{\gamma}; \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} \rightarrow 0; z_2 = 0; 8 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \sum h;$$

$$\sum h = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot (\xi_{вх} + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \xi_{кр} + \alpha + \xi_c);$$

$$\xi_{вх} = 0,5; \xi_{кр} = 2,5;$$

где $\xi_{вых} = 3,3$.

$$\xi_{вых} = \xi_{\sigma} \cdot \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \xi_{\sigma} \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 = 0,14 \cdot \left(\frac{0,12}{0,25}\right)^4 = 0,00743.$$

Определим коэффициент гидравлического трения для квадратичной зоны сопротивления $\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{K_3}{d}\right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,1}{10}\right)^{0,25} = 0,035$;

где высота выступов шероховатости для стальных труб $K_3 = 0,1 \text{ мм}$,

тогда

$$\xi_{l1} = \frac{\lambda_1 \cdot l_1}{d_1} = \frac{0,035 \cdot 5}{0,01} = 17,5.$$

Сумма коэффициентов потерь

$$\sum \xi = 17,5 + 2,5 + 0,5 + 0,00743 + 0,5 = 21.$$

Площадь живого сечения

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} = 0,0000785 \text{ м}^2.$$

Коэффициент расхода системы

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{сист}}}} = \frac{1}{\sqrt{21}} = 0,218.$$

Расход воды по трубопроводу (истечение происходит под уровень жидкости)

$$Q_m = \mu_c \cdot S_1 \cdot \sqrt{2gH} = 0,218 \cdot 0,0000785 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 8} = 0,000214 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Скорость воды на выходе из трубопровода

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{0,000214}{0,0000785} = 2,73 \text{ м/с}.$$

Уточним зону сопротивлений

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{2,73 \cdot 0,01}{0,000000996} = 27409,63.$$

где ν - 0,000000996 м²/с, для воды с $t = 30^\circ\text{C}$.

Определим нижнюю границу квадратичной зоны

$$\text{Re} \cdot \frac{K_9}{d} = 27409,6 \cdot \frac{0,1}{10} = 274,096;$$

$$\text{Re} \cdot \frac{K_9}{d} = 274,6 \leq 500;$$

Следовательно, в трубопроводе наблюдается переходная область сопротивлений, уточним λ

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{K_9}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,1}{10} + \frac{68}{27409,6} \right)^{0,25} = 0,037;$$

$$\xi_{l1} = \frac{\lambda_1 \cdot l_1}{d_1} = \frac{0,037 \cdot 5}{0,01} = 18,4;$$

$$\sum \xi = 18,4 + 2,5 + 0,5 + 0,00743 + 0,5 = 21,9.$$

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{\xi_{сум}}} = \frac{1}{\sqrt{21,9}} = 0,214.$$

$$Q_m = \mu_c \cdot S_1 \cdot \sqrt{2gH} = 0,214 \cdot 0,0000785 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 8} = 0,00021 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Расход воды по трубопроводу (истечение происходит под уровень жидкости)

$$Q_m = \mu_c \cdot S_1 \cdot \sqrt{2gH} = 0,218 \cdot 0,0000785 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 8} = 0,000214 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{0,00021}{0,0000785} = 2,68 \text{ м/с}.$$

2. Расход через затопленный насадок Q_n .

Расход через насадок определим по формуле

$$Q_n = \mu_n \cdot S_n \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_3} = 0,97 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,008^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 0,00031 \text{ м}^3/\text{с}.$$

$\mu_n = 0,97$ коэффициент расхода.

Площадь живого сечения

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,008^2}{4} = 0,0000502 \text{ м}^2.$$

3. Вода при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ из резервуара А подаётся в резервуар В со скоростью $v = 0,5$ м/с по стальному трубопроводу диаметром $d_1 = 0,01$ м и длиной $l_1 = 16$ м. Уровень воды в баке А поддерживается постоянно, $H_1 = 7$ м. Коэффициент сопротивления: $\xi_{ex} = 0,5$, крана $\xi_k = 1,5$, колена без закругления $\xi_{k1} = 0,25$, колена с закруглением $\xi_{k2} = 0,14$. На глубине H_1 к резервуару присоединён внутренний цилиндрический насадок (насадок Борда), диаметром $d_n = 0,01$ м и длиной $l_n = 5 \cdot d_n$ при коэффициенте скорости для насадка $\mu_n = \varphi_n = 0,71$. Определить:

1. Время заполнения водой резервуара В, объёмом $W = 1,15 \text{ м}^3$ и потери напора в трубопроводе.

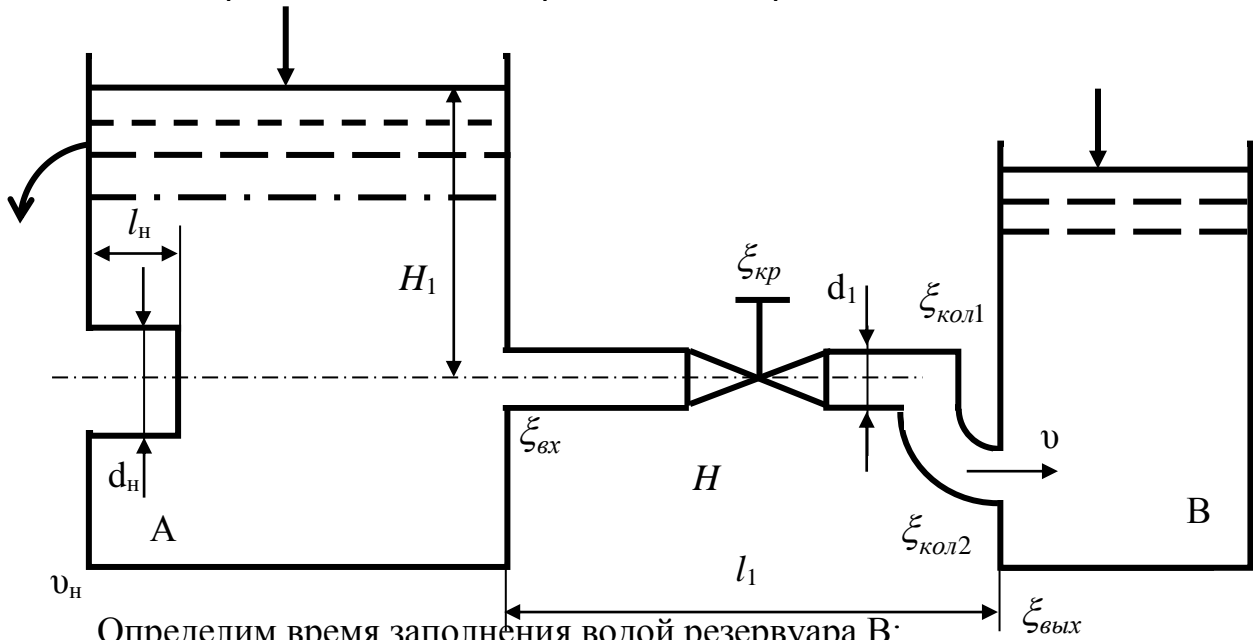
2. Скорость истечения воды из насадка.

Решение.

1. Определим расход жидкости в трубопроводе, воспользовавшись уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2;$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \text{ тогда } Q = v \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,5 \cdot \frac{0,01^2 \cdot 3,14}{4} = 0,000039 \text{ м}^3/\text{с}.$$



$$t = \frac{W}{Q} = \frac{1,15}{0,000039} = 29487,2 \text{ с} = 491 \text{ ч}.$$

Определим потери напора по трубопроводу

- местные потери:

$$h_m = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}; h_{вх} = 0,5 \cdot \frac{0,5}{2 \cdot 9,81} = 0,0064 \text{ м}; h_{кол1} = 0,25 \cdot \frac{0,5}{2 \cdot 9,81} = 0,0032 \text{ м};$$

$$h_{кол2} = 0,14 \cdot \frac{0,5}{2 \cdot 9,81} = 0,0019 \text{ м}; h_{кр} = 1,5 \cdot \frac{0,5}{2 \cdot 9,81} = 0,019 \text{ м};$$

$$h_{вых} = 0,5 \cdot \frac{0,5}{2 \cdot 9,81} = 0,0064 \text{ м};$$

- потери напора по длине:

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Для определения гидравлического коэффициента λ определим граничные условия; $K_3 = 0,1$ мм, для труб стальных; кинематический коэффици-

ент вязкости для воды с $t=20^\circ \text{C}$ – $0,000000998 \text{ м}^2/\text{с}$; определим число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,01}{0,000000998} = 50100,2;$$

$$\text{Re} \cdot \frac{K_2}{d} = 50100,2 \cdot \frac{0,1}{10} = 501;$$

$\text{Re} \cdot \frac{K_2}{d} = 501 > 500$; следовательно в трубах наблюдается турбулент-

ный режим и переходная область сопротивления, тогда

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{K_2}{d}\right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,1}{10}\right)^{0,25} = 0,035.$$

$$\text{Откуда } h_1 = 0,035 \cdot \frac{16}{0,01} \cdot \frac{0,5^2}{2 \cdot 9,81} = 0,71 \text{ м.}$$

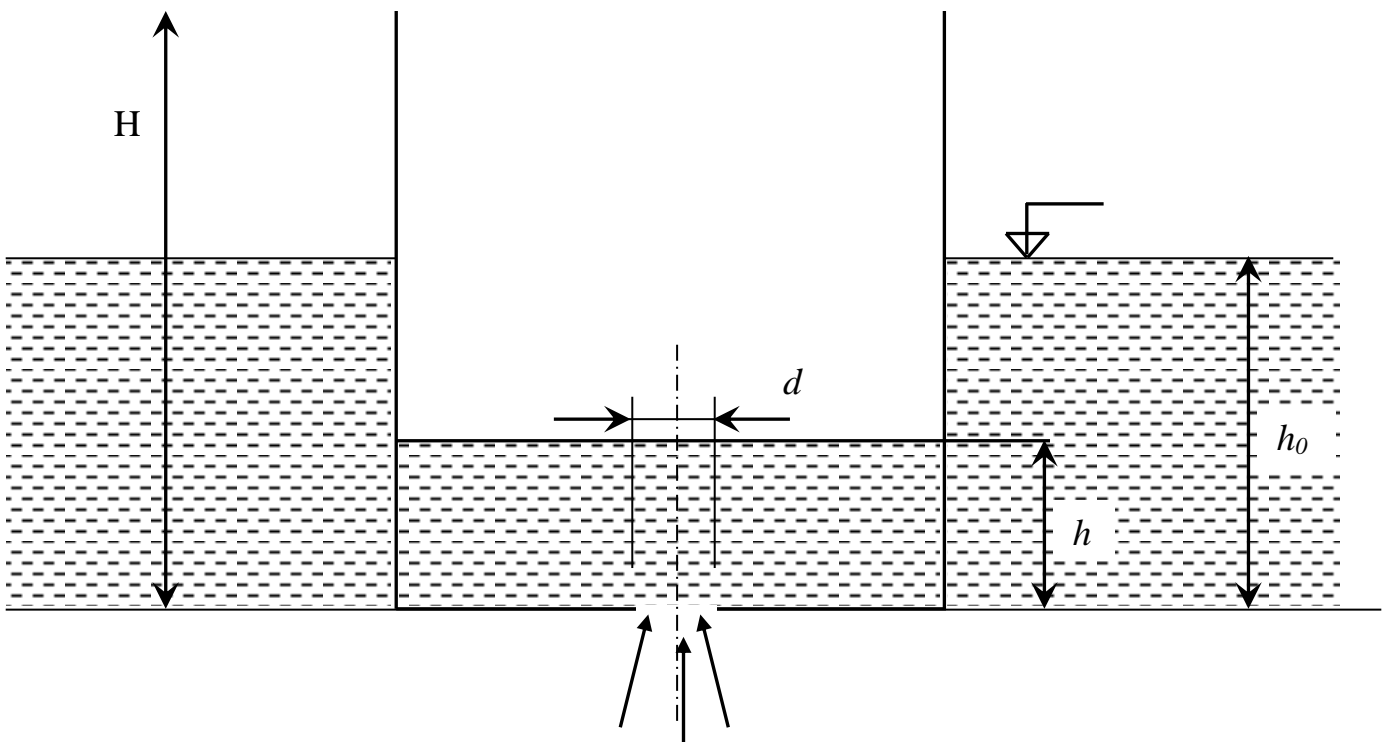
Тогда суммарные потери напора равны

$$\sum h = 0,0064 + 0,0032 + 0,0019 + 0,019 + 0,0064 + 0,71 = 0,75 \text{ м.}$$

2. Определим скорость истечения воды из насадка.

Скорость воды через насадок определим по формуле

$$\begin{aligned} v_n &= \varphi_n \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0} = \\ &= 0,71 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 7} = 8,32 \text{ м/с.} \end{aligned}$$



4. Для ограничения на трубопроводе $D=150$ мм установлена дроссельная диафрагма. Избыточное давление до и после диафрагмы соответственно равны $P_1=6,1 \cdot 10^4$ Па и $P_2=1,7 \cdot 10^4$ Па. Определить необходимый внутренний диаметр диафрагмы, чтобы расход был равен $Q=32$ л/с.

Решение.

Для определения диаметра воспользуемся уравнением определения расхода при истечении из отверстия в тонкой стенке

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2gH},$$

где μ - коэффициент расхода системы;

$$\mu_c = \frac{1}{\sqrt{\xi_{сист}}} = \frac{1}{\sqrt{\xi_\partial}};$$

S – площадь поперечного сечения отверстия; $S = \frac{\pi d^2}{4}$;

где H – напор:

$$H = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{61}{9,81} - \frac{17}{9,81} = 4,49 \text{ м};$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} = 0,0177 \text{ м}^2.$$

Определим коэффициент сопротивления диафрагмы

$$\xi_\partial = \left(\frac{D^2}{d^2 \cdot \varepsilon} - 1 \right)^2; \quad \varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2}.$$

Построим график зависимости $Q = f(d)$:

d, мм	ε	ξ_∂	μ_c	$Q, \text{ м}^3/\text{с}$
40	0,061	483,4	0,045	0,0076
50	0,613	187,2	0,073	0,012
80	0,623	21,6	0,216	0,036

Откуда диаметр диафрагмы будет равен $d = 77,5$ мм

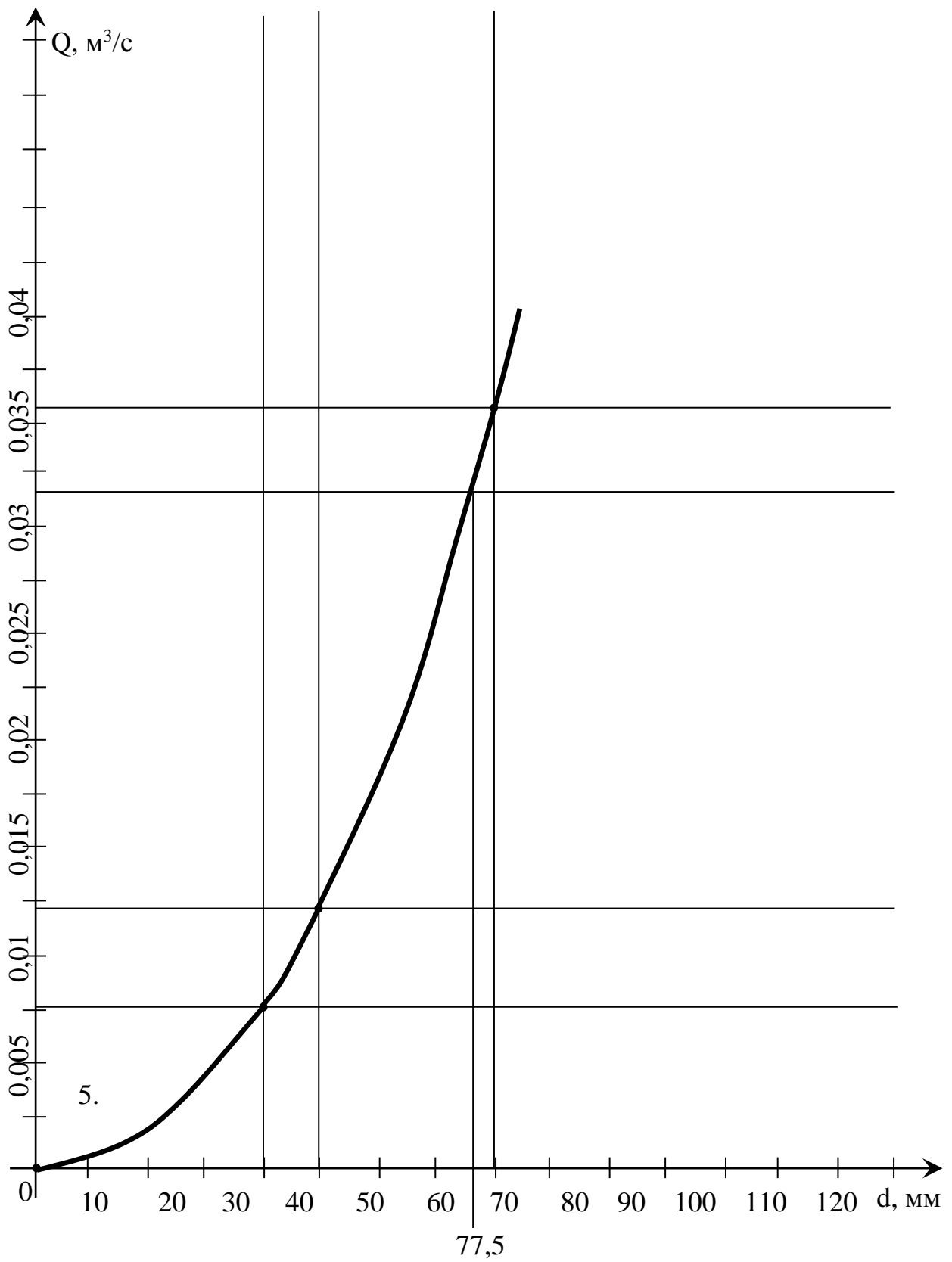


График зависимости функции $d=f(Q)$.

В оболочке резервуара сделаны квадратное отверстие со стороной $a = 4$ см и круглое отверстие диаметром $d = 6$ см, к которому присоединен цилиндрический насадок.

Отметки центров отверстий и уровня воды в резервуаре указаны в исходных данных. Отметку дна принять равной 0,00. Скорость в резервуаре $v = 0$. Центры отверстий удалены от боковых стенок резервуара на 1 м.

Определить:

1. Суммарный расход Q л/сек из резервуара.
2. Длину стороны a квадратного отверстия, чтобы при заданных отметках расход квадратного отверстия равнялся расходу из насадка.
3. Расход Q_1 из резервуара через трубу диаметром d_2 и длиной L с краном посередине, присоединенную вместо насадка.

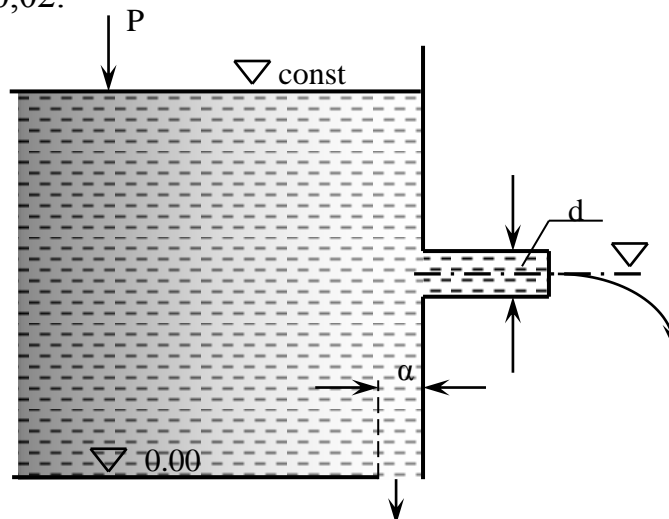
Отметки:

уровень воды – 1,2 м;

центр насадка – 0,9 м;

центр отверстия – 0.

Диаметр трубы, $d = 70$ мм, длина $L = 16$ м, угол открытия крана $\alpha^\circ = 10$, $\lambda = 0,02$.



Суммарный расход через отверстие и насадок определится по формуле

$$Q = \mu_o \cdot S_o \cdot \sqrt{2gH_0} + \mu_n \cdot S_n \cdot \sqrt{2gH_n},$$

где μ_o - коэффициент расхода отверстия;

μ_n - коэффициент расхода внешнего цилиндрического насадка.

Значение коэффициента расхода отверстия зависит от степени сжатия этого отверстия. Сжатие будет неполным, если отверстие располагается таким образом, что часть периметра совпадает с боковыми стенками или дном резервуара, играющими роль направляющих плоскостей, в этом случае значение коэффициента сжатия и коэффициента расхода увеличатся.

$$\mu_o = \mu \left(1 + \frac{c \cdot n}{\chi}\right); \text{ табл. 5.3}$$

$$\mu_o = 0,606; \text{ при } H = 1,2 \text{ м.}$$

S_o - площадь поперечного сечения отверстия;

$$S_o = a^2 = 0,04^2 = 0,0016 \text{ м}^2.$$

Диаметр насадка $d = 0,06$ м, а напор над центром насадка

$$H = 1,2 - 0,9 = 0,3 \text{ м.}, \mu_i = 0,82.$$

$$S_n = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,06^2}{4} = 0,00283 \text{ м}^2,$$

Тогда

$$Q = 0,606 \cdot 0,016 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,2} + 0,82 \cdot 0,00283 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,3} = 0,053 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Расход воды из насадка будет равен

$$Q = 0,82 \cdot 0,00283 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,3} = 0,00563 \text{ м}^3/\text{с} .$$

Определим сторону a квадратного отверстия, при которой расход будет равен $Q = 0,00563 \text{ м}^3/\text{с}$.

$$S_o = \frac{Q}{\mu_o \cdot \sqrt{2gH_0}} = \frac{0,00563}{0,606 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,2}} = 0,00192 \text{ м}^2.$$

$a = \sqrt{S_o} = \sqrt{0,00192} = 0,044 \text{ м} = 4,4 \text{ см}$. Для определения расхода воды из трубы необходимо определить коэффициент расхода системы $\mu_{\text{непò}}$.

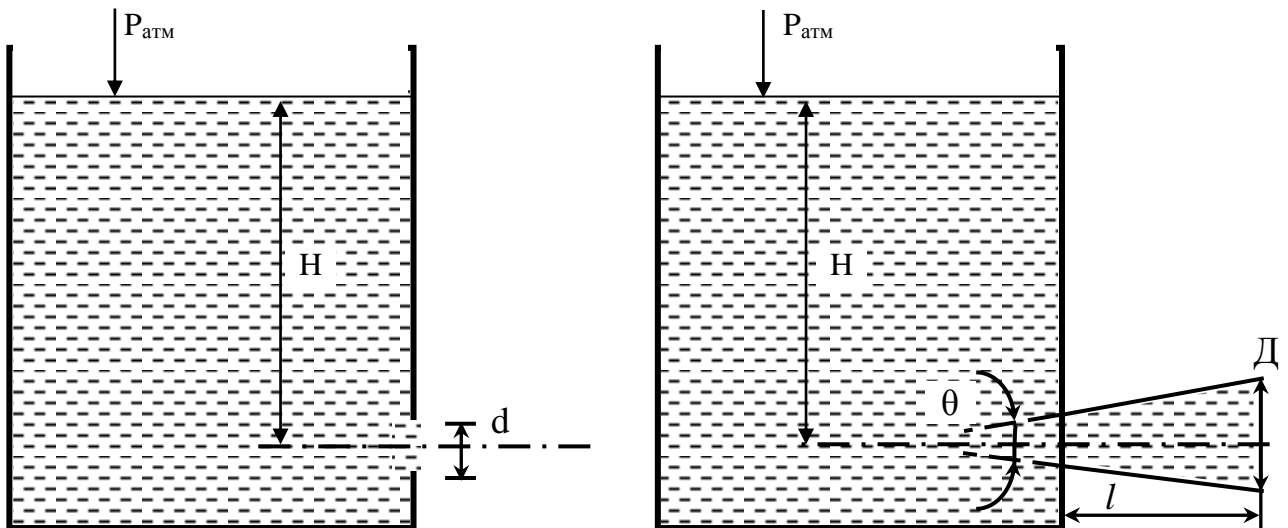
$$\mu_{сист} = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \zeta_{мест} + \sum \zeta_{длин}}} = \frac{1}{\sqrt{1,1 + \zeta_{вх} + \zeta_{вых} + \zeta_{крана} + \lambda \cdot \frac{L}{D}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1,1 + 0,5 + 1,0 + 0,29 + 0,02 \cdot \frac{16}{0,07}}} = 0,366,$$

где $\zeta_{крана} = 0,29$ при угле открытия крана 10° , $\zeta_{вх} = 0,5$, $\zeta_{вых} = 1,0$.

$$Q = 0,366 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{2gH} = 0,366 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,07^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,3} = 0,0137 \text{ м}^3/\text{с}.$$

6. Определить расход воды, вытекающей из круглого отверстия диаметром $d = 0,05$ м. Напор над центром отверстия $H = 1,8$ м. Установить, как изменится расход, если к отверстию присоединить конически расходящийся насадок длиной $l = 0,2$ м, с углом конусности $\Theta = 7^\circ$.



Истечение из отверстий и насадков

Решение.

Определим площадь поперечного сечения:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} = 0,00196 \text{ м}^2 ;$$

S – площадь поперечного сечения отверстия, или насадка;

Для решения воспользуемся формулой определения расхода при истечении через отверстия и насадки

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2gH_0} = 0,62 \cdot 0,00196 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,8} = 0,0072 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$H_0 = H + \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g},$$

где μ - коэффициент расхода отверстия = 0,062, а коэффициент расхода конически расходящегося насадка $\mu = 0,45$.

Скорость определим, воспользовавшись уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2.$$

$$\text{Тогда } v = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,0072}{3,14 \cdot 0,05^2} = 3,67 \text{ м/с};$$

$$H_0 = H + \frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} = 1,8 + \frac{1,1 \cdot 3,67^2}{2 \cdot 9,81} = 1,88 \text{ м}.$$

Уточним расход

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2gH_0} = 0,62 \cdot 0,00195 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,87} = 0,0073 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$v = \frac{4 \cdot Q}{3,14 \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,0073}{3,14 \cdot 0,05^2} = 3,72 \text{ м/с}.$$

При дальнейшем уточнении расход и скорость изменяются менее чем на 3%.

Определим диаметр выходного сечения насадка

$$d_2 = d + L \cdot 2 \cdot \text{tg } \Theta/2 = 0,05 + 2 \cdot 0,2 \cdot \text{tg } 7/2 = 0,075 \text{ м}.$$

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2gH_0} = 0,62 \cdot 0,0044 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,8} = 0,0177 \text{ м}^3/\text{с},$$

$$\text{где } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,075^2}{4} = 0,0044 \text{ м}^2 ;$$

$Q_2 - Q_1 = 0,0117 - 0,00072 = 0,0045 \text{ м}^3/\text{с} = 4,5 \text{ л/с}$. Расход изменится на 4,5 л/с.

5 ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ В ТРУБОПРОВОДАХ

5.1 Классификация трубопроводов

Роль трубопроводных систем в хозяйстве любой страны, отдельной корпорации или просто отдельного хозяйства трудно переоценить. Системы трубопроводов в настоящее время являются самым эффективным, надёжным и экологически чистым транспортом для жидких и газообразных продуктов. Со временем их роль в развитии научно-технического прогресса возрастает. Только с помощью трубопроводов достигается возможность объединения стран производителей углеводородного сырья со странами потребителями. Большая доля в перекачке жидкостей и газов по праву принадлежит системам газопроводов и нефтепроводов, но значительную роль играют такие системы как водоснабжение и канализация, теплоснабжение и вентиляция, добыча некоторых твёрдых ископаемых и их гидротранспорт. Практически в каждой машине и механизме значительная роль принадлежит трубопроводам[10].

По своему назначению трубопроводы принято различать по виду транспортируемой по ним продукции:

- газопроводы,
- нефтепроводы,
- водопроводы, воздухопроводы,
- продуктопроводы.

По виду движения по ним жидкостей трубопроводы можно разделить на две категории:

- напорные трубопроводы,
- безнапорные (самотёчные) трубопроводы.

Также трубопроводы можно подразделить по виду сечения на трубопроводы круглого и не круглого сечения (прямоугольные, квадратные и дру-

гого профиля). Трубопроводы можно разделить и по материалу, из которого они изготовлены: стальные трубопроводы, бетонные, пластиковые и др.

Дать полную и исчерпывающую классификацию трубопроводов вряд ли удастся из-за многообразия их функций и областей использования. Нас будут интересовать лишь те классификации, которые влияют на принятые методы и способы описания движения по ним жидкостей и газов.

5.2 Простой трубопровод

Основным элементом любой трубопроводной системы, какой бы сложной она не была, является простой трубопровод. Классическим определением его будет трубопровод, собранный из труб одинакового диаметра и качества его внутренних стенок, в котором движется транзитный поток жидкости и на котором нет местных гидравлических сопротивлений.

При напорном движении жидкости простой трубопровод работает полным сечением $S = \frac{\pi d^2}{4} = 4\pi R_2^2 = const$. Размер сечения трубопровода (диаметр или величина гидравлического радиуса), а также протяжённость (длина) трубопровода (l , L) являются основными геометрическими характеристиками трубопровода. Основными технологическими характеристиками трубопровода являются расход жидкости в трубопроводе Q и напор H (на головных сооружениях трубопровода, то есть в его начале). Большинство других характеристик простого трубопровода являются, несмотря на их важность, производными характеристиками. Поскольку в простом трубопроводе расход жидкости транзитный (одинаковый в начале и конце трубопровода), то средняя скорость движения жидкости в трубопроводе постоянна $v = const$. Для установившегося движения жидкости по трубопроводу средняя скорость движения жидкости определяется по формуле Шези

$$v = C\sqrt{R_2 \cdot i}, \quad (5.1)$$

где $C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$ - скоростной коэффициент Шези,

$R_2 = \frac{S}{\Pi}$ - гидравлический радиус сечения, для круглого сечения при

полном заполнении жидкостью $R_2 = \frac{d}{4}$,

$i = \frac{h_{mp}}{l}$ - гидравлический уклон.

Полагая, что весь имеющийся напор на головных сооружениях (в начале) трубопровода тратится на преодоление сил трения в трубопроводе (в простом трубопроводе это потери напора по длине h_{λ}), уравнение движения жидкости (Бернулли) примет вид

$$H = h_{om} = \frac{v^2 l}{CR_2}. \quad (5.2)$$

Расход жидкости в трубопроводе

$$Q = v \cdot S = SC\sqrt{R_2 \cdot i}.$$

Обозначив $SC\sqrt{R_2} = K$, получим основное уравнение простого трубопровода

$$Q = K\sqrt{i} \quad (5.3)$$

где K - модуль расхода - расход жидкости в русле заданного сечения при гидравлическом уклоне, равном единице (иначе модуль расхода называют расходной характеристикой трубопровода). Другой и более известный вид основного уравнения простого трубопровода получим, решив уравнение относительно напора

$$H = Q^2 \frac{l}{K^2} \text{ или } H = R \cdot Q^2 \quad (5.4)$$

Величину $\frac{1}{K^2}$ называют удельным сопротивлением трубопровода,

$R = \frac{l}{Q^2}$ - его полным сопротивлением.

Вид гидравлической характеристики зависит от режима движения жидкости в трубопроводе: при ламинарном движении жидкости гидравлическая характеристика трубопровода - прямая линия, проходящая через начало координат. При турбулентном режиме гидравлическая характеристика – парабола.

Если на трубопроводе собранном из труб одинакового диаметра имеются местные сопротивления, то такой трубопровод можно привести к простому трубопроводу эквивалентной длины $l_{\text{экв}}$

$$\lambda \frac{l_{\text{экв}}}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{lv^2}{d2g} + \sum \xi_{\text{м}} \frac{v^2}{2g},$$

$$\lambda \frac{l_{\text{экв}}}{d} = \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi_{\text{м}}$$

$$l_{\text{экв}} = l + \frac{d}{\lambda} \cdot \sum \xi_{\text{м}}$$

5.3 Сложные трубопроводы

К сложным трубопроводам следует относить те трубопроводы, которые не подходят к категории простых трубопроводов, то есть к сложным трубопроводам следует отнести

- трубопроводы, собранные из труб разного диаметра (последовательное соединение трубопроводов),

- трубопроводы, имеющие разветвления: параллельное соединение трубопроводов, сети трубопроводов, трубопроводы с непрерывной раздачей жидкости.

Последовательное соединение трубопроводов. При последовательном соединении трубопроводов конец предыдущего простого трубопровода одно-

временно является началом следующего простого трубопровода. В сложном трубопроводе, состоящем из последовательно соединённых простых трубопроводов, последние в литературе называются участками этого трубопровода. Расход жидкости во всех участках сложного трубопровода остаётся одинаковым $Q = \text{const}$. Общие потери напора во всём трубопроводе будут равны сумме потерь напора во всех отдельных его участках.

$$H = \sum_{i=1}^n h_i = Q^2 \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{K_i^2}. \quad (5.5)$$

где $h_i = Q^2 \frac{l_i}{K_i^2}$ - потери напора на i - том участке трубопровода.

Таким образом, потери напора в трубопроводе, состоящем из последовательно соединённых друг с другом участков, равны квадрату расхода жидкости в трубопроводе, умноженному на сумму удельных сопротивлений всех участков.

Гидравлическая характеристика трубопровода, состоящего из последовательно соединённых участков, представляет собой графическую сумму (по оси напоров) гидравлических характеристик всех отдельных участков. Сложный трубопровод, состоящий из последовательно соединённых простых трубопроводов, можно свести к простому трубопроводу с одинаковым (эквивалентным) диаметром, при этом длины участков будут пересчитываться, чтобы сохранить реальные гидравлические сопротивления участков трубопровода.

Так, приведённая длина i - того участка l_{np} будет

$$l_{np} = l_i \cdot \frac{d_{эке}}{d_i}. \quad (5.6)$$

Следует отметить, что величина скоростного напора также зависит от диаметра трубопровода, и при определении приведённой длины участка мы вносим некоторую ошибку, которая будет тем большей, чем больше разница в

величинах фактического и эквивалентного диаметров. В таких случаях можно рекомендовать другой, более сложный способ.

Параллельное соединение трубопроводов. Схема прокладки параллельных трубопроводов используется в тех случаях, когда на трассе магистрального трубопровода есть участки, где требуется уменьшить гидравлические сопротивления трубопровода (высокие перевальные точки трубопровода) или при заложении трубопровода в труднодоступных местах (переход через реки и др.). При параллельном соединении трубопроводов имеются две особые точки, называемые точками разветвления. В этих точках находятся концы параллельных ветвей трубопровода (точки А и В). Будем считать, что жидкость движется слева направо, тогда общий для всех ветвей напор в точке А будет больше напора в другой общей для всех ветвей трубопровода точке В ($H_A; H_B$). В точке А поток жидкости растекается по параллельным ветвям, а в точке В вновь собирается в единый трубопровод. Каждая ветвь может иметь различные геометрические размеры: диаметр и протяжённость (длину). Поскольку вся система трубопроводов является закрытой, то поток жидкости в данной системе будет транзитным, то есть

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = Q. \quad (5.7)$$

Жидкость движется по всем ветвям при одинаковой разности напоров

$H_{AB} = H_A - H_B >$ тогда расход жидкости по каждой ветви можно записать в виде

$$Q_i = K_i \sqrt{\frac{H_{AB}}{l_i}}. \quad (5.8)$$

Поскольку ветвей в системе n , а число неизвестных в системе уравнений будет $n+1$, включая напор, затрачиваемый на прохождение жидкости по

всем ветвям H_{AB} , то в качестве дополнительного уравнения в системе будет использовано уравнение неразрывности

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

При решении системы уравнений можно воспользоваться соотношением

$$\frac{Q_i}{Q_{i+1}} = \frac{K_i}{K_{i+1}} \sqrt{\frac{l_{i+1}}{l_i}}. \quad (5.9)$$

Для построения гидравлической характеристики системы параллельных трубопроводов можно воспользоваться методом графического суммирования. Суммирование осуществляется по оси расходов Q , так как $Q = \Sigma Q_i$

Трубопроводы с непрерывным (распределённым расходом). В данном случае предполагается, что вдоль всей длины трубопровода располагаются одинаковые равномерно распределённые потребители жидкости. Классическим примером такого трубопровода может служить оросительная система. В начальной точке трубопровода напор составляет H . В общем случае расход по трубопроводу состоит из транзитного Q_m и расхода Q_p , который непрерывно раздаётся по всей длине трубопровода.

Тогда в некотором сечении трубопровода на расстоянии x от его начала расход будет равен

$$Q_r = Q_m + Q_p - \frac{Q_p}{l} x.$$

Тогда гидравлический уклон в сечении x на малом отрезке dx

$$i_x = \frac{Q_r^2}{K^2} = \frac{\left(Q_m + Q_p - \frac{Q_p}{l} x \right)^2}{K^2}$$

Уравнение падения напора вдоль элемента dx запишется следующим образом:

$$dH = i \cdot dx = \left[\frac{(Q_m + Q_p)^2}{K^2} - \frac{2Q_p}{l \cdot K^2} (Q_m + Q_p) x + \frac{Q_p^2}{l^2 \cdot K^2} x^2 \right] dx$$

После интегрирования получим

$$H = \frac{l}{K^2} \left(Q_m^2 + Q_m Q_p + \frac{1}{3} Q_p^2 \right) \quad (5.10)$$

и при $Q_m = 0$: $H = \frac{1}{3} Q_p^2 \frac{l}{K^2}$

Сети трубопроводов. Если магистральные трубопроводы принято рассматривать как средства внешнего транспорта жидкостей и газов, то сети используются в качестве оборудования для внутреннего транспорта жидких или газообразных продуктов. По направлению движения жидкости (газа) сети различают на сборные и раздаточные (распределительные). В сборных сетях имеется группа источников возникновения жидкости (газа). Жидкость от этих источников направляется в своеобразные узлы сбора и оттуда - в магистральный трубопровод. Классическим примером сборной сети может служить нефтесборная система со скважин, канализационная сеть. В раздаточных (распределительных) сетях жидкость или газ поступает из магистрального трубопровода и по сети распределяется по потребителям (абонентам). Распространённым примером распределительной сети является система водоснабжения. К такому же типу сетей можно также отнести систему принудительной вентиляции, где воздух подаётся в служебные помещения или на рабочие места, систему теплоснабжения и др. Сети строятся в населённых пунктах, на предприятиях, отдельных территориях. Трубы в таких системах могут изготавливаться из различных материалов в зависимости от технологических требований, предъявляемых к сетям. В сборных сетях источники жидкости и газа располагают напором, обеспечивающим движение жидкости (газа) до магистралей. Если напоры недостаточны, то создаются специальные, узлы, где напор обеспечивается принудительным образом. Имеется по крайней мере две группы задач для гидравлического расчёта сетей: проектирование новых сетей и расчёт пропускной способности существующих сетей. Принципы расчёта похожи. В основу расчётных формул положены уравнения Дарси-Вейсбаха и Шези. Предварительно в сети выбирается ветвь с наибольшей нагрузкой (расход и напор). Эта ветвь рассматривается как своеобразный трубопровод, который в общем случае можно отнести к категории

последовательного соединения простых трубопроводов. Другие участки рассчитываются самостоятельно. После завершения расчётных работ осуществляется проверка соответствия результатов расчётов в узлах сети. После анализа расхождений результатов решений в узлах сети осуществляется корректировка исходных данных. Таким образом, метод итераций является наиболее приемлемым для расчёта сетей.

Трубопроводы некруглого профиля. Подавляющее большинство трубопроводов собирается из круглых труб. Преимущество круглого сечения очевидно: круглое сечение обладает максимальной пропускной способностью и минимальным гидравлическим сопротивлением. Так, гидравлический радиус

для круглого сечения $R = \frac{r}{2}$,

для треугольного сечения $R_2 = \frac{\alpha\sqrt{3}}{12}$ для квадратного сечения $R_2 = \frac{\alpha}{4}$ для

шестиугольного сечения $R_2 = \frac{\alpha\sqrt{3}}{6}$

Тем не менее, трубы некруглого сечения применяются в промышленности там, где потери напора не играют особой роли. Это, в первую очередь, воздуховоды с малыми скоростями движения воздуха и так далее.

Трубопроводы, работающие под вакуумом (сифоны). Сифоном называется такой самотёчный трубопровод, часть которого располагается выше уровня жидкости в резервуаре. Действующий напор представляет собой разницу уровней в резервуарах Н. Для приведения сифона в действие необходимо предварительно откачать из сифона воздух и создать в нём разрежение. При этом жидкость поднимется из резервуара А до верхней точки сифона, после чего жидкость начнёт двигаться по ниспадающей части трубопровода в резервуар В (рис. 12).

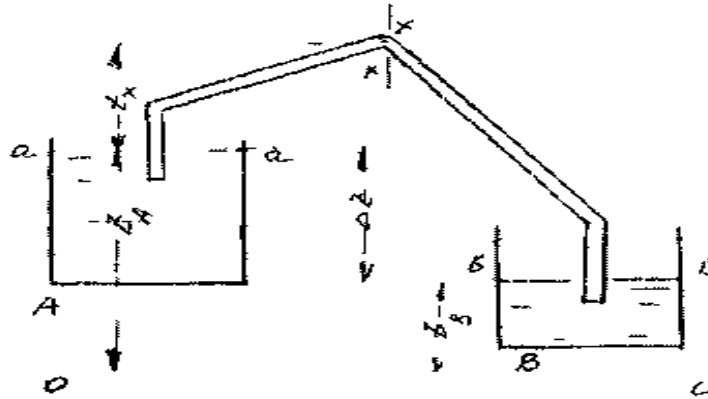


Рис.13. Сифон

Другой метод запуска сифона - заполнить его жидкостью извне. Запишем уравнение Бернулли для двух сечений a-a и b-b относительно плоскости сравнения O - O.

$$z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + \Sigma h_{mp}$$

Поскольку $p_A = p_B = p_{atm}$ и $\frac{\sqrt{A^2}}{2g} = \frac{\sqrt{B^2}}{2g}$, то

$$\Delta Z = z_A - z_B = \Sigma h_{np}$$

$$Q = K \sqrt{\frac{\Delta Z}{l}}. \quad (5.11)$$

Критическим сечением в сифоне будет сечение x - x в верхней точке сифона. Давление в этой точке будет минимальным и для нормальной работы сифона необходимо, чтобы оно было выше упругости паров перекачиваемой по сифону жидкости.

$$\frac{p_{\min}}{\rho g} > \frac{p_y}{\rho g}.$$

Трубопроводы со стенками из упругого материала. В практике предприятий нефтяной отрасли нередки случаи использования специальных трубопроводов, стенки которых деформируются при изменении давления в перекачиваемой по ним жидкости. К трубопроводам такого типа относятся мягкие и гибкие рукава, резиновые и армированные шланги. Опыты Фримана пока-

зали, что в данных случаях можно пользоваться формулой аналогичной формуле Дарси-Вейсбаха где η можно взять из таблицы.

$$h_{\text{от}} = \lambda_p \frac{l}{d_{\text{расч}}} \frac{v^2}{2g}$$

Характеристика трубопровода			Величина η
Гладкие резиновые рукава			0,000860
Обыкновенные резиновые рукава			0,000899
Очень гладкие, прорезиненные внутри			0,000884
Шероховатые внутри			0,021300
Кожаные			0,013700
Для упругих деформируемых рукавов и шлангов в формулу Дарси-Вейсбаха следует ввести необходимые поправки.			
Номинальный диаметр в мм	Средний внутренний диаметр в мм		λ_p
	При $p = 1 \text{ ат}$	При $p = 3 \text{ ат}$	
25	24,42	24,79	0,055
32	31,84	32,53	0,060
38	39,84	40,80	0,080
50	54,00	55,40	0,090
65	65,93	67,73	0,095

5.4 Неустановившееся движение жидкости в трубопроводе

Постановка вопроса, требования к модели и допущения.

Вопросы изучения неустановившегося движения реальной жидкости очень сложны. Если окажется необходимым получить самое общее решение поставленной задачи, то придётся рассматривать систему уравнений, в состав которой будут входить

- уравнение Навье-Стокса,
- уравнение неразрывности,
- уравнение состояния жидкости,
- уравнение термического состояния жидкости, уравнение первого за-

кона термодинамики.

Следует отметить, что данная система настолько сложна и трудоёмка в своём решении, что сразу же стоит рассмотреть вопросы о необходимости принятия некоторых допущений и ограничений, облегчающих решение поставленной задачи. Другими словами, необходимо определить из соображений практики степень детальности построения модели, откуда станут очевидными требования к описанию объекта изучения. Так, рассматриваемый объект (жидкость) должен обладать упругими свойствами (быть сжимаемой), деформация жидкости должна происходить в пределах пропорциональности, что соответствует закону Гука. Следует также учитывать упругие свойства самого трубопровода, другие внешние среды не рассматриваются. Движение жидкости считается одномерным. Можно также пренебречь и теплотерями во внешнюю среду.

Остановимся на изучении проблем, связанных с явлением гидравлического удара в круглых трубах и на базе решения этой практической задачи рассмотрим основные уравнения неустановившегося движения жидкости. Явление гидравлического удара характеризуется большими скоростями распространения ударной волны и значительными величинами возникающих при этом давлений, периоды колебаний давления составляют доли секунды, благодаря чему действием сил трения можно пренебречь.

Явление гидравлического удара

Явление гидравлического удара возникает при резком изменении скорости движения жидкости в трубопроводе (вплоть до его мгновенного закрытия). В таких случаях происходит переход кинетической энергии движущейся жидкости в потенциальную энергию покоящейся жидкости. Однако такой переход не мгновенный, а протекает с определённой скоростью, зависящей от свойств жидкости и материала трубопровода. Кроме того, этот процесс носит волновой характер. Покажем на простом примере, что гидравлический удар - процесс колебательный, то есть волновой.

Резервуар А соединён с трубопроводом длиной, на конце трубопровода установлена задвижка. Размеры резервуара таковы, что при отборе жидкости из него уровень жидкости в резервуаре практически не понижается. Также для упрощения модели пока будем считать саму трубу недеформируемой. Примем за начало отсчёта точку О, расположенную на оси трубы в плоскости задвижки. Если потерями напора на трение при движении жидкости пренебречь, то пьезометрическая линия будет горизонтальной. Если бы жидкость была несжимаемой, то при резком закрытии задвижки мгновенно остановилась бы вся масса жидкости, находящаяся в трубе, что вызвало бы мгновенный рост давления во всей жидкости. На самом деле в упругой жидкости процесс будет развиваться иначе. В момент резкого закрытия задвижки остановится только тонкий слой жидкости, непосредственно примыкающий к задвижке, остальная масса жидкости будет продолжать движение за бесконечно малый промежуток времени (длительность процесса остановки), остановится масса жидкости в объеме первого тонкого слоя.

$$\Delta M = \rho \cdot S \cdot \Delta n, \quad (5.12)$$

где Δn - толщина тонкого слоя жидкости,

S - площадь внутреннего сечения трубы.

Если обозначить давление в точке О до закрытия затвора через p_0 давление после мгновенного закрытия задвижки- $p_0 + \Delta p$, то по теореме об изменении количества движения можно вычислить Δp .

$$\Delta p \Delta t = \rho v_0 \Delta n$$

$$\text{или } \Delta p = \rho \cdot c v_0 \text{ где } c = \lim \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$\text{или } \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{c v_0}{g} \quad (5.13)$$

Затем в следующий момент времени остановится следующий слой жидкости, потом третий и т.д. Так постепенно увеличенное давление у задвижки распространится по всему трубопроводу в направлении против тече-

ния жидкости. Тогда величина $c = \frac{dn}{dt}$ представляет собой скорость распространения упругой (ударной) волны. По истечении времени $\frac{l}{c}$ вся жидкость в трубопроводе станет находиться в сжатом состоянии. Но теперь возник перепад давления между жидкостью в резервуаре и жидкостью в трубе, в результате чего начнётся движение упругой жидкости из трубопровода обратно в резервуар. По истечении такого же временного интервала $\frac{l}{c}$ давление жидкости у задвижки понизится на величину Δp , то есть достигнет первоначального значения. При этом процесс движения жидкости в резервуар будет продолжаться, пока пониженное давление не распространится до конца трубопровода (до резервуара). Таким образом, давление у задвижки будет сохраняться на постоянном уровне в течение времени $\frac{2l}{c}$, а продолжительность всего цикла гидравлического удара будет равна $\frac{4l}{c}$. За это время давление у задвижки в течение половины этого времени будет максимальным $p_0 + \Delta p$, в течение другой половины времени - минимальным $p_0 - \Delta p$.

Скорость распространения упругих волн в трубопроводе

Рассмотрим общую задачу о распространении упругой волны в трубопроводе с упругими стенками (то есть с учётом сжимаемости материала труб). Выделим элемент трубопровода протяжённостью $\Delta n = c \cdot \Delta t$, в котором жидкость остановилась в течение времени Δt , а давление возросло на величину

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v_0 \quad (5.14)$$

В остальной части трубы жидкость продолжает двигаться и за время Δt в выделенный остановившийся элемент жидкости за счёт её сжатия и сжатия стенки трубы поступит дополнительный объём жидкости

$$\Delta W = S_0 v_0 \Delta t,$$

где S_o и v_o - начальная площадь трубы и скорость движения жидкости до момента удара.

Разделим этот дополнительный объём на два составляющих объёма (за счёт сжатия жидкости ΔW_1 и за счёт сжатия трубы ΔW_2).

$$\Delta W_1 = \beta_{жс} \cdot S_o \cdot n \cdot \Delta p$$

$$\text{или } \Delta W_1 = S_o \cdot n \frac{\Delta p}{K_{жс}}.$$

$$\Delta W_2 = \Delta S_o \cdot n,$$

где ΔS - увеличение площади сечения трубы за счёт упругости её материала.

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2,$$

$$S_o v_o \Delta t = S_o \cdot n \frac{\Delta p}{K_{жс}} + \Delta S_o \cdot n,$$

$$\text{или } v_o = \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\Delta p}{K_{жс}} + \frac{\Delta S_o}{S_o}.$$

$$\frac{dp}{\rho \cdot c^2} = \frac{dp}{K_{жс}} + \frac{dS_o}{S_o}.$$

Отсюда скорость распространения упругой волны в жидкости

$$c = \sqrt{\frac{\frac{dp}{\rho}}{\frac{dp}{K_{жс}} \left(1 + \frac{dS_o}{S_o} \cdot \frac{K_{жс}}{dp} \right)}}.$$

Относительное удлинение размера трубы (её радиуса)

$$\frac{dS_o}{S_o} = \frac{d(\pi r^2)}{\pi r^2} = 2 \frac{dr}{r}$$

Принимая во внимание, что: $\frac{dr}{r} = \frac{d\sigma}{E}$, - (E- модуль Юнга материала трубы)

$$\sigma = \frac{p \cdot d}{2e},$$

где σ - нормальное напряжение,
 e - толщина стенки трубы.

$$d\sigma = \frac{d}{2e} dp$$

$$\frac{dS_o}{S_o} = \frac{dp}{E} \cdot \frac{d}{e}$$

тогда

$$c = \sqrt{\frac{\frac{K_{жс}}{\rho}}{1 + \frac{d}{e} \frac{K}{E}}} \quad (5.15)$$

Величину $K_o = \frac{K_{жс}}{1 + \frac{d}{e} \frac{K}{E}}$ называют приведённым модулем упругости.

В зависимости от времени распространения ударной волны τ и времени *перекрывтия* задвижки (или другой запорной арматуры) t , в результате *которого* возник гидроудар, можно выделить 2 вида ударов:

- **Полный (прямой)** гидравлический удар, если $t < \tau$;
- **Неполный (непрямой)** гидравлический удар, если $t > \tau$.

При полном гидроударе фронт возникшей ударной волны движется в направлении, обратном первоначальному направлению движения жидкости в трубопроводе. Его дальнейшее направление движения зависит от элементов трубопровода, расположенных до закрытой задвижки. Возможно и повторное неоднократное прохождения фронта волны в прямом и обратном направлениях.

При неполном гидроударе фронт ударной волны не только меняет направление своего движения на противоположное, но и частично проходит далее сквозь не до конца закрытую задвижку.

Прямой гидравлический удар бывает тогда когда время закрытия задвижки t_3 меньше фазы удара T , определяемой по формуле:

$$T = \frac{2l}{Cu} \quad (5.16)$$

Здесь l - длина трубопровода от места удара до сечения, в котором поддерживается постоянное давление, Cu - скорость распространения ударной волны в трубопроводе, определяется по формуле Н.Е. Жуковского, м/с:

$$Cu = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{1 + \frac{E}{E_{tr}} \frac{D}{h} k}} \quad (5.17)$$

где E - модуль объемной упругости жидкости, ρ - плотность жидкости, $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость распространения звука в жидкости, E_{tr} - модуль упругости материала стенок трубы, D - диаметр трубы, h - толщина стенок трубы.

Для воды отношение $\frac{E}{E_{tr}}$ зависит от материала труб и может быть принято; для стальных – 0.01; чугунных – 0.02; ж/б – 0.1-0.14; асбестоцементных – 0.11; полиэтиленовых – 1-1.45.

Коэффициент k для тонкостенных трубопроводов применяется (стальные, чугунные, а/ц, полиэтиленовые) равным 1. Для ж/б

$$k = \frac{1}{1 + 9.5a}, \quad (5.18)$$

$a = \frac{f}{h}$ коэффициент армирования кольцевой арматурой (f - площадь сечения кольцевой арматуры на 1м длины стенки трубы). Обычно $a = 0.015 - 0.05$ Повышение давления при прямом гидравлическом ударе определяется по формуле:

$$P = \rho Cu V_0.$$

где V_0 - скорость движения воды в трубопроводе до закрытия задвижки.

Если время закрытия задвижки больше фазы удара ($t_3 > T$), такой удар называется непрямым. В этом случае дополнительное давление может быть определено по формуле:

$$P = \frac{2pVol}{t^3} . \quad (5.19)$$

Результат действия удара выражают также величиной повышения напора H , которая равна:

$$\text{при прямом ударе} \quad H = \frac{CuVo}{g} \quad (5.20)$$

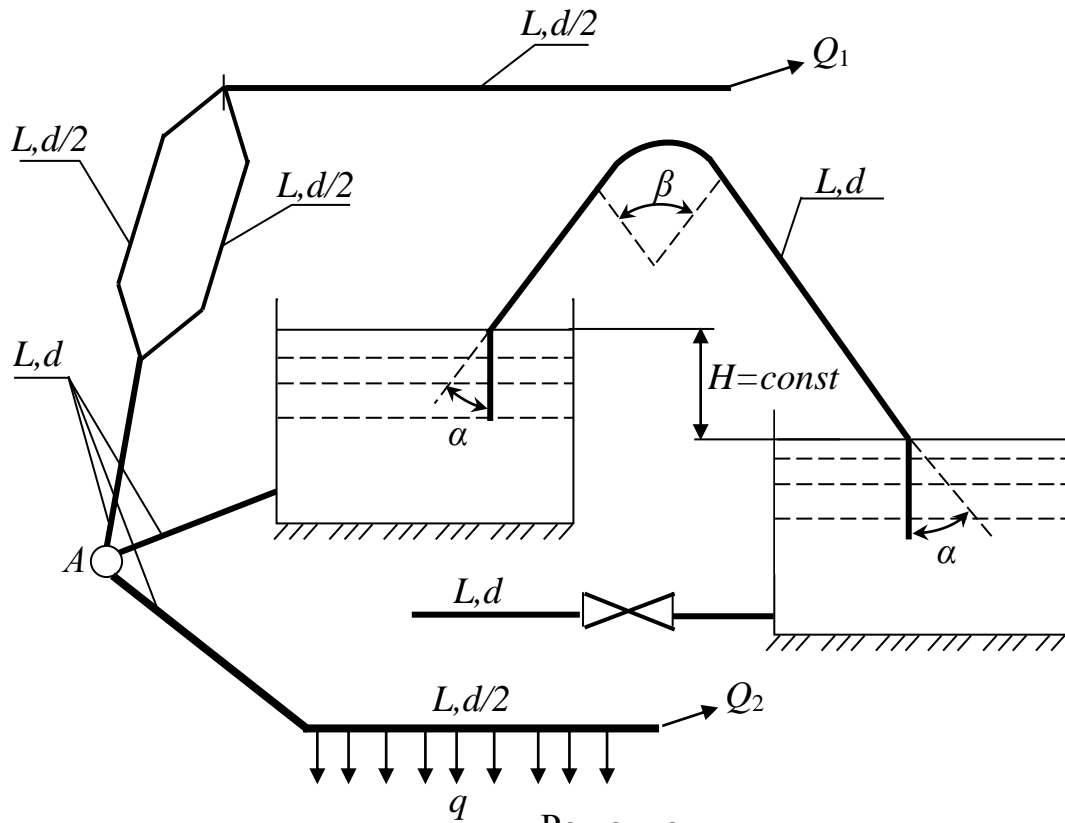
$$\text{при непрямом} \quad H = \frac{2Vol}{gt^3} . \quad (5.21)$$

5.5 Примеры решения задач

1. Два хранилища с керосином сообщаются со стальным сифоном, имеющем длину $L=250$ м и диаметром $d=0,25$ м. Отметки уровня керосина в хранилищах отличаются на величину $H=1,4$ м. От нижнего хранилища отходит стальная труба диаметром $d=0,25$ м с задвижкой и толщиной стенок $e=7$ мм. От пункта А отходят стальные трубопроводы с последовательным и параллельным соединениями, имеющими объёмные расходы соответственно $Q_1=0,0017$ м³/с и $Q_2=0,0016$ м³/с. На втором участке последовательного соединения производится равномерная путевая раздача воды $q=0,03$ л/с.

Определить:

1. Объёмный расход в сифоне при заданном диаметре.
2. Начальную скорость v_0 движения керосина в стальном трубопроводе, при котором давление при мгновенном закрытии задвижки достигает величины $p=2200000$ Па, если перед закрытием задвижки в трубопроводе давление $p_0=400000$ Па.
3. Распределение расхода в трубопроводах с параллельным соединением.
4. Потери напора на участках трубопровода при последовательном соединении.



Решение.

1. Определим начальную скорость v_0 движения керосина в стальном трубопроводе, при котором давление при мгновенном закрытии задвижки достигает величины $p=2200000\text{Па}$, если перед закрытием задвижки в трубопроводе давление $p_0=400000\text{Па}$.

$$\square p = \rho \cdot c \cdot v_0, \text{ откуда}$$

$$v_0 = \frac{\square P}{\rho \cdot c}, \square P = P_0 - P = 2200000 - 400000 = 1800000 \text{ Па},$$

где ρ – плотность керосина, равная 800 кг/м^3 ;

E – модуль упругости керосина 1370000 кПа ;

E_{pip} – модуль упругости стали 196000000 кПа ;

c – скорость распространения волны гидравлического удара;

$$c = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{e} \cdot \frac{E}{E_{pip}}}} = \frac{\sqrt{\frac{1370000 \cdot 1000}{800}}}{\sqrt{1 + \frac{250}{7} \cdot \frac{1370000}{196000000}}} = 1170,64 \text{ м/с},$$

$$v_0 = \frac{P}{\rho \cdot c} = \frac{1800000}{800 \cdot 1170,6} = 1,92 \text{ м/с.}$$

2. Определим объёмный расход в сифоне при заданном диаметре.

$$Q = S \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \zeta_{\text{сист}}}},$$

$$\text{где } S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,25^2}{4} = 0,049 \text{ м}^2.$$

Гидравлическое сопротивление системы складывается из местных сопротивлений при внезапном повороте сифона и сопротивления гидравлического трения по длине сифона.

$$\zeta_{\text{вх}} = 0,5; \zeta_{\text{вых}} = 1; \zeta_{\text{нов1}} = 0,35, \text{ при } \alpha = 45^\circ; - \text{ резкий поворот;}$$

$$\zeta_{\text{нов2}} = 1,3 \cdot \sin 90 = 1,3; - \text{ плавный поворот.}$$

Рассчитаем сопротивление гидравлического трения

$$h_{\text{под}} = A \cdot l \cdot Q^2.$$

Найдём значение удельного сопротивления при $d=250$ мм

$$A = 2,187.$$

Подставим в формулу $l=250$ м, зная что расход определяется из уравнения неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2;$$

$$h_{\text{ном}} = A \cdot l \cdot S^2 = 2 \cdot g \cdot A \cdot l \cdot S^2 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \zeta_{\text{д}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g};$$

$$\text{откуда } \zeta_{\text{д}} = 2 \cdot g \cdot A \cdot l \cdot S^2 = 2 \cdot 9,81 \cdot 2,187 \cdot 250 \cdot 0,049^2 = 25,76.$$

Таким образом, суммарное сопротивление

$$\zeta_{\text{сист}} = \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{нов1}} + \zeta_{\text{нов2}} + \zeta_{\text{вых}} + \zeta_{\text{дл}} = 0,5 + 0,35 + 0,35 + 1,3 + 1 + 25,76 = 29,26;$$

$$\text{тогда: } Q = S \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \zeta_{\text{сист}}}} = 0,049 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 1,4}{1 + 29,26}} = 0,0467 \text{ м}^3/\text{с} = 46,68 \text{ л/с.}$$

3. Определим распределение расхода в трубопроводах с параллельным соединением. Согласно условию задачи трубопроводы соединены параллельно. Определенный расход жидкости, подходя к точке разветвления, распределяется по двум ответвлениям (в частном случае диаметры ответвлений равны

$d_1=125$ мм, $d_2=125$ мм). Составим для нашего трубопровода уравнение баланса расхода в узле

$$Q_{расх} = Q_1 + Q_2; Q_1 = Q_2;$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{Q_{расх}}{2} = \frac{0,0017}{2} = 0,00085 \text{ м}^3/\text{с} .$$

4. Определим потери напора по длине последовательно соединённых участков трубопровода.

По условию задачи трубопровод состоит из последовательно соединённых труб разных диаметров, уложенных в одну линию друг за другом. При этом расход не на всех его участках постоянный, и полная потеря напора на всём протяжении трубопровода определяется как сумма потерь на двух его участках, потери на каждом из двух участков можно определить по формуле

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L.$$

На 2-м участке магистрального трубопровода $Q_m = Q_2 = 0,0016 \text{ м}^3/\text{с} = 1,6$ л/с.

При $d_2=250$ мм модуль расхода $K=716,3$ л/с (табл. 5, «Задачник по гидравлике», А.В. Андриевская, Н.Н. Кременецкий, М.В. Панова., М. 1970 г.), тогда на втором участке магистрального трубопровода имеется непрерывная раздача $q=0,03$ л/с.

Рассчитаем потери напора в трубопроводе с непрерывным путевым расходом

$$Q_{расх} = Q_m + Q_n,$$

где Q_m - транзитный расход, равный Q_1 и равный $0,0016 \text{ м}^3/\text{с}$;

Q_n - путевой расход;

$$Q_n = q \cdot L;$$

$$Q_{расх} = Q_m + q \cdot L = 1,6 + 0,03 \cdot 250 = 9,1 \text{ л/с};$$

$$h_1 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L = \frac{9,1^2}{716,3^2} \cdot 250 = 0,0403 \text{ м.}$$

На втором участке действует объемный расход $Q_2 = 0,0016 \text{ м}^3/\text{с}$, диаметр остается тот же, тогда

$$h_2 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L = \frac{1,6^2}{716,3^2} \cdot 250 = 0,00125 \text{ м.}$$

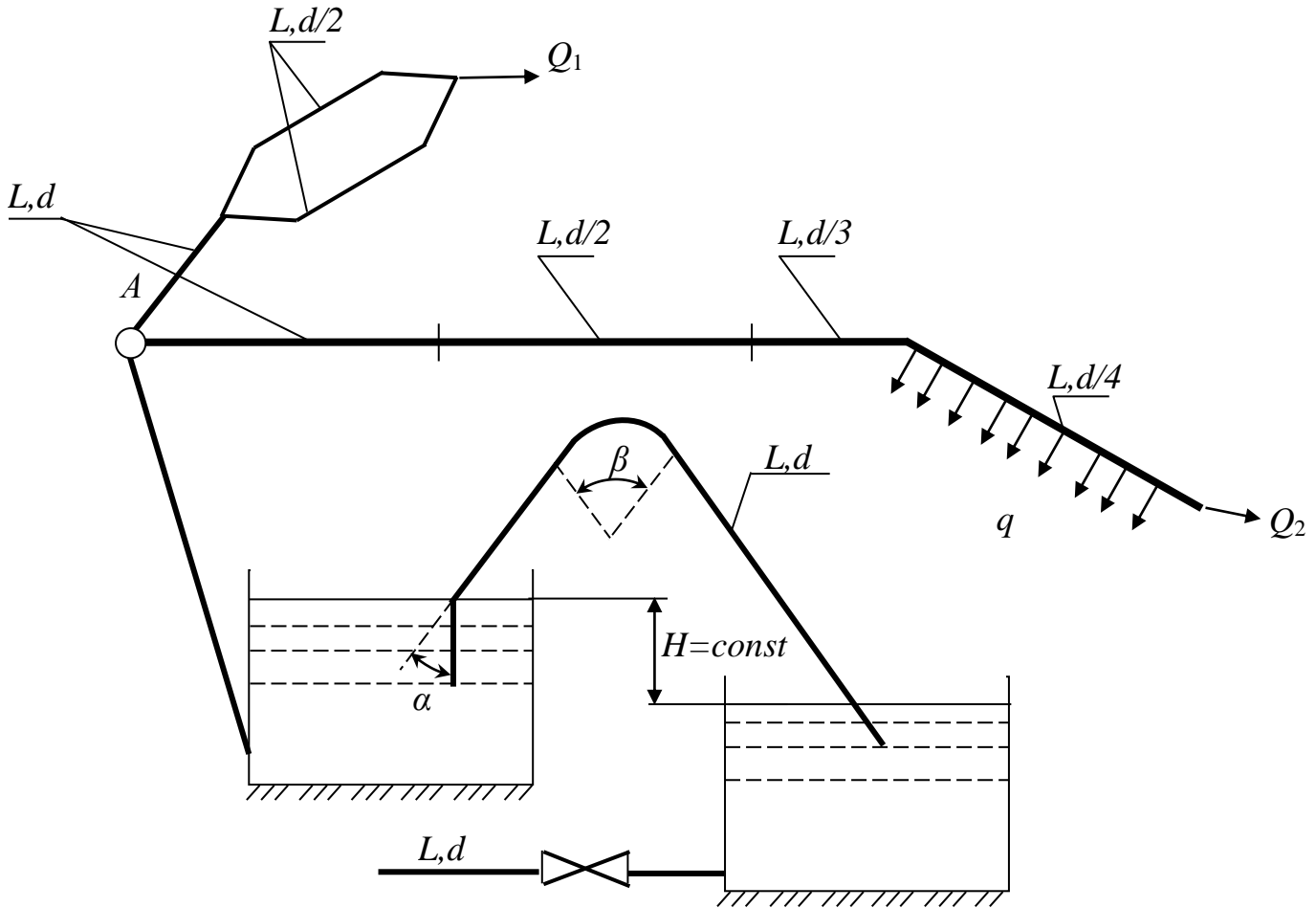
Тогда суммарные потери напора будут равны

$$H = h_1 + h_2 = 0,0403 + 0,00125 = 0,0416 \text{ м.}$$

2. Два бассейна сообщаются чугунным сифоном, имеющем обратный клапан с сеткой с углами поворотов $\alpha=45^\circ$ и $\beta=90^\circ$. Отметки уровней воды отличаются на величину $H=2,6 \text{ м}$. От нижнего бассейна отходит бетонная труба диаметром $d=0,3 \text{ м}$, длиной $L=250 \text{ м}$, с объемным расходом $Q=0,021 \text{ м}^3/\text{с}$, с задвижкой. Магистральные асбестоцементные трубопроводы имеют последовательные и параллельные участки. Объемный расход в трубопроводе с параллельными участками $Q_1=0,0025 \text{ м}^3/\text{с}$, с последовательным соединением участков $Q_2=0,0030 \text{ м}^3/\text{с}$, на конечном участке последовательного соединения происходит равномерная путевая раздача $q=0,02 \text{ л/с}$.

Определить:

1. Объемный расход в сифоне при заданном диаметре.
2. Повышение давления ΔP в трубопроводе при внезапном закрытии задвижки.
3. Распределение расхода в трубопроводах с параллельным соединением.
4. Потери напора на участках трубопровода при последовательном соединении.



Решение.

1. Определим повышение давления в трубопроводе при внезапном закрытии задвижки

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v_0,$$

где ρ – плотность жидкости, равная 1000 кг/м^3 ;

c – скорость распространения волны гидравлического удара;

$$c = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{e} \cdot \frac{E}{E_{pip}}}} = \frac{1425}{\sqrt{1 + \frac{300}{8} \cdot 0,1}} = 653,83 \text{ м/с},$$

где для воды $E=2,03 \cdot 10^6 \text{ кПа}$;

$$\frac{E}{E_{pip}} = 0,1, \text{ для бетонных труб.}$$

Для определения скорости движения воспользуемся уравнением неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2$$

$$\square p = 1000 \cdot 653,83 \cdot 0,3 = 196149 \text{ Па} = 196,149 \text{ кПа};$$

$$v_0 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,021}{3,14 \cdot 0,3^2} = 0,3 \text{ м/с.}$$

2. Определим объёмный расход в сифоне при заданном диаметре.

$$Q = S \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \zeta_{\text{сист}}}},$$

$$\text{где } S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} = 0,0707 \text{ м}^2.$$

Гидравлическое сопротивление системы складывается из местных сопротивлений при внезапном повороте сифона и сопротивления гидравлического трения по длине сифона.

$$\zeta_{\text{вх}} = 0,5; \zeta_{\text{вых}} = 1; \zeta_{\text{нов1}} = 0,35, \text{ при } \alpha = 45^\circ; \text{ - резкий поворот;}$$

$$\zeta_{\text{нов2}} = 1,3 \cdot \sin 90 = 1,3; \text{ - плавный поворот.}$$

Рассчитаем сопротивление гидравлического трения

$$h_{\text{под}} = A \cdot l \cdot Q^2.$$

Найдём значение удельного сопротивления при $d=300$ мм

$$A = 0,914.$$

Подставим в формулу $l=250$ м, зная, что расход определяется из уравнения неразрывности

$$Q = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2;$$

$$h_{\text{ном}} = A \cdot l \cdot S^2 = 2 \cdot g \cdot A \cdot l \cdot S^2 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \zeta_{\text{д}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g};$$

$$\text{откуда } \zeta_{\text{д}} = 2 \cdot g \cdot A \cdot l \cdot S^2 = 2 \cdot 9,81 \cdot 0,914 \cdot 250 \cdot 0,0707^2 = 22,41.$$

Таким образом, суммарное сопротивление

$$\zeta_{\text{сист}} = \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{нов1}} + \zeta_{\text{нов2}} + \zeta_{\text{вых}} + \zeta_{\text{дл}} = 0,5 + 0,35 + 1,3 + 1 + 22,41 = 25,56;$$

$$\text{тогда: } Q = S \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \zeta_{\text{сист}}}} = 0,0707 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 2,6}{1 + 25,56}} = 0,098 \text{ м}^3/\text{с} = 97,98 \text{ л/с.}$$

3. Определим распределение расхода в трубопроводах с параллельным соединением. Согласно условию задачи трубопроводы соединены параллельно. Определенный расход жидкости, подходя к точке разветвления, распределяется по двум ответвлениям (в частном случае диаметры ответвлений равны: $d_1=150$ мм, $d_2=150$ мм). Составим для нашего трубопровода уравнение баланса расхода в узле

$$Q_{расх} = Q_1 + Q_2; Q_1 = Q_2;$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{Q_{расх}}{2} = \frac{0,0025}{2} = 0,00125 \text{ м}^3/\text{с} .$$

4. Определим потери напора по длине последовательно соединённых участков трубопровода.

По условию задачи трубопровод состоит из последовательно соединённых труб разных диаметров, уложенных в одну линию друг за другом. При этом расход не на всех его участках постоянный, и полная потеря напора на всём протяжении трубопровода определяется как сумма потерь на четырех его участках, потери на каждом из четырех участков можно определить по формуле

$$h_4 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L.$$

На 4-м участке магистрального трубопровода $Q_m = Q_2 = 0,003 \text{ м}^3/\text{с} = 3 \text{ л/с}$.

При $d_4 = 75$ мм модуль расхода $K = 24,77 \text{ л/с}$ (табл. 5, «Задачник по гидравлике», А.В. Андриевская, Н.Н. Кременецкий, М.В. Панова., М. 1970 г.), тогда на четвёртом участке магистрального трубопровода имеется непрерывная раздача $q = 0,02 \text{ л/с}$.

Рассчитаем потери напора в трубопроводе с непрерывным путевым расходом

$$Q_{расх} = Q_m + Q_n,$$

где Q_m - транзитный расход, равный Q_1 и равный $0,003 \text{ м}^3/\text{с}$.

Q_n - путевой расход;

$$Q_n = q \cdot L;$$

$$Q_{расх} = Q_m + q \cdot L = 3,0 + 0,02 \cdot 250 = 8,0 \text{ л/с};$$

$$h_4 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L = \frac{8^2}{24,77^2} \cdot 250 = 6,52 \text{ м.}$$

На третьем участке действует объемный расход $Q_2 = 0,003 \text{ м}^3/\text{с}$, с диаметром $d_3 = 100 \text{ мм}$, тогда

$$h_3 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L = \frac{3^2}{53,61^2} \cdot 250 = 0,783 \text{ м.}$$

На втором участке действует объемный расход $Q_2 = 0,003 \text{ м}^3/\text{с}$, с диаметром $d_2 = 150 \text{ мм}$, тогда

$$h_2 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L = \frac{3^2}{58,4^2} \cdot 250 = 0,09 \text{ м.}$$

На первом участке действует объемный расход $Q_2 = 0,003 \text{ м}^3/\text{с}$, с диаметром $d_1 = 300 \text{ мм}$, тогда

$$h_1 = \frac{Q^2}{K^2} \cdot L = \frac{3^2}{999,3^2} \cdot 250 = 0,0023 \text{ м.}$$

Тогда суммарные потери напора будут равны

$$H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 6,52 + 0,783 + 0,09 + 0,0023 = 7,4 \text{ м.}$$

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Зависимость плотности ρ и кинематического коэффициента вязкости ν
некоторых жидкостей от температуры

Жидкость	ρ , кг/м ³ при $t^{\circ}\text{C}$		ν , 10 ⁻⁴ м ² /с при $t^{\circ}\text{C}$			
	20	50	20	40	60	80
Вода	998	-	0,010	0,0065	0,0047	0,003 6
Нефть легкая	884	-	0,25	0,15	-	-
Нефть тяжелая	924	-	1,4	1,2	-	-
Бензин	745	-	0,0073	0,0059	0,0049	-
Керосин Т-1	808	-	0,025	0,018	0,012	0,010
Дизтопливо	846	-	0,38	0,12	-	-
Глицерин	1245	-	9,7	8,3	0,88	0,25
Ртуть	13550	-	0,0016	0,0014	0,0010	-
Масла:						
касторовое	960	-	15	3,5	0,88	0,25
трансформаторное	884	880	0,28	0,13	0,078	0,048
АМГ-10	-	850	0,17	0,11	0,085	0,65
веретенное АУ	-	892	0,48	0,19	0,098	0,059
индустриальное 12	-	883	0,48	0,19	0,098	0,059
индустриальное 20	-	891	0,85	0,33	0,14	0,08
индустриальное 30	-	901	1,8	0,56	0,21	0,11
индустриальное 50	-	910	5,3	1,1	0,38	0,16
турбинное	-	900	0,97	0,38	0,16	0,088

Указания

• Плотность жидкости при другой температуре можно определить по формуле

$$\rho_t = \rho_0 / (1 + \alpha \cdot \Delta t),$$

где ρ_t - плотность жидкости при температуре $t = t_0 + \Delta t$; Δt - изменение температуры; t_0 - температура, при которой плотность жидкости равна ρ_0 ;

α - коэффициент температурного расширения (в среднем для минеральных масел и нефти можно принять $\alpha = 0,0007 \text{ 1/}^\circ \text{C}$, для воды, бензина, керосина

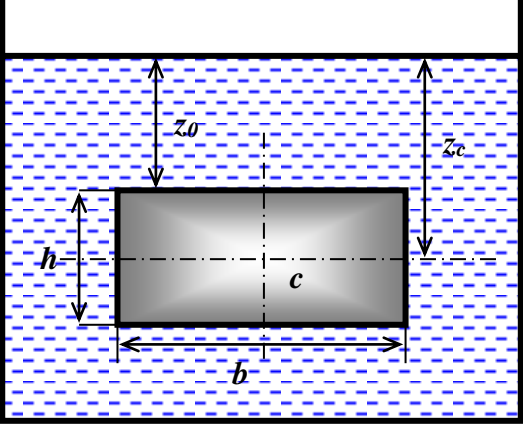
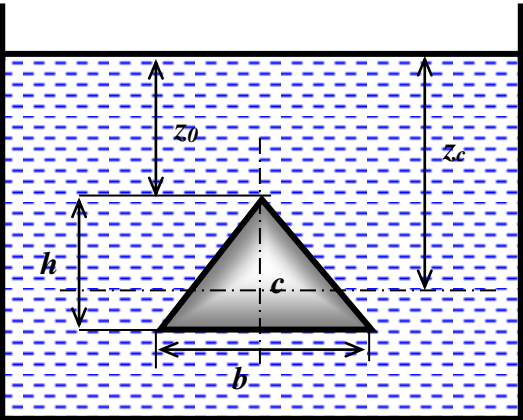
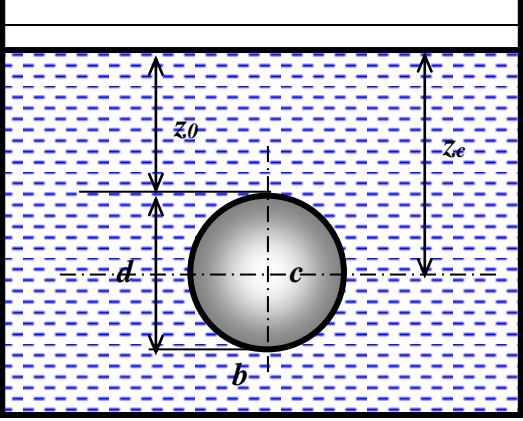
$$\alpha = 0,0003 \text{ 1/}^\circ \text{C} \text{ .}$$

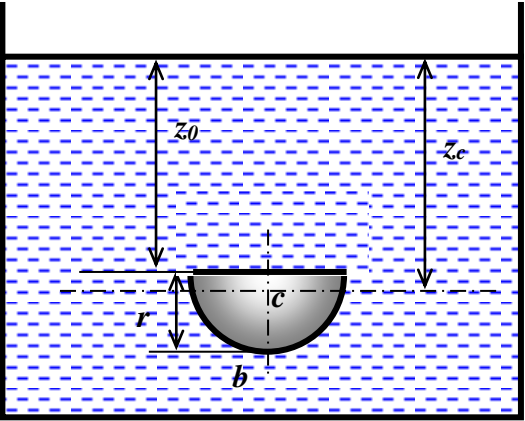
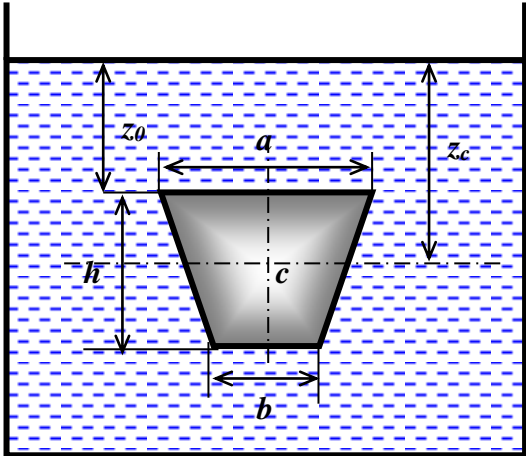
• Вязкость при любой температуре определяется по формуле

$$\nu_t = \nu_{20} \cdot e^{\beta \cdot (t - 20)}; \quad \beta = \frac{\ln \frac{\nu_{t_2}}{\nu_{t_1}}}{t_2 - t_1}.$$

Приложение 2

Моменты инерции относительно горизонтальной центральной оси,
координаты центра тяжести и площади некоторых плоских фигур

Вид фигуры, обозначения	I_c	z_c	ω
	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$z_c = z_0 + h/2$	$b \cdot h$
	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$z_c = z_0 + 2h/3$	$b \cdot h/2$
	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$z_c = z_0 + d/2$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$

 <p>A diagram showing a semi-circular submerged shape in a fluid. The fluid surface is at height z_0. The center of the semi-circle is at depth z_c. The radius is r and the width is b.</p>	$\frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{72 \cdot \pi}$	$z_c = z_0 + 4r/3\pi$	$\frac{\pi \cdot r^2}{2}$
 <p>A diagram showing a trapezoidal submerged shape in a fluid. The fluid surface is at height z_0. The top width is a, the bottom width is b, and the height is h. The center of the trapezoid is at depth z_c.</p>	$\frac{h^3(a^2 + 4a \cdot b + b^2)}{36(a + b)}$	$z_0 + \frac{h(a + 2b)}{3(a + b)}$	$h \cdot (a + b)/2$

Приложение 3

Плотность и кинематическая вязкость сухого воздуха ($p=98\text{кПа}$)

$t^{\circ}\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\nu, 10^{-6}\text{м}^2/\text{с}$	$t^{\circ}\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\nu, 10^{-6}\text{м}^2/\text{с}$
-50	1,26	9,54	70	1,02	20,45
-20	1,29	11,93	80	0,99	21,7
0	1,28	13,7	90	0,96	22,9
10	1,23	14,7	100	0,935	23,8
20	1,185	15,7	200	0,74	32,82
30	1,15	16,6	300	0,61	49,9
40	1,11	17,6	400	0,52	64,9
50	1,08	18,6	500	0,46	80,4
60	1,045	19,6	1000	0,274	185

Приложение 4

Плотность и кинематическая вязкость некоторых газов ($p=100\text{кПа}$)

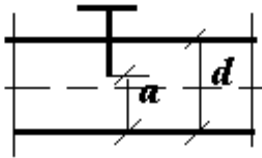
Газ	$t^{\circ}\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\nu, 10^{-6}\text{м}^2/\text{с}$
Воздух	15	1,21	14,5
Водород	15	0,085	94,5
Кислород	15	1,34	1,4
Углекислый газ	15	1,84	7,2

Значения эквивалентной шероховатости Δ_3 , мм для различных труб

Вид трубы	Состояние трубы	Δ_3 , мм
1	2	3
Тянутая из стекла и цветных металлов	новая, технически гладкая	0,001÷0,01
Бесшовная стальная	новая	0,02÷0,05
Стальная сварная	новая	0,03÷0,1
Стальная сварная	с незначительной коррозией	0,1÷0,2
Стальная сварная	умеренно заржавленная	0,3÷0,7
Стальная сварная	сильно заржавленная	0,8÷1,5
Стальная сварная	с большими отложениями	2,0÷4,0
Стальная оцинкованная	новая	0,1÷0,2
Стальная оцинкованная	после неск. лет эксплуатации	0,4÷0,7
Чугунная	новая	0,2÷0,5
	бывшая в употреблении	0,5÷1,5

Приложение 6

Значения усредненных коэффициентов местных сопротивлений ξ
(квадратичная зона)

Сопротивление	Конструктивные параметры	ξ
Вход в трубу	с острыми кромками выступающий внутрь резервуара	0,5
		1,0
1	2	3
Выход из трубы		1,0
Угольник с углом поворота	45°	0,44
	90°	1,32
Колено плавное	90°	0,23
Шаровой клапан		45,0
Вентиль обычный		4,0
Приемная коробка трубы с клапаном и сеткой при $d_{тр}$, мм	40	12
	70	8,5
	100	7,0
	150	6,0
	200	5,2
	300	3,7
Задвижка при $n_{задв}=a/d$ 	1	0,15
	0,75	0,2
	0,5	2,0
	0,4	4,6
	0,3	10,0
	0,2	35,0
	Кран пробковый	
Фильтры для нефтепродуктов	светлый	1,7
	темный	2,2
Диафрагма с острыми кромками при $n=\omega_{отв}/\omega_{тр}$	0,4	7
	0,5	4
	0,6	2
	0,7	0,97

Приложение 7

Поправочная функция φ для $\xi_{\text{кв}}$ в формуле $\xi = \varphi \cdot \xi_{\text{кв}}$ при ламинарном и переходном режимах движения

Re	200	600	1000	1400	1800	2200	2600	2800
φ	4,2	3,51	3,32	3,01	2,9	2,48	2,12	1,98

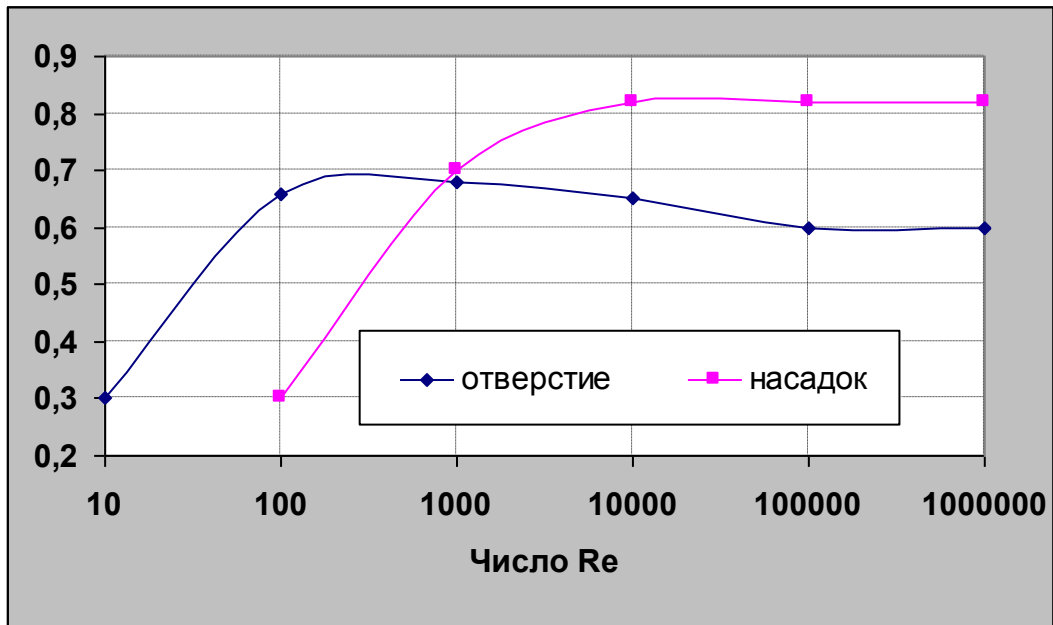
Приложение 8

Зависимость давления насыщенных паров $p_{\text{н.п.}}$ (Па) некоторых жидкостей от температуры

Жидкость	Температура, t, °С								
	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Вода	633	1225	2332	4214	7350	12348	19694	32164	47334
Легкая нефть	3430	-	7640	-	13720	-	37240	-	85280
Бензин	5488	7936	10682	16562	22536	31946	-	-	-
Глинистый раствор	-	1762	3136	5390	8320	13720	-	-	-
Керосин Т1	-	-	3500	-	5800	-	7500	-	12000

Зависимость коэффициента расхода от числа Re

(для малого отверстия и внешнего цилиндрического насадка)



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидравлика и аэродинамика/ А.Д. Альшуль, П.Г. Киселев. – М.: Стройиздат, 1975 – 323 с.
2. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Т. М. Башта, С. С. Руднев, Б. Б. Некрасов [и др.] – М.: Машиностроение, 1982. –422 с.
3. Гидравлика, гидрология и гидрометрия: В 2-х частях. Ч. 1. Общие законы/ Н.М.. Константинов, Н.А. Петров, Л.И. Высоцкий – М.: Высшая школа, 1987. – 304 с.
4. Калицун В.И. Гидравлика, водоснабжение и канализация: учеб. пособие для вузов /В.И.Калицун, В.С.Кедров, Ю.М.Ласков.- 4-е изд., пер. и доп.- М.: ОАО «Стройиздат», 2004.-с.
5. Примеры гидравлических расчетов / Под ред. Н. М. Константинова. – М.: Транспорт, 1987. – 498 с.
6. Гидравлика/ Угинчус А. А., Чугаева Е. А. – Л.: Стройиздат, 1971. – 350 с.
7. Чугаев Р. Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 672 с.
8. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов /Д.В.Штеренлихт.- 3-е изд., пер. и доп.- М.: Колос, 2004.-с.
9. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов: В 2-х кн..- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Энергоатомиздат, 1991.—с.
10. Юшкин В. В. Гидравлика и гидравлические машины. – Минск: Высшая школа, 1974. – 270 с.
11. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Под общей ред. Б. Б. Некрасова. – Минск: Высшая школа, 1985. –365 с.
12. . Справочник по гидравлике /Под ред. В.А.Большакова.- 2-е изд., перераб. и доп.- Киев: Вища школа, 1984.-343с.
13. Справочник по гидравлическим расчетам /Под ред. П.Г. Киселева.- М.: Энергия, 1972.-с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ.....	6
1.1 Плотность.....	6
1.2 Удельный вес.....	6
1.3 Коэффициент объемного сжатия	7
1.4 Коэффициент температурного расширения.....	7
1.5 Вязкость.....	7
1.6 Примеры решения задач.....	9
2 ГИДРОСТАТИКА	12
2.1 Основное уравнение гидростатики	12
2.2 Свойства гидростатического давления	13
2.3 Сила давления на плоские поверхности.....	14
2.4 Сила давления на криволинейную поверхность, погружённую в жидкость.....	17
2.5 Примеры решения задач.....	20
3 ГИДРОДИНАМИКА	52
3.1 Методика решения задач.....	52
3.2 Механическая энергия	52
3.3 Закон сохранения энергии для идеальной жидкости.....	56
3.4 Закон сохранения энергии для реальной жидкости	57
3.5 Закон сохранения массы.....	60
3.6 Гидравлические сопротивления	62
3.7 Режимы движения жидкости	70
3.8 Турбулентное движение жидкости.....	73
3.9 Примеры решения задач.....	77
4. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ.....	88
4.1 Классификация отверстий и их практическое применение	88
4.2 Истечение жидкости через отверстия в тонкой стенке при постоянном уровне.....	89

4.3 Истечение жидкости через отверстия в тонкой стенке при переменном уровне	94
4.4 Виды насадков и их применение. Истечение жидкости через насадки	97
4.5 Значение коэффициентов ε , φ и μ для насадок	101
4.6 Примеры решения задач	101
5 ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ В ТРУБОПРОВОДАХ.....	115
5.1 Классификация трубопроводов.....	115
5.2 Простой трубопровод	116
5.3 Сложные трубопроводы	118
5.4 Неустановившееся движение жидкости в трубопроводе	125
5.5 Примеры решения задач	132
ПРИЛОЖЕНИЯ	141
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	150

Молчанова Татьяна Геннадьевна

ГИДРАВЛИКА

Практикум

Лицензия ЛР 020427 от 25.04.1997 г.

Подписано к печати 24.03.2014 г. Формат 60×90/16.

Уч.-изд.л. – 7,0. Усл.-п.л. – 9,8.

Тираж 100 экз. Заказ 76.

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии издательства ДальГАУ
675005, г. Благовещенск, ул. Политехническая, 86

