

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

А.С. Мельников, Т.Н. Мармус

ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКИ  
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Учебное пособие

*Рекомендовано*

*Дальневосточным региональным учебно-методическим центром  
(ДВ РУМЦ) в качестве учебного пособия  
для студентов направлений подготовки бакалавров  
110800.62 «Агроинженерия»,  
140400.62 «Электроэнергетика и электротехника»,  
специальности 110302.65 «Электрификация и автоматизация  
сельского хозяйства» вузов региона.  
(Протокол № 3 от 15.04.2013г.)*

Благовещенск  
Издательство ДальГАУ  
2013

УДК 621.3. 011.7 (075.8)  
ББК 31.2.7

Мельников А. С., Мармус Т. Н. Четырёхполюсники в электрических цепях: Учебное пособие / А. С. Мельников, Т. Н. Мармус. – Благовещенск: ДальГАУ, – 2013. – 107с.

В учебном пособии в краткой форме изложены вопросы основ теории и выработки навыков практических расчётов четырёхполюсников, фильтров и цепей с распределёнными параметрами. Изложение теоретических вопросов в пособии сопровождается поясняющими материалами с развёрнутыми численными решениями, а также большим количеством графического материала, который обеспечивает хорошую наглядность и способствует прочному усвоению учебного материала. Для объективной оценки самостоятельной работы студента в пособии представлены тестовые задания по контролю усвоения пройденного учебного материала. Учебное пособие разработано на основе государственных стандартов ВПО в соответствии с новой программой дисциплины ТОЭ. Цель пособия – помочь студентам очной и заочной форм обучения освоить основы электротехнического образования в области теории и практических расчётов электрических цепей, в частности четырёхполюсников и цепей с распределёнными параметрами.

Рецензенты:

*С.В. Ланкин*, доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой общей физики БГПУ;  
*А.Н. Панасюк*, кандидат технических наук, доцент,  
директор ГНУ ДальНИИМЭСХРоссельхозакадемии.

Редактор А.И. Каземова

ISBN 978-5-9642-0200-4

© Мельников А.С., Мармус Т.Н., 2013  
© Издательство ДальГАУ, 2013

## **ВВЕДЕНИЕ**

Теоретические основы электротехники (ТОЭ) являются важнейшей общетехнической дисциплиной в системе инженерного электротехнического образования, на базе которой осуществляется освоение специальных электротехнических дисциплин, связанных с электроснабжением, эксплуатацией и ремонтом электрооборудования, автоматизацией технологических процессов и т.д.

Предлагаемое учебное пособие разработано на основе государственных стандартов ВПО.

Основная цель пособия – помочь студентам очной и заочной форм обучения освоить основы электротехнического образования в области теории и выработки навыков практических расчётов электрических цепей, в частности четырёхполюсников и цепей с распределёнными параметрами. Формирование у студента в процессе самостоятельной работы умений и навыков расчёта параметров электрических цепей, дать основные сведения будущим инженерам-электрикам о методах разнообразных электротехнических процессов, протекающих в электротехнических установках.

Изложение теоретических вопросов в пособии сопровождается поясняющими примерами с развёрнутыми численными решениями, а также большим количеством графического материала, который обеспечивает хорошую наглядность учебного материала и способствует его прочному усвоению, что является залогом практических и творческих успехов инженера по выбранным электротехническим специальностям. Для объективной оценки самостоятельной работы студента в учебном пособии представлены тестовые задания по контролю усвоения пройденного материала. Тестовые задания просты по содержанию, и для ответа на многие из них не требуется сложных вычислений. Необходимо просто ориентироваться в основных положениях изучаемых глав пособия. После изучения четы-

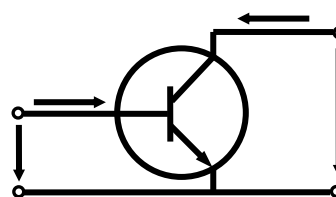
рехполюсников и фильтров студенту следует проверить качество учебного материала путем самотестирования.

Учебное пособие написано в соответствии с новой программой дисциплины ТОЭ для специальности 110302.65 – электрификация и автоматизации сельского хозяйства для направлений: 110800.62 – агроинженерия; 140400.62 – электроэнергетика и электротехника.

Приобретённые знания по дисциплине ТОЭ будут расширяться и углубляться при подготовке специалистов по профилю «Электрооборудование и электротехнологии», «Электрооборудование и электрохозяйство предприятий, организаций и учреждений» (бакалавр техники и технологии).

## ГЛАВА 1

## ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ



Четырехполусником называют часть электрической цепи, содержащих две пары зажимов, которые могут быть входными или выходными. Четырехполусник, имеющий в своих ветвях источники электрической энергии, называется активным, а четырехполусник, не имеющий в своих ветвях источников энергии - пассивным. Примерами пассивных четырехполусников являются передаточные устройства - трансформаторы, линии электропередач.

Режим работы четырехполусника относительно двух ветвей вполне определен, если известны напряжения и токи на входе и выходе. Зажимы, к которым присоединяется ветвь с источником, будем называть входными, а зажимы, к которым присоединяется приемник – выходными.

### 1.1 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Пусть к входным зажимам четырехполусника  $1-1'$  присоединен источник энергии с э.д.с.  $\dot{E}_1$  (Рис.1.1), а к выходным зажимам  $2-2'$  - приемник с комплексным сопротивлением  $\underline{Z}_f$ . Установим связи между токами и напряжениями четырехполусника. Согласно теореме компенсации токи в электрической цепи не изменяются, если любое сопротивление заменить на э.д.с., численно равную напряжению на этом сопротивлении и направленную навстречу току в ветви.

$$i'_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1; \quad i'_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1; \quad (1.1)$$

где  $\underline{Y}_{11}$  - входная проводимость цепи со стороны зажимов 1–1' при закороченных выходных 2–2';  $\underline{Y}_{21}$  - взаимная проводимость (передаточная) при  $U_2 = 0$ .

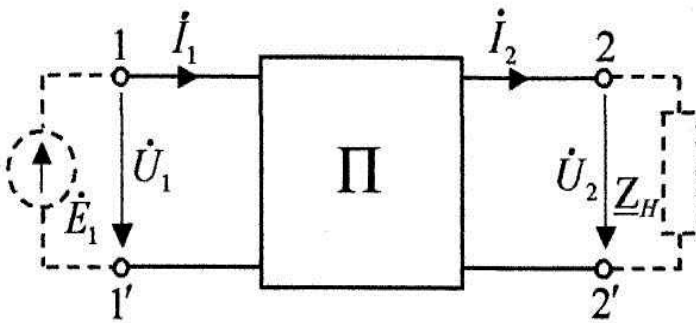


Рис. 1.1

Если сопротивление  $\underline{Z}_H$  заменим э.д.с.,  $\dot{E}_2 = \dot{U}_2$ , направленную против тока  $i_2$ , тогда на основании принципа наложения тока четырехполюсника можно определить с помощью схем рисунка 1.2,а и рисунка 1.2,б.

В схеме рисунка 1.2,а (прямая передача).

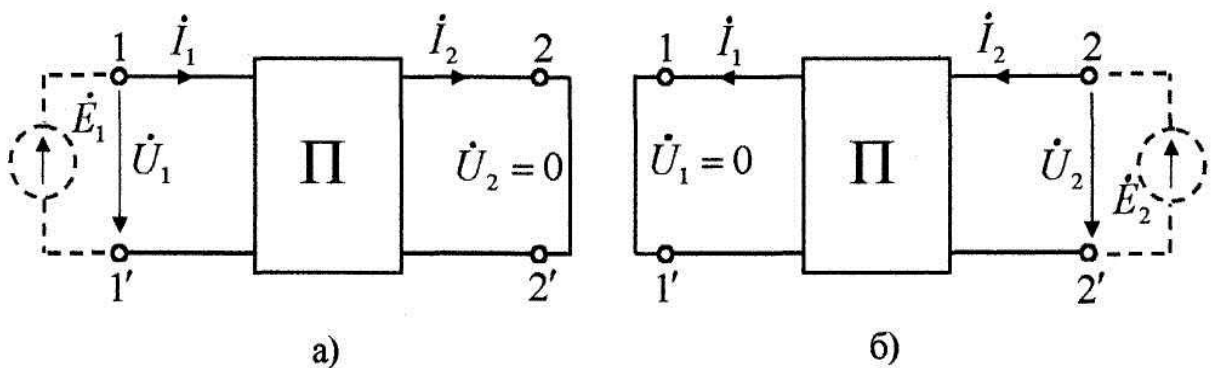


Рис. 1.2

В схеме рисунка 1.2,б (обратная передача)

$$i''_1 = \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2; \quad i''_2 = \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2; \quad (1.2)$$

где  $\underline{Y}_{12}$  - взаимная проводимость при закороченных зажимах 1–1';  $\underline{Y}_{22}$  - входная проводимость со стороны зажимов 2–2' при ( $\dot{U}_1 = 0$ )

Для пассивных четырехполюсников  $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$ .

Согласно принципу наложения

$$i_1 = i'_1 - i''_1; \quad i_2 = i'_2 - i''_2,$$

тогда с учетом уравнений 1.1 и 1.2 имеем

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1 - \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= \underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 - \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Уравнения (1.3) называют уравнениями четырехполюсника в форме  $\underline{Y}$ , которые через входные и взаимные проводимости связывают токи на входе и выходе с соответствующими напряжениями.

В матричной форме уравнения типа  $\underline{Y}$  запишутся

$$\begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix} = \underline{Y} \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix}, \quad (1.4)$$

где  $\begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}$  и  $\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix}$  – матрицы-столбцы токов и напряжений;

$\underline{Y} = \begin{Bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{Bmatrix}$  – квадратная матрица коэффициентов.

Выведем уравнения четырехполюсника в форме «А».

Из второго уравнения (1.3)

$$\dot{U}_1 = \frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} \cdot \dot{U}_2 = \frac{1}{\underline{Y}_{21}} \cdot \dot{I}_2 \quad (1.5)$$

Подставим уравнение (1.5) в первое из (1.3), получим

$$\dot{I}_1 = \frac{\underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12}^2}{\underline{Y}_{12}} \cdot \dot{U}_2 + \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{12}} \cdot \dot{I}_2 \quad (1.6)$$

В общем виде уравнения (1.5) и (1.6) можно записать так

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2 - \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2 - \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

где  $\underline{A}_{11} = \frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}}$ ;  $\underline{A}_{12} = \frac{1}{\underline{Y}_{21}}$ ;  $\underline{A}_{21} = \frac{\underline{Y}_{11} \underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12}^2}{\underline{Y}_{12}}$ ;  $\underline{A}_{22} = \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{12}}$ .

Комплексные параметры  $\underline{A}_{11}$ ;  $\underline{A}_{12}$ ;  $\underline{A}_{21}$ ;  $\underline{A}_{22}$  называют коэффициентами четырехполюсника. Уравнения (1.7) называют уравнениями четырехполюсника в форме «А», которые позволяют рассчитать режимы работы четырехполюсника.

В матричной форме уравнения типа «А» будет

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}, \quad (1.8) \quad ($$

где  $\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix}$  и  $\begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}$  – матрицы - столбцы входных напряжений, токов и выходных напряжений, токов.

$$A = \begin{Bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{Bmatrix} - \text{квадратная матрица коэффициентов.}$$

Коэффициенты четырехполюсника связаны между собой соотношением

$$\underline{A}_{11} \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \underline{A}_{21} = 1. \quad (1.9)$$

При питании четырехполюсника со стороны выходных зажимов (обратная передача, рисунок 1.2,б) в уравнениях (1.7) токи примут вид

$$\begin{aligned} \dot{I}'_1 &= -\dot{I}_1, \quad \dot{I}'_2 = -\dot{I}_2, \\ \dot{U}_1 &= \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2 - \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}'_2; \quad -\dot{I}'_1 = \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2 - \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}'_2. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Считая известными  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}'_1$  и решив систему уравнений (1.10) относительно  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}'_2$  получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= \underline{A}_{22} \cdot \dot{U}_1 - \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 &= \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_1 - \underline{A}_{11} \cdot \dot{I}'_1 \end{aligned} \right\}. \quad (1.11)$$

Если  $\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{11}$ , то  $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$  и четырехполюсник называют симметричным. В таком четырехполюснике при перемене местами источника и приемника токи источника и токи приемника остаются без изменений.

## 1.2 РЕЖИМЫ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Наибольший интерес представляет нагрузочный режим четырехполюсника. Однако первоначально рассмотрим режимы холостого хода и короткого замыкания, которые используются при экспериментальном способе определения коэффициентов уравнений пассивного четырехполюсника. В режиме холостого хода ( $\underline{Z}_f = \infty$ ) и режиме короткого замыкания ( $\underline{Z}_f = 0$ ) измеряются соответствующие значения напряжений  $U_{1XX}$  и  $U_{1\hat{E}\zeta}$ , токов  $I_{1XX}$  и  $I_{1\hat{E}\zeta}$  и активных мощностей  $P_{1\hat{E}\zeta}$  и  $P_{1\hat{E}\zeta}$  со стороны входных зажимов четырехполюсника (Рис.1.3,а,б).

На основании экспериментальных данных рассчитываются величины входных сопротивлений четырехполюсников для обоих режимов по формулам

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{1XX} &= \underline{Z}_{1XX} e^{j\varphi_{1XX}} = \frac{U_{1XX}}{I_{1XX}} e^{j\varphi_{1XX}}; \varphi_{1XX} = \arccos \frac{P_{1XX}}{U_{1XX} I_{1XX}}; \\ \underline{Z}_{1\hat{E}\zeta} &= \underline{Z}_{1\hat{E}\zeta} e^{j\varphi_{1\hat{E}\zeta}} = \frac{U_{1\hat{E}\zeta}}{I_{1\hat{E}\zeta}} e^{j\varphi_{1\hat{E}\zeta}}; \varphi_{1\hat{E}\zeta} = \arccos \frac{P_{1\hat{E}\zeta}}{U_{1\hat{E}\zeta} I_{1\hat{E}\zeta}}. \end{aligned} \right\} (1.12)$$

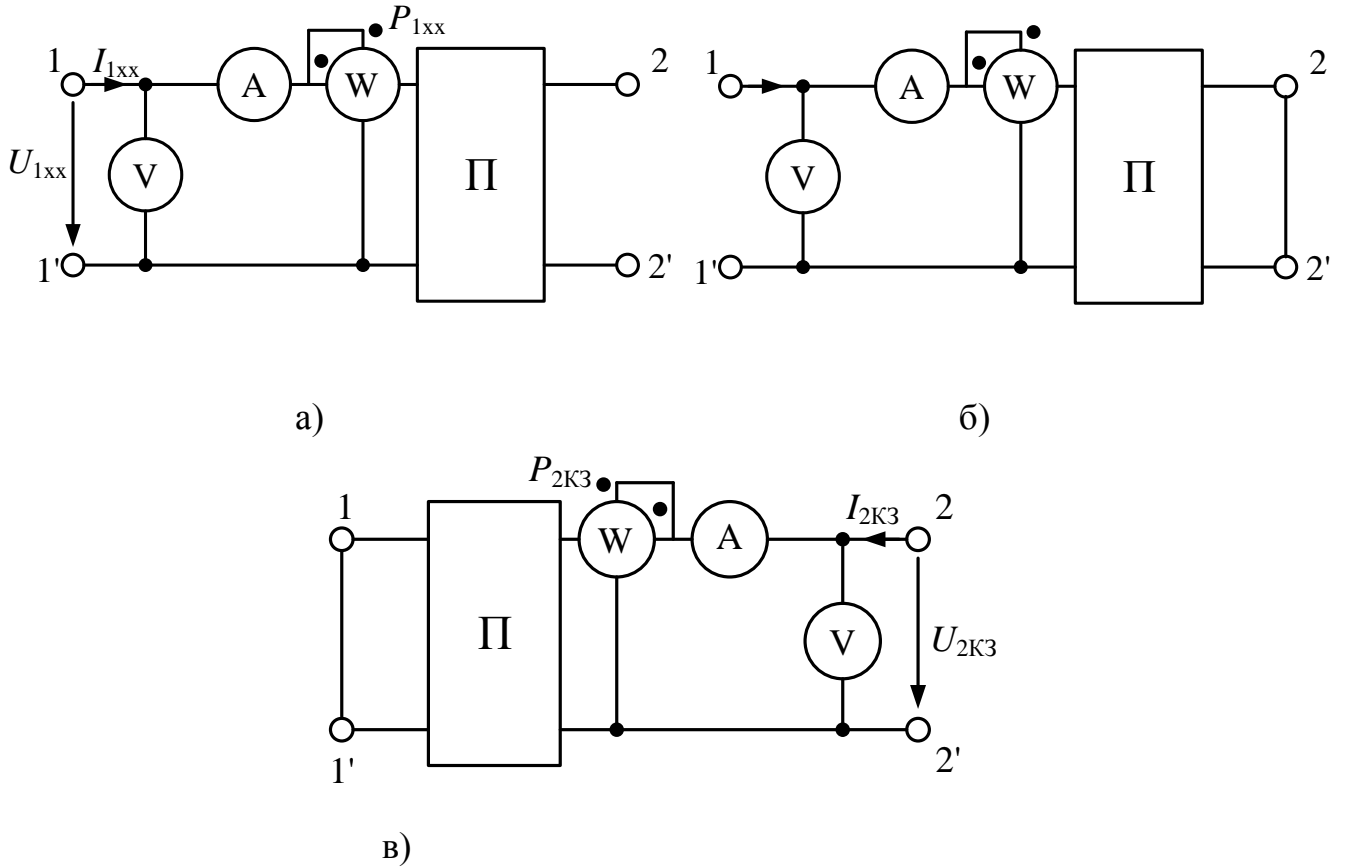


Рис. 1.3

Затем измеряются значения напряжения  $U_{2K3}$  и тока  $I_{2K3}$  и активной мощности  $P_{2K3}$  при питании четырехполюсника со стороны вторичных зажимов и замкнутых первичных зажимов (Рис.1.3,в) и по ним рассчитываются значения входного сопротивления

$$\underline{Z}_{2\hat{E}\zeta} = Z_{2\hat{E}\zeta} e^{j\varphi_{2\hat{E}\zeta}} = \frac{U_{2\hat{E}\zeta}}{I_{2\hat{E}\zeta}} e^{j\varphi_{2\hat{E}\zeta}}; \varphi_{2\hat{E}\zeta} = \arccos \frac{P_{2\hat{E}\zeta}}{U_{2\hat{E}\zeta} I_{2\hat{E}\zeta}}.$$

Значения коэффициентов четырехполюсника вычисляются по формулам

$$\underline{A}_{11} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1XX} \underline{Z}_{1K3}}{(\underline{Z}_{1XX} - \underline{Z}_{1K3}) \underline{Z}_{2K3}}}; \underline{A}_{12} = \underline{A}_{11} \underline{Z}_{2K3}; \underline{A}_{21} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{Z}_{1XX}}; \underline{A}_{22} = \underline{A}_{11} \frac{\underline{Z}_{2K3}}{\underline{Z}_{1K3}} \quad (1.13)$$

Если при холостом ходе ( $I_2 = 0$ ) напряжение  $U_2$  на выходных зажимах подобрать равным напряжению при нагрузке, то напряжение и ток на входных зажимах

$$\dot{U}_{1XX} = \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2; \quad \dot{I}_{1XX} = \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2.$$

Если при коротком замыкании на входных зажимах ( $U_2 = 0$ ) подобрать ток равный току при нагрузке, то напряжение и ток на входных зажимах

$$\dot{U}_{1\hat{E}\zeta} = \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}_2; \quad \dot{I}_{1\hat{E}\zeta} = \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}_2.$$

Складывая соответственно напряжения и токи в режимах холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника, получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2 - \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}_2 = \dot{U}_{1XX} + \dot{U}_{1K3} \\ \dot{I}_1 &= \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2 - \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}_2 = \dot{I}_{1XX} + \dot{I}_{1K3} \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

### 1.3 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

#### В $h$ – ПАРАМЕТРАХ

При анализе схем электроники наибольшее применение нашла система линейных уравнений четырехполюсника, в которой в качестве независимых переменных выбраны ток  $\dot{I}_1$  и напряжение  $\dot{U}_2$ , при этом система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{h}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{h}_{12} \cdot \dot{U}_2, \\ \dot{I}_2 &= \underline{h}_{21} \cdot \dot{I}_1 - \underline{h}_{22} \cdot \dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

В соответствии с принятыми обозначениями постоянных коэффициентов уравнения (1.14) называют уравнениями четырехполюсника в  $h$ -параметрах.

В четырехполюснике (Рис.1.4) условно изображен транзистор с общим эмиттером.

Эти уравнения выражают собой известный принцип наложения. Таким образом, напряжение  $\dot{U}_1$  и ток  $\dot{I}_1$  на входе при любом режиме работы приёмника, то есть при любых заданных напряжении  $\dot{U}_2$  и токе  $\dot{I}_2$ , могут быть определены путём «наложения» соответствующих режимов холостого хода и короткого замыкания.

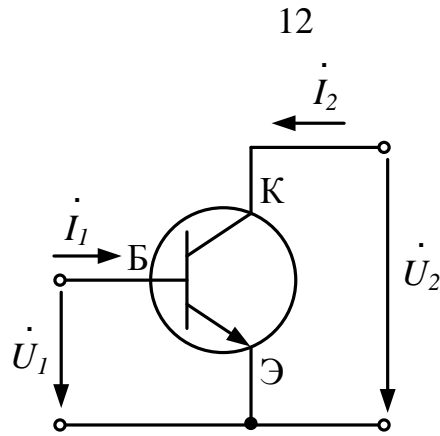


Рис. 1.4

В матричной форме уравнения записываются в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Комплексные коэффициенты  $h_{11}$ ,  $h_{12}$ ,  $h_{21}$ ,  $h_{22}$  могут быть определены расчётным или экспериментальным путём в режиме холостого хода на входе четырёхполюсника ( $\dot{I}_1 = 0$ ) и в режиме короткого замыкания на выходе ( $\dot{U}_2 = 0$ ).

$$\underline{h}_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{U_2 = 0} \quad \text{— входное сопротивление при закороченных выходных зажимах;}$$

$$\underline{h}_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{I_1 = 0} \quad \text{— величина, обратная коэффициенту передачи напряжения при разомкнутых входных зажимах, называемая коэффициентом обратной связи по напряжению;}$$

$$\underline{h}_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{U_2 = 0} \quad \text{— коэффициент передачи тока при закороченных выходных зажимах;}$$

$$\underline{h}_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{I_1 = 0} \quad \text{— выходная проводимость при разомкнутых входных зажимах;}$$

На рисунке 1.5 представлена схема замещения биполярного транзистора с общим эмиттером, составленная на основе уравнений, записанных в h-параметрах.

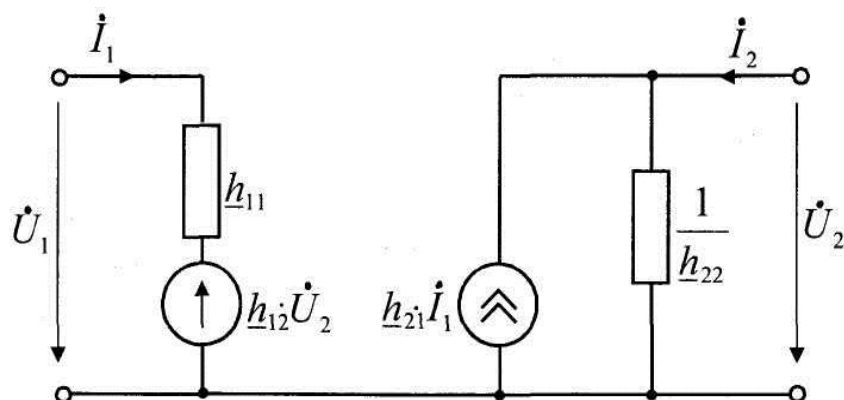


Рис.1.5.

В схеме замещения транзистора со стороны входных зажимов последовательно включены комплексное сопротивление, равное  $\underline{h}_{11}$ , и зависимый источник напряжения  $\underline{h}_{12} \cdot \dot{U}_2$ , управляемый напряжением  $\dot{U}_2$ . Со стороны выходных зажимов параллельно включены комплексное сопротивление, равное  $\frac{1}{\underline{h}_{22}}$ , и зависимый источник тока  $\underline{h}_{21} \cdot \dot{I}_1$ , управляемый током  $\dot{I}_1$ .

Параметры, соответствующие схеме с общим эмиттером, обозначают буквой «э», а схеме с общей базой - буквой «б».

Можно показать, что

$$\underline{h}_{11\bar{Y}} = V_a + (1 + \beta)r_{\bar{Y}}; \underline{h}_{12} = \frac{r_{\bar{Y}}}{(2r'_E)}; \underline{h}_{21} = \beta; \underline{h}_{22} = \frac{1}{r'_E}. \quad (1.16)$$

#### 1.4 ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Так как пассивный обратный четырехполюсник характеризуется только тремя неизвестными параметрами из четырех, а четвертая связь между параметрами может быть задана уравнением связи  $\underline{A}_{11}\underline{A}_{22} - \underline{A}_{12}\underline{A}_{21} = 1$ , то простейшая эквивалентная схема пассивного четырехполюсника должна содержать три элемента, представленной в виде трехлучевой звезды (Т-образная схема) или эквивалентным ей треугольником (Π-образная схема).

Выведем для Т-образной схемы замещения (Рис.1.6) уравнения, связывающие ее параметры с коэффициентами «А» формы записи.

Для контура 122'1'1 по второму закону Кирхгофа имеем

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \cdot \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (1.17)$$

Для узла «а» по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_0} + \dot{I}_2 = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \dot{I}_2 + \dot{U}_2}{\underline{Z}_0} + \dot{I}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_0} \cdot \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0}\right) \cdot \dot{I}_2 \quad (1.18)$$

Подставляя уравнения (1.17) в (1.16), получим

$$\dot{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0}\right) \dot{U}_2 + \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0}\right) \cdot \dot{I}_2 \quad (1.19)$$

Сопоставляя уравнения (1.18) и (1.19) с системой уравнений (1.7) получим:

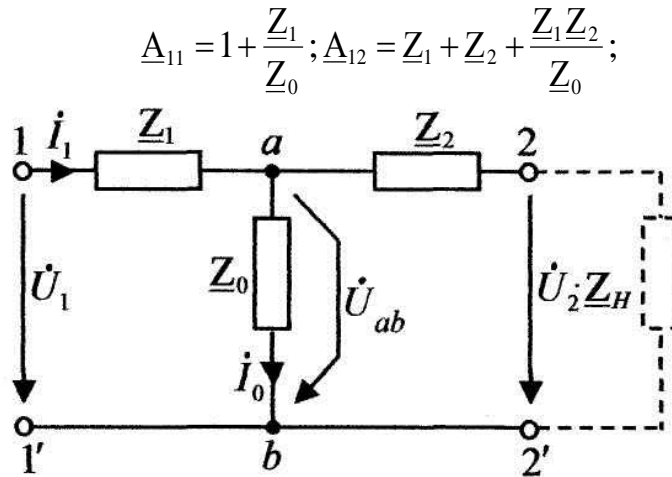


Рис.1.6

$$\underline{A}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_0}; \quad \underline{A}_{22} = 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0}.$$

Если известны коэффициенты  $\underline{A}_{11} \dots \underline{A}_{22}$ , например, определены экспериментально, то можно найти значения полных сопротивлений схемы

$$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{A}_{21}};$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_0 (\underline{A}_{11} - 1) = \frac{\underline{A}_{11} - 1}{\underline{A}_{21}};$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_0 (\underline{A}_{22} - 1) = \frac{\underline{A}_{22} - 1}{\underline{A}_{21}}.$$

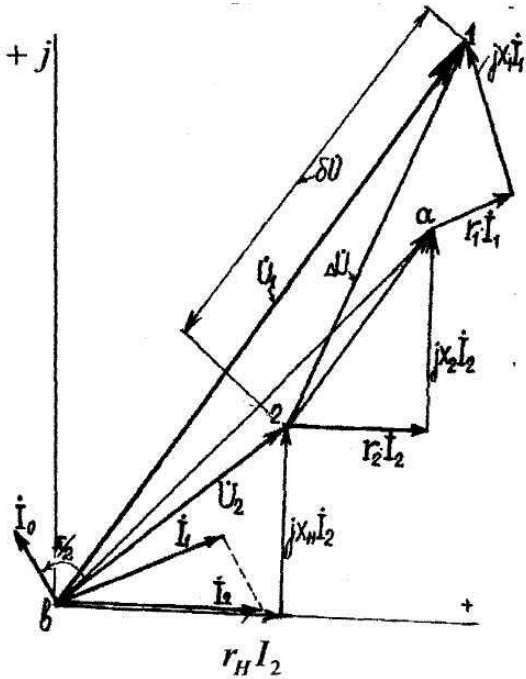


Рис.1.7

Для симметричного четырехполюсника  $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$  и, следовательно,  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$ . На рисунке 1.7 для Т-образной схемы построена топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов при активно-индуктивной нагрузке четырехполюсника ( $\underline{Z}_H = r_H + jX_H$ ).

Предполагается, что комплексные сопротивления  $\underline{Z}_1$  и  $\underline{Z}_2$  также имеют активно-индуктивный характер. Вектор  $\Delta \dot{U} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$  представляет собой падение напряжения на четырехполюснике.

Разность модулей векторов  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ , то есть разность действующих значений этих напряжений

$$\delta U = |U_1| - |U_2| = U_1 - U_2$$

называют потерей напряжения.

Определим выражение коэффициентов П-образной схемы. Если в схеме рисунка 1.8,а звезду сопротивлений  $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_0$  заменить эквивалентным треугольником сопротивлений  $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$ , то после такой замены получим П-образную схему замещения пассивного четырехполюсника (Рис.1.8,б).

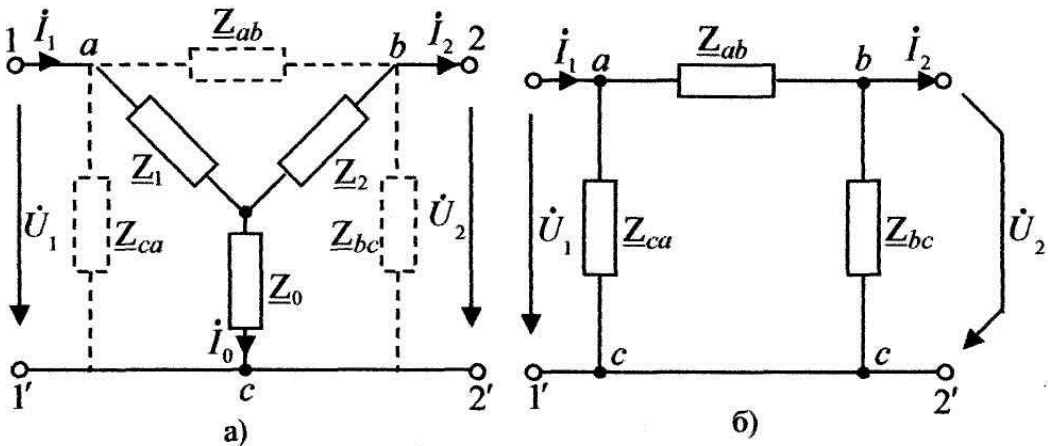


Рис. 1.8

Выразим входные величины этой схемы

$$\dot{U}_1 = \left( i_2 + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{bc}} \right) \cdot \underline{Z}_{ab} + \dot{U}_2, \quad (1.20)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{bc}} \right) + \underline{Z}_{ab} \cdot i_2;$$

или

$$i_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{ca}} + i_2 + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{\dot{U}_2 \cdot (1 + \underline{Z}_{ab}/\underline{Z}_{bc})}{\underline{Z}_{ca}} + i_2 \cdot \frac{\underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ca}} + i_2 + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{bc}}$$

или

$$i_1 = \dot{U}_2 \cdot \frac{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{bc} \cdot \underline{Z}_{ca}} + i_2 \cdot \left( 1 + \frac{\underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ca}} \right). \quad (1.21)$$

Сопоставляя полученные уравнения напряжения (1.20) и тока (1.21) с основными уравнениями четырехполюсника найдем выражения коэффициентов для П-образной схемы замещения пассивного четырехполюсника

$$\left. \begin{aligned} \underline{A}_{11} &= 1 + \frac{\underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{bc}}; & \underline{A}_{12} &= \underline{Z}_{ab}; \\ \underline{A}_{21} &= \frac{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{bc} \underline{Z}_{ca}}; & \underline{A}_{22} &= 1 + \frac{\underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ca}} \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

## 1.5 ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Наряду с рассмотренными выше параметрами широко используются так называемые характеристические параметры четырёхполюсника. Ими являются характеристические сопротивления  $\underline{Z}_{1c}$ ,  $\underline{Z}_{2c}$  и постоянная передачи  $g$ .

Под характеристическим сопротивлением  $\underline{Z}_{1c}$  подразумевается такое сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_H$ , при котором входное сопротивление четырёхполюсника равно  $\underline{Z}_K$ , если он нагружен сопротивлением  $\underline{Z}_{2c}$ ; выходное сопротивление четырёхполюсника равно  $\underline{Z}_{2c}$ , если он нагружен сопротивлением  $\underline{Z}_{1c}$  (рис. 1.9).

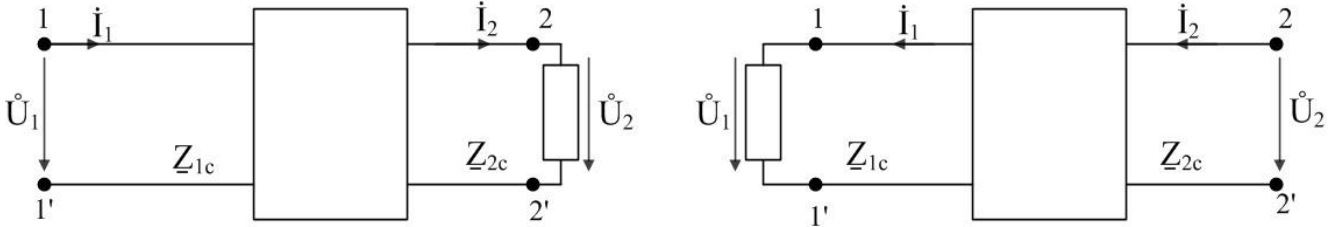


Рис. 1.9

Подробный анализ показывает, что связь источника с нагрузкой является наиболее выгодной, если комплексное сопротивление нагрузки  $Z_{2H} = Z_{2c}$ . Этот режим работы называют режимом согласованной нагрузки. При таком режиме работы

$$\frac{\dot{U}_1}{i_1} = \underline{Z}_{1c}; \quad \frac{\dot{U}_2}{i_2} = \underline{Z}_{2c}. \quad (1.23)$$

Характеристические сопротивления определенным образом связаны с  $A$  – параметрами. Положив  $\underline{Z}_{1вх} = \underline{Z}_{1c}$  и  $\underline{Z}_{2вх} = \underline{Z}_{2c}$ , будем иметь

$$\underline{Z}_{1c} = \frac{\dot{U}_1}{i_1} = \frac{A\dot{U}_2 + B\dot{i}_2}{C\dot{U}_2 + D\dot{i}_2} = \frac{AZ_{2c} + B}{CZ_{2c} + D}; \quad \underline{Z}_{2c} = \frac{\dot{U}_2}{i_2} = \frac{D\dot{U}_1 + B\dot{i}_1}{C\dot{U}_1 + A\dot{i}_1} = \frac{DZ_{1c} + B}{CZ_{1c} + A}. \quad (1.24)$$

Совместное решение этих уравнений относительно  $\underline{Z}_{1c}$  и  $\underline{Z}_{2c}$  даёт возможность выразить характеристические параметры четырёхполюсника через его  $A$  – параметры ( $\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{i}_2$ ;  $i_2 = C\dot{U}_2 + D\dot{i}_2$ )

$$\underline{Z}_{1c} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}; \quad \underline{Z}_{2c} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}. \quad (1.25)$$

Параметров  $\underline{Z}_{1c}$  и  $\underline{Z}_{2c}$  недостаточно для описания всех свойств несимметричного четырёхполюсника. Для этого необходимо ввести ещё один параметр, связывающий процессы на входе и выходе четырёхполюсника.

Таким параметром является мера передачи (постоянная передачи)  $g$ , которая определяется логарифмическим соотношением

$$g = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \cdot \frac{i_1}{i_2} \right). \quad (1.26)$$

Выразив этот параметр через коэффициенты системы уравнений формы А для симметричного четырёхполюсника будем иметь следующие характеристические параметры:

$$g = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = a + jb, \quad (1.27)$$

где  $a$  – коэффициент затухания  $a = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2}$ ;

$b$  – коэффициент фазы  $b = \Psi_{U_1} - \Psi_{U_2} = \Psi_{i_1} - \Psi_{i_2}$

Если  $\frac{U_1}{U_2} = 2,713 = e$ , то  $\ln e = 1$ . В этом случае имеет место затухание в один непер (Нп). В ряде случаев затухание измеряется в более мелких единицах – децибелах, тогда  $a = 20 \lg \frac{U_1}{U_2}$ .

Между неперами и децибелами справедливо соотношение:

$$1 \text{ Нп} = 8,086 \text{ дБ}; 1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ Нп}.$$

Коэффициент  $b$  измеряется в радианах или градусах.

На рисунке 1.10 изображены векторы  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  на входе и выходе четырёхполюсника. Угол между этими векторами равен коэффициенту  $b$ .

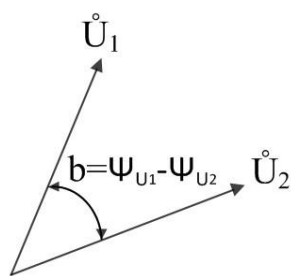


Рис. 1.10

А – параметры четырёхполюсника могут быть выражены через его характеристические параметры.

На основании (1.25) имеем

$$\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}} = \frac{A}{D}; \quad Z_{1c} \cdot Z_{2c} = \frac{B}{C}. \quad (1.28)$$

Характеристические параметры могут быть выражены также и через параметры холостого хода и короткого замыкания

$$Z_{1c} = \sqrt{Z_{1xx} \cdot Z_{1кз}}; Z_{2c} = \sqrt{Z_{2xx} \cdot Z_{2кз}}. \quad (1.29)$$

**Пример 1.1** Для четырёхполюсника по известным A-параметрам:  $\underline{A} = 0,6$ ;  $\underline{B} = -j2600$  Ом;  $\underline{C} = -j2 \cdot 10^{-4}$ ;  $\underline{D} = 0,8$  найти его характеристические параметры  $\underline{Z}_{1c}$ ,  $\underline{Z}_{2c}$  и  $g$ .

**Решение.** Находим характеристические параметры четырёхполюсника по формулам (1.25) и (1.27)

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1c} &= \sqrt{\frac{\underline{AB}}{\underline{CD}}} = \sqrt{\frac{0,6 \cdot (-j2600)}{(-j2 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,8}} = \sqrt{\frac{-j1560}{-j1,6 \cdot 10^{-4}}} = \sqrt{\frac{-1560 \cdot 10^{-4}}{-1,6}} = \\ &= 3122 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{2c} &= \sqrt{\frac{\underline{DB}}{\underline{CA}}} = \sqrt{\frac{0,8 \cdot (-j2600)}{(-j2 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,6}} = \sqrt{\frac{-j2080}{-j1,2 \cdot 10^{-4}}} = \sqrt{\frac{2080 \cdot 10^4}{1,2}} = \\ &= 41630 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Постоянная передачи  $g$ , коэффициенты затухания  $a$  и фазы  $b$  находятся из выражения

$$\begin{aligned} e^g &= e^a e^{jb} = (\sqrt{\underline{AD}} + \sqrt{\underline{BC}}) = \left[ \sqrt{0,6 \cdot 0,8} + \sqrt{(-j2600)(-j2 \cdot 10^{-4})} \right] = \\ &= (\sqrt{0,48} + \sqrt{-0,52}) = 0,6928 + j0,7211 = 1e^{j46^\circ}. \end{aligned}$$

Таким образом:  $e^a = 1$  и  $e^{jb} = e^{j46^\circ}$ . Отсюда  $a = \ln 1 = 0 \text{ Нп}$ ;  $b = 46^\circ$  или  $b = 0,8$  рад. Поэтому постоянная передачи  $g = (0 + j0,8)$ .

**Пример 1.2** Для четырёхполюсника, схема которого представлена на рисунке 1.11

$L = 1 \text{ Гн}$ ;  $C = 10 \text{ мкФ}$ ;  $R = 100 \text{ Ом}$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ .

Найти матрицу параметров четырёхполюсника A-формы записи.

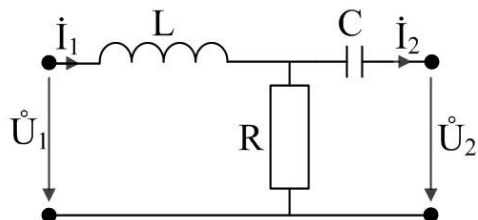


Рис. 1.11

**Решение.** Коэффициенты матрицы [A]-параметров находим, используя режимы холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ) на выходе четырёхполюсника.

Для чего указываем направление токов и напряжений в схеме рисунка 1.11 на входе и выходе четырёхполюсника.

Запишем систему уравнений в форме-А:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{i}_2; \\ \dot{i}_1 = \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{i}_2. \end{cases}$$

Применяя режимы ХХ и КЗ на выходе четырёхполюсника, получаем выражения для элементов матрицы  $[\underline{A}]$

В режиме ХХ, когда  $\dot{i}_2 = 0$ ,

В режиме КЗ, когда  $\dot{U}_2 = 0$ ,

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \dot{U}_1 / \dot{U}_2; & \underline{B} &= \dot{U}_1 / \dot{i}_2; \\ \underline{C} &= \dot{i}_1 / \dot{U}_2; & \underline{D} &= \dot{i}_1 / \dot{i}_2. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Переходим к комплексным схемам замещения четырёхполюсника, в которых, вместо  $\dot{U}_1$  подключаем источник э.д.с. с  $\dot{E}_1 = \dot{U}_1$ , в режиме ХХ (рис. 1.12) и в режиме КЗ (рис. 1.13)

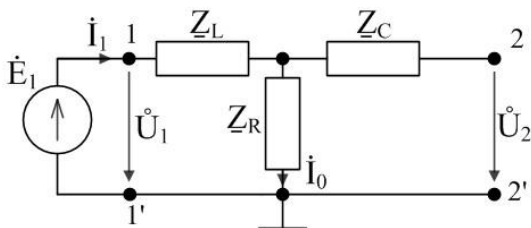


Рис. 1.12

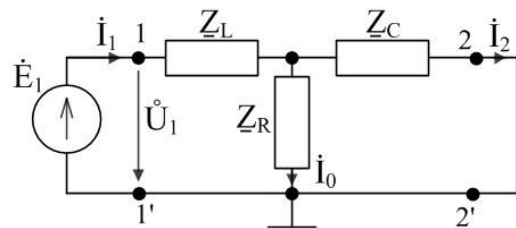


Рис. 1.13

Используя метод эквивалентных преобразований, выражаем токи и напряжения четырёхполюсника.

При  $\dot{i}_2 = 0$   $\dot{i}_1 = \dot{i}_0$ ;  $\dot{U}_2 = \dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{i}_3$ , а сопротивления  $\underline{Z}_L$  и  $\underline{Z}_R$  включены последовательно

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}; \quad \dot{U}_2 = \underline{Z}_R \dot{i}_1 = \frac{\dot{U}_1 \underline{Z}_R}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}$$

При  $\dot{U}_2 = 0$  (рис. 1.13) получим выражение для тока  $\dot{i}_1$ , свернув сопротивление схемы относительно полюсов 1-1'.

$$i_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_L + \frac{\underline{Z}_C \underline{Z}_R}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R}} = \frac{\dot{U}_1 (\underline{Z}_C + \underline{Z}_R)}{\underline{Z}_L \underline{Z}_C + \underline{Z}_L \underline{Z}_R + \underline{Z}_C \underline{Z}_R};$$

$$i_2 = \underline{Z}_R i_1 = \frac{\dot{U}_1 \underline{Z}_R}{\underline{Z}_L \underline{Z}_C + \underline{Z}_L \underline{Z}_R + \underline{Z}_C \underline{Z}_R};$$

Подставив значения  $i_1$  и  $i_2$  в (1.30), получим матрицу

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}{\underline{Z}_L \underline{Z}_C + \underline{Z}_L \underline{Z}_R + \underline{Z}_C \underline{Z}_R} & \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_L \underline{Z}_C + \underline{Z}_L \underline{Z}_R + \underline{Z}_C \underline{Z}_R} \\ \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_L \underline{Z}_C + \underline{Z}_L \underline{Z}_R + \underline{Z}_C \underline{Z}_R} & \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_L \underline{Z}_C + \underline{Z}_L \underline{Z}_R + \underline{Z}_C \underline{Z}_R} \end{bmatrix}.$$

Подставив числовые значения сопротивлений, вычислим элементы матрицы

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + j31,416 & 1 \cdot 10^4 - j4,151 \\ 0,1 & 1 - j31,831 \end{bmatrix}.$$

## 1.6 ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ

Передаточной функцией называется зависимость от частоты отношения комплексных действующих значений электрических величин на выходе и входе четырехполюсника.

Если передаточная функция соответствует отношению двух одноименных электрических величин, то ее называют коэффициентом передачи.

В усилительных устройствах коэффициент передачи является коэффициентом усиления по току или по напряжению:

$$\underline{K}_i = \frac{i_2}{i_1}; \quad \underline{K}_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}. \quad (1.31)$$

Если передаточная функция соответствует отношению разноименных электрических величин, то она является либо передачным сопротивлением ( $\underline{Z}_{\text{пер}}$ ), либо передачной проводимостью ( $\underline{Y}_{\text{пер}}$ ).

$$\underline{Z}_{\text{пер}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}; \quad \underline{Y}_{\text{пер}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}. \quad (1.32)$$

Зависимости модулей всех указанных отношений от частоты называются амплитудно-частотными характеристиками четырехполюсника, а в зависимости аргументов этих отношений от частоты – фазочастотными характеристиками четырехполюсника. Эти характеристики широко используются для описания работы многих устройств автоматики и радиотехники.

Выразим передаточные функции четырехполюсника через его А-параметры. Для этого воспользуемся уравнением четырехполюсника в А-форме записи, применив формулу (1.7), то есть

$$(\dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 + \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \text{ и } \dot{I}_1 = \underline{C} \dot{U}_2 + \underline{D} \dot{I}_2).$$

Найдем коэффициент передачи по напряжению. Для чего поделим левую и правую части первого уравнения (1.7) на напряжение  $\dot{U}_2$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\underline{A} \dot{U}_2 + \underline{B} \dot{I}_2}{\dot{U}_2} = \underline{A} + \frac{\underline{B}}{\underline{Z}_{H2}} = \frac{\underline{A} \underline{Z}_{H2} + \underline{B}}{\underline{Z}_{H2}},$$

где  $\underline{Z}_{H2}$  – сопротивление нагрузки, включенное со стороны выходных зажимов.

Тогда коэффициент передачи по напряжению будет

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{A} \underline{Z}_{H2} + \underline{B}}.$$

Аналогично находим коэффициент передачи по току

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\underline{C} \dot{U}_2 + \underline{D} \dot{I}_2}{\dot{I}_2} = \underline{C} \underline{Z}_{H2} + \underline{D}.$$

Тогда

$$K_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{\underline{C} \underline{Z}_{H2} + \underline{D}}.$$

Аналогично находим передаточное сопротивление четырехполюсника. Сэтой целью поделим второе уравнение (1.7) на напряжение  $\dot{U}_2$  будем иметь

$$\frac{i_1}{\dot{U}_2} = \frac{C\dot{U}_2 + D\dot{i}_2}{\dot{U}_2} = \underline{C} + \left(\frac{D}{\underline{Z}_{H2}}\right) = \frac{C\underline{Z}_{H2} + D}{\underline{Z}_{H2}}.$$

При этом передаточное сопротивление четырехполюсника будет

$$\underline{Z}_{\text{пер}} = \frac{\dot{U}_2}{i_1} = \frac{\underline{Z}_{H2}}{C\underline{Z}_{H2} + D}.$$

Передаточная проводимость четырехполюсника

$$\underline{Y}_{\text{пер}} = \frac{\dot{i}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{A\underline{Z}_{H2} + B}.$$

## 1.7 СИММЕТРИЧНЫЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

Четырехполюсник, у которого перемена местами входных и выходных зажимов не изменяет токов и напряжений в присоединенных цепях, называется симметричным.

Параметры А-формы и В-формы записи уравнений связаны между собой соотношением, вытекающим из свойства обратимости линейного пассивного четырехполюсника

$$\underline{AD} - \underline{BC} = 1. \quad (1.33)$$

У симметричного четырехполюсника параметр  $\underline{A} = \underline{D}$ .

При этом уравнение (1.33) принимает вид

$$\underline{A}^2 - \underline{BC} = 1.$$

Уравнения четырехполюсника в А- и В-формах записи

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{i}_2; \\ \dot{i}_1 = \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{A}\dot{i}_2; \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_2 = \underline{A}\dot{U}_1 + \underline{B}\dot{i}_1; \\ \dot{i}_2 = \underline{C}\dot{U}_1 + \underline{A}\dot{i}_1. \end{cases}$$

Входные сопротивления

$$\underline{Z}_{1\text{вх}} = \underline{Z}_{2\text{вх}} = \underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{i_1} = \frac{\dot{U}_2}{i_2} = \frac{A\underline{Z}_{H2} + B}{C\underline{Z}_{H2} + A}. \quad (1.34)$$

Данные опытов ХХ и КЗ и связь между ними

$$\underline{Z}_{\text{ХХ}} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}}; \quad \underline{Z}_{\text{КЗ}} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}}; \quad \frac{\underline{Z}_{\text{ХХ}}}{\underline{Z}_{\text{КЗ}}} = \frac{\underline{A}^2}{\underline{BC}}. \quad (1.35)$$

Характеристическое сопротивление и постоянная передачи (коэффициент распространения) определяется

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}}; \quad g = a + jb; \quad e^g = \underline{A} + \sqrt{\underline{B}\underline{C}}. \quad (1.36)$$

Коэффициент затухания  $a$

$$e^a = \frac{U_1}{U_2}; \quad e^a = \frac{I_1}{I_2}. \quad (1.37)$$

Коэффициент фазы

$$b = (\Psi_{u1} - \Psi_{u2}) - (\Psi_{i1} - \Psi_{i2}). \quad (1.38)$$

**Пример 1.3.** Симметричный четырехполюсник, имеющий Т-образную структуру (рис.1.14). Сопротивления его элементов равны  $\underline{Z} = R = 100 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = j5 \cdot 10^{-3} \text{ См}$ .

Необходимо определить: а) А-параметры четырехполюсника;

б) характеристические параметры.

**Решение.**

Находим А-параметры Т-образной схемы

$$\begin{aligned} \underline{A} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_0 = 1 + j5 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = (1 + j0,5) = 1,12e^{j26,5^\circ}; \\ \underline{B} &= 2\underline{Z} + \underline{Z}^2 \cdot \underline{Y}_0 = 200 + 10000 \cdot j5 \cdot 10^{-3} = (200 + j50) = 206e^{j14^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{C} &= \underline{Y}_0 = j5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3}e^{j90^\circ} \text{ См}. \end{aligned}$$

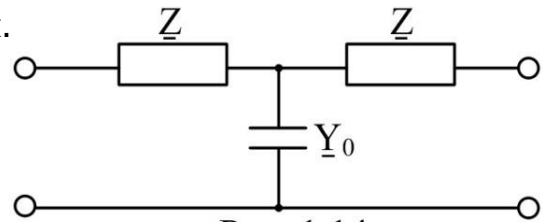


Рис. 1.14

Находим характеристические параметры  $\underline{Z}_c$  и  $g$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}} = \sqrt{\frac{206e^{j14^\circ}}{5 \cdot 10^{-3}e^{j90^\circ}}} = \sqrt{41,23 \cdot 10^3 e^{-j76^\circ}} = 203e^{-j38^\circ} \text{ Ом}.$$

Постоянные передачи

$$\begin{aligned}
g &= \ln(\underline{A} + \sqrt{\underline{BC}}) = \ln \left[ (1 + j0,5) + \sqrt{206e^{j14^\circ} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90^\circ}} \right] = \\
&= \ln \left[ (1 + j0,5) + \sqrt{1,03e^{j104^\circ}} \right] = \ln \left[ (1 + j0,5) + 1,015e^{j52^\circ} \right] = \\
&= \ln \left[ (1 + j0,5) + (0,625 + j0,8) \right] = \ln [1,625 + j1,3] = \\
&= \ln(2,08e^{j39^\circ}) = \ln[e^a \cdot e^{j39^\circ}] = a + jb = 0,732 + j0,68.
\end{aligned}$$

Здесь  $a = \ln 2,08 = 0,732$  Нп.  $b=39^\circ$ , или  $b=0,68$  рад.

## 1.8 СХЕМЫ СОЕДИНЕНИЯ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКОВ

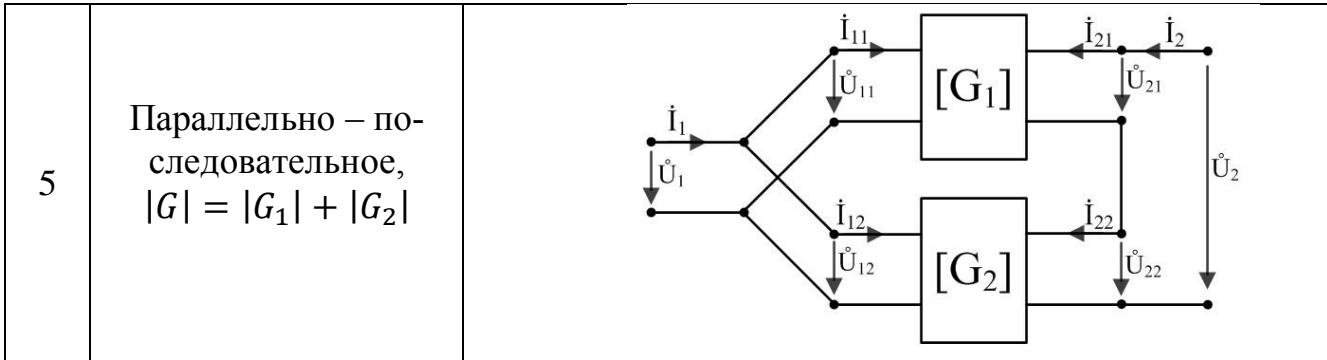
Сложная линейная электрическая цепь может состоять из нескольких четырехполюсников, соединенных между собой в общую электрическую схему. Различают каскадное, параллельное, последовательное, последовательно-параллельное и параллельно-последовательное соединения. В таблице 1.1 показаны различные способы соединения на примере двух четырехполюсников. В зависимости от способа их соединения для описания работы составного четырехполюсника используют ту или иную форму записи уравнений. Критерием выбора являются соображения удобства определения параметров составного четырехполюсника.

При каскадном соединении используют А-форму записи уравнений, в связи с тем что А-матрица составного четырехполюсника равна произведению А-матриц составляющих его четырехполюсников.

Различные виды соединения пассивных четырехполюсников

№ п/п	Вид соединения и матрица четырехполюсника	Схема соединения
1	Каскадное, $ A  =  A_1  \cdot  A_2 $	
2	Параллельное, $ Y  =  Y_1  +  Y_2 $	
3	Последовательное, $ Z  =  Z_1  +  Z_2 $	
4	Последовательно – параллельное, $ H  =  H_1  +  H_2 $	

Продолжение таблицы 1.1

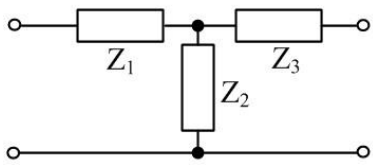
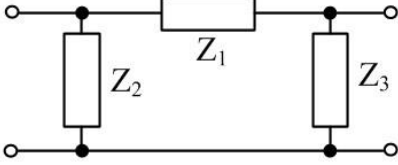


В ряде случаев расчет упрощается, если цепь представить в виде сложного четырёхполюсника. Основные виды соединения двух простых четырёхполюсников показаны в таблице 1.1. Матрицы параметров некоторых четырёхполюсников приведены в таблице 1.2 и 1.3 [3].

Таблица 1.2

Матрицы	Матрицы параметров простых четырёхполюсников			
Y	$\frac{1}{Z} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_1} & \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_1} & \frac{1}{Z_1} \end{bmatrix}$
Z		$Z \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & (Z_1 + Z_2) \end{bmatrix}$
A	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \end{bmatrix}$
G	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z} & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_2} & -1 \\ 1 & Z_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_2} & -1 \\ 1 & Z_1 \end{bmatrix}$
H	$\begin{bmatrix} Z & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \frac{1}{Z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_1 & 1 \\ -1 & 1/Z_2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \begin{bmatrix} Z_1 & 1 \\ -1 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix}$

Таблица 1.3

Матрицы параметров простых четырехполюсников	
Матрицы	
Y	$Y = \frac{1}{Z_1 Z_3} / \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right)$ $Y \begin{bmatrix} (1 + Z_3/Z_2) & -1 \\ -1 & (1 + Z_1/Z_2) \end{bmatrix}$
Z	$Z = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$ $Z \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & (Z_2 + Z_3) \end{bmatrix}$
A	$Z^2 = Z_1 + Z_3 + Z_2(Z_1 + Z_3)$ $A = \frac{1}{Z_2} \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ 1 & (Z_2 + Z_3) \end{bmatrix}$
G	$Z^2 = Z_1 Z_3 + Z_2(Z_1 + Z_3)$ $G = \frac{1}{(Z_1 + Z_2)} \begin{bmatrix} 1 & -Z_2 \\ Z_2 & Z^2 \end{bmatrix}$
H	$Z^2 = Z_1 Z_3 + Z_2(Z_1 + Z_3)$ $H = \frac{1}{(Z_2 + Z_3)} \begin{bmatrix} Z^2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z^2 \end{bmatrix}$
	
	$Y^2 = \frac{1}{Z_2} \cdot \frac{1}{Z_3} \cdot \frac{1}{Z_1} (1/Z_2 + 1/Z_3)$ $Y^2 = \frac{1}{(1/Z_1 + 1/Z_3)} \begin{bmatrix} Y^2 & -1/Z_1 \\ 1/Z_1 & 1 \end{bmatrix}$
	$Y^2 = \frac{1}{Z_2} \cdot \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_1} (1/Z_2 + 1/Z_3)$
	$Y^2 = \frac{1}{Z_2} \cdot \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_1} (1/Z_2 + 1/Z_3)$

Переход от одной формы записи четырехполюсника к другой осуществляется путем решения систем уравнений относительно искомых величин. Полученные результаты решения представлены в таблице 1.4 [4].

Таблица 1.4

Матрицы систем уравнений четырехполюсника при переходе от одной формы записи к другой

В какую форму записи	От какой формы записи уравнений				
	Z	Y	H	G	A
Z	$\begin{matrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{Y}_{22} & -\underline{Y}_{22} \\ \underline{\Delta}_Y & \underline{\Delta}_Y \\ -\underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{11} \\ \underline{\Delta}_Y & \underline{\Delta}_Y \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{\Delta}_H & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{22} & \underline{H}_{22} \\ -\underline{H}_{21} & 1 \\ \underline{H}_{22} & \underline{H}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & -\underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{11} & \underline{G}_{11} \\ \underline{G}_{21} & \underline{\Delta}_G \\ \underline{G}_{11} & \underline{G}_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{A} & 1 \\ \underline{C} & \underline{C} \\ 1 & \underline{D} \\ \underline{C} & \underline{C} \end{matrix}$
Y	$\begin{matrix} \underline{Z}_{22} & -\underline{Z}_{12} \\ \underline{\Delta}_Z & \underline{\Delta}_Z \\ -\underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{11} \\ \underline{\Delta}_Z & \underline{\Delta}_Z \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & -\underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{11} & \underline{G}_{11} \\ \underline{H}_{21} & \underline{\Delta}_H \\ \underline{H}_{11} & \underline{H}_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{\Delta}_G & \underline{G}_{12} \\ \underline{H}_{22} & \underline{H}_{22} \\ -\underline{G}_{21} & 1 \\ \underline{G}_{22} & \underline{G}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{D} & 1 \\ \underline{B} & \underline{B} \\ -1 & \underline{A} \\ \underline{B} & \underline{B} \end{matrix}$
H	$\begin{matrix} \underline{\Delta}_Z & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{22} & \underline{Z}_{22} \\ -\underline{Z}_{21} & 1 \\ \underline{Z}_{22} & \underline{Z}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & -\underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{11} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{\Delta}_Y \\ \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{G}_{22} & -\underline{G}_{12} \\ \underline{\Delta}_G & \underline{\Delta}_G \\ -\underline{G}_{12} & \underline{G}_{11} \\ \underline{\Delta}_G & \underline{\Delta}_G \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{B} & 1 \\ \underline{D} & \underline{D} \\ -1 & \underline{C} \\ \underline{D} & \underline{D} \end{matrix}$
G	$\begin{matrix} 1 & -\underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{11} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{\Delta}_Z \\ \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{\Delta}_Y & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{22} \\ -\underline{Y}_{21} & 1 \\ \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{H}_{22} & -\underline{H}_{12} \\ \underline{\Delta}_H & \underline{\Delta}_H \\ -\underline{H}_{21} & \underline{H}_{11} \\ \underline{\Delta}_H & \underline{\Delta}_H \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{C} & 1 \\ \underline{A} & \underline{A} \\ 1 & \underline{B} \\ \underline{A} & \underline{A} \end{matrix}$
A	$\begin{matrix} \underline{Z}_{11} & \underline{\Delta}_Z \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{21} \\ 1 & \underline{Z}_{22} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\underline{Y}_{22} & -1 \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{21} \\ -\underline{\Delta}_Y & -\underline{Y}_{11} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\underline{\Delta}_H & \underline{H}_{11} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{21} \\ -\underline{H}_{22} & \underline{H}_{11} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & \underline{G}_{22} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{21} \\ \underline{G}_{11} & \underline{\Delta}_G \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{matrix}$

В этой таблице:

$$\Delta_Z = \underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}; \Delta_H = \underline{H}_{11}\underline{H}_{22} - \underline{H}_{12}\underline{H}_{21};$$

$$\Delta_Y = \underline{Y}_{11}\underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12}\underline{Y}_{21}; \Delta_G = \underline{G}_{11}\underline{G}_{22} - \underline{G}_{12}\underline{G}_{21}.$$

**Пример 1.4.** Найти матрицу низкочастотного фильтра, изображенного на рисунке 1.15, пользуясь матрицами элементарных четырехполюсников

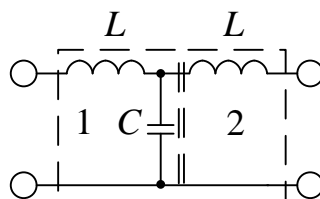


Рис. 1.15

**Решение.** В соответствии с таблицами 1.2 смежу рисунка 1.15 представим в виде двух элементарных четырехполюсников.

Матрица первого элементарного четырехполюсника

$$A_1 = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix}.$$

Находим матрицу  $A_2$  второго элементарного четырехполюсника

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Рассчитаем матрицу  $A$  результирующего четырехполюсника при каскадном включении элементарных четырехполюсников

$$A = A_1 \cdot A_2 = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & 2j\omega L - j\omega^3 L^2 C \\ j\omega C & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix}.$$

**Пример 1.5.** Два одинаковых симметричных четырехполюсника с  $A$ -параметрами, имеющих  $T$ -образную структуру (рис. 1.14). Сопротивления их элементов известны:  $\underline{Z} = R = 100 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = j5 \cdot 10^{-3} \text{ См}$ . Требуется определить  $A$ -параметры результирующего четырехполюсника.

**Решение.** При последовательном соединении двух четырехполюсников удобно пользоваться Z-формой записи их уравнений, при котором матрица  $[Z_{\Sigma}]$  результирующего четырехполюсника равна сумме матриц соединяемых простых четырехполюсников. Для двух одинаковых четырехполюсников имеем

$$[Z_{\Sigma}] = \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2\underline{Z}_{11} & 2\underline{Z}_{12} \\ 2\underline{Z}_{21} & 2\underline{Z}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11\Sigma} & \underline{Z}_{12\Sigma} \\ \underline{Z}_{21\Sigma} & \underline{Z}_{22\Sigma} \end{vmatrix}.$$

Предварительно находим Z-параметры симметричного четырехполюсника ( $\underline{A} = \underline{D}$ ), воспользовавшись таблицей 1.4

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}}; \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \frac{1}{\underline{C}}.$$

$$\underline{A} = 1 + \underline{Z}Y_0 = 1 + j5 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = (1 + j0.5) = 1.12e^{j26.5^\circ}$$

$$\underline{C} = Y_0 = j5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3}e^{j90^\circ} \text{ См.}$$

Подставляя в эти соотношения известные значения  $\underline{A}$  и  $\underline{C}$ , получаем следующие значения:

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22} = \frac{1.12e^{j26.5^\circ}}{5 \cdot 10^{-3}e^{j90^\circ}} = 224e^{-j63.5^\circ} = (100 - j200)\text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}e^{j90^\circ}} = 200 e^{-j90^\circ} = -j200 \text{ Ом.}$$

Тогда параметры Z-формы записи результирующего четырехполюсника

$$\underline{Z}_{11\Sigma} = \underline{Z}_{22\Sigma} = 2\underline{Z}_{11} = 448 e^{-j63.5^\circ} = (200 - j400)\text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_{12\Sigma} = \underline{Z}_{21\Sigma} = 2\underline{Z}_{12} = 400 e^{-j90^\circ} = -j400 \text{ Ом.}$$

Для нахождения искомым A-параметров результирующего четырехполюсника вновь используем таблицу 1.4 и на пересечении вертикали  $\underline{Z}$  и горизонтали Аполучаем:

$$\underline{A}_3 = \frac{\underline{Z}_{223}}{\underline{Z}_{213}} = \frac{448 e^{-j63,5^\circ}}{400 e^{-j90^\circ}} = 1.12 e^{j26.5^\circ} = (1 + j0.5);$$

$$\begin{aligned} \underline{B}_3 &= \frac{\Delta \underline{Z}_3}{\underline{Z}_{213}} = \frac{\underline{Z}_{113} \cdot \underline{Z}_{223} - (\underline{Z}_{123})^2}{\underline{Z}_{12}} = \frac{(448 e^{-j63,5^\circ})^2 - (400 e^{-j90^\circ})^2}{-j400} = \\ &= \frac{20 \cdot 10^4 e^{-j127^\circ} - 16 \cdot 10^4 \cdot e^{-j180^\circ}}{-j400} = \\ &= \frac{(-12 \cdot 10^4 - j16 \cdot 10^4) + 16 \cdot 10^4}{-j400} = \frac{(4 \cdot 10^4 - j16 \cdot 10^4)}{-j400} = \\ &= j(100 - j400) = 400 + j100 = 412 e^{j14^\circ}; \end{aligned}$$

$$\underline{C}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_{213}} = \frac{1}{-j400} = +j0.0025 = 25 \cdot 10^{-4} e^{j90^\circ}.$$

Проверку расчетов проведем с помощью формулы (1.33):

$$\underline{A}_3^2 = 1.25 \cdot 10^{j53^\circ} = 0.75 + j1;$$

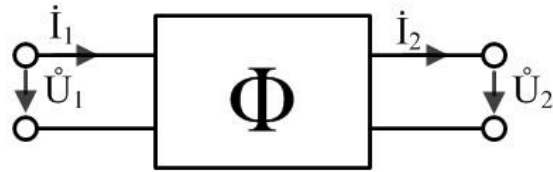
$$\underline{B}_3 \cdot \underline{C}_3 = 412 e^{j14^\circ} \cdot 25 \cdot 10^{-4} e^{j90^\circ} = 1.03 e^{j104^\circ} = (-0.25 + j1);$$

$$\underline{A}_3^2 - \underline{B}_3 \cdot \underline{C}_3 = (0.75 + j1) + (0.25 - j1) = 1.$$

Таким образом расчеты произведены верно.

## ГЛАВА 2

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ



Электрическим фильтром называется четырехполюсник, который беспрепятственно пропускает синусоидальные колебания (токи или напряжения) в определенном диапазоне частот (зоне прозрачности), а в другом диапазоне частот (зоне задержания) значительно или полностью их подавляет. Зона частот, пропускаемых фильтром без затухания, называется полосой пропускания; зона частот, пропускаемых с затуханием – полосой затухания.

Такой четырехполюсник может представлять сложную электрическую схему с элементами  $R$ ,  $L$ ,  $C$ . Если фильтр называется пассивный. Когда в схему фильтра входит хотя бы один активный элемент (источник э.д.с.  $E$  или источник тока  $J$ ), фильтр называется активным.

Коэффициент передачи фильтра по напряжению или току определяется как

$$K_U = \dot{U}_2 / \dot{U}_1; K_i = \dot{I}_2 / \dot{I}_1.$$

## 2.1 КЛАССИФИКАЦИЯ ФИЛЬТРОВ ПО РАСПОЛОЖЕНИЮ ЗОНЫ ПРОПУСКАНИЯ И ЗОНЫ ЗАТУХАНИЯ

В зависимости от расположения зоны прозрачности и зоны задержания фильтры подразделяются на три типа:

1) низкочастотные фильтры (ФНЧ), у которых зона прозрачности (пропускания) находится в диапазоне от  $\omega_1 = 0$  до некоторой частоты  $\omega_2$ , а зона задержания (затухания) – в диапазоне от  $\omega_2$  до бесконечности.

Таким образом, ФНЧ пропускает в нагрузку только низкие частоты (ниже частоты  $\omega_2$ ).

На рисунке 2.1 показана зависимость модуля коэффициента передачи по напряжению от частоты для идеального ФНЧ, которая называется передаточной функцией. Частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  называются граничными. Кроме коэффициента передачи по напряжению  $K_U$  используется логарифмическая мера передачи

$$g = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = a + j\beta,$$

где  $a = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}$  – коэффициент затухания;  $\beta = \psi_{U_1} - \psi_{U_2}$  – коэффициент фазы.

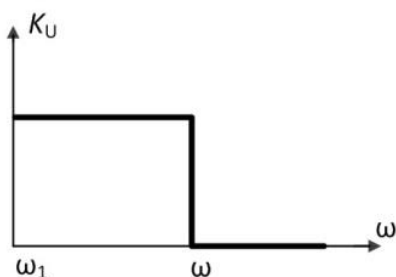


Рис. 2.1

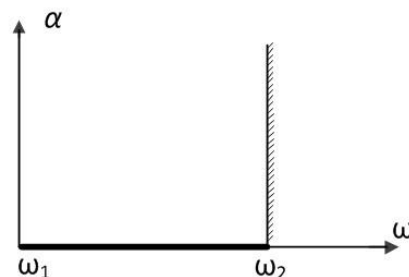


Рис. 2.2

Коэффициент затухания измеряется в белах [Б] или неперах [Нп]. В инженерных расчетах используется 0,1 доля бела – децибел [дБ] или непер [Нп].  $1\text{Б}=10\text{дБ}$ ;  $1\text{Нп}=0,868\text{Б}=8,68\text{дБ}$ .

Зависимость коэффициента затухания от частоты  $a(\omega)$  для ФНЧ показана на рисунке 2.2.

2) Высокочастотные фильтры (ФВЧ), это фильтры, у которых зона затухания находится в диапазоне частот от 0 до  $\omega_1$ . В этом диапазоне идеальный ФВЧ полностью подавляет синусоидальные колебания, то есть фильтр пропускает в нагрузку лишь высокие частоты (выше частоты  $\omega_1$ ). Зависимости коэффициентов  $K_U(\omega)$  и  $a(\omega)$  от частоты для ФВЧ представлены на рисунке 2.3.

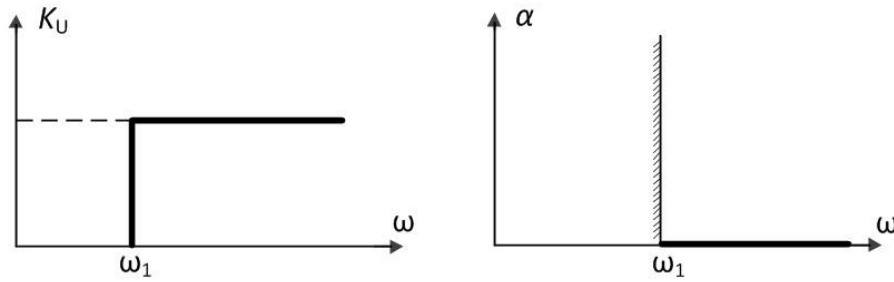


Рис. 2.3

### 3) Полосовые фильтры.

Эти фильтры подразделяются на полосно-пропускающие (ППФ) и полосно-задерживающие (ПЗФ).

ППФ пропускает синусоидальные колебания в диапазоне частот от  $\omega_1$  до  $\omega_2$ , который называется полосой пропускания (прозрачности фильтра). Зависимости коэффициентов  $K_U(\omega)$  и  $\alpha(\omega)$  от частоты для ППФ представлены на рисунке 2.4

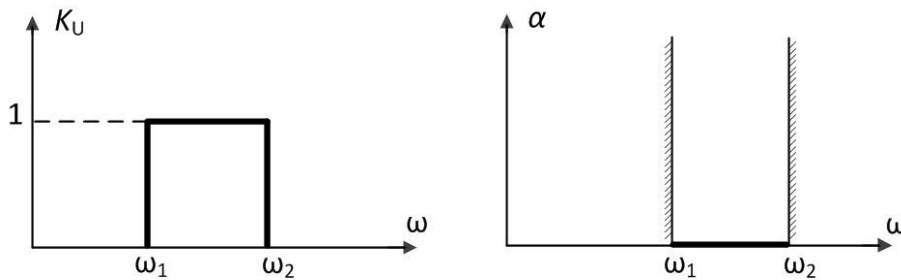


Рис. 2.4

У ПЗФ зона задерживания находится в диапазоне частот от  $\omega_2$  до  $\omega_3$ , который называют полосой заграждения фильтра. Зависимости  $K_U(\omega)$  и  $\alpha(\omega)$  для ПЗФ представлены на рисунке 2.5.

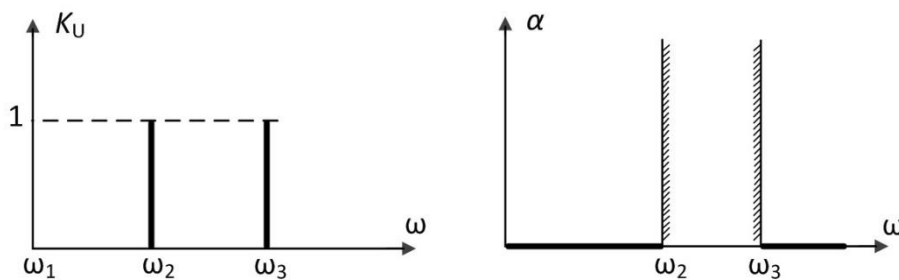


Рис. 2.5

## 2.2 КОНСТРУКЦИЯ ПАССИВНЫХ LC- ФИЛЬТРОВ

Пассивные фильтры включают в свой состав элементы R,L,Cи по конструктивному исполнению пассивные LC-фильтры подразделяются на фильтры Г-, Т- и П-типов. Схемы фильтров составляются из продольных  $Z_{пр}$  и поперечных сопротивлений (рис. 2.6).

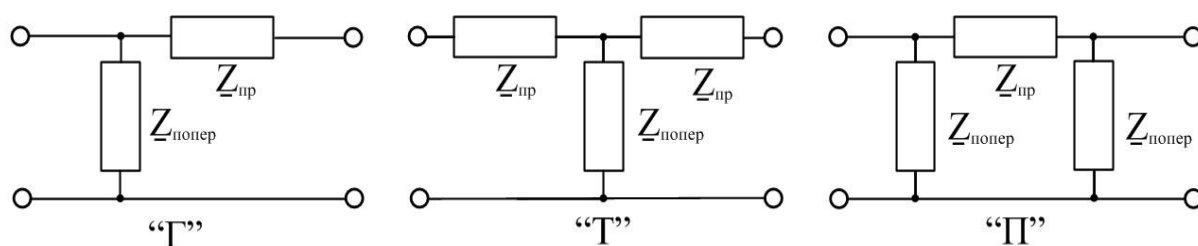


Рис. 2.6

Для фильтров ФНЧ в продольных ветвях должны находиться индуктивные элементы, а в поперечных – емкостные. На рисунке 2.7 показаны Т- и П-образные схемы LC-фильтров нижних частот.

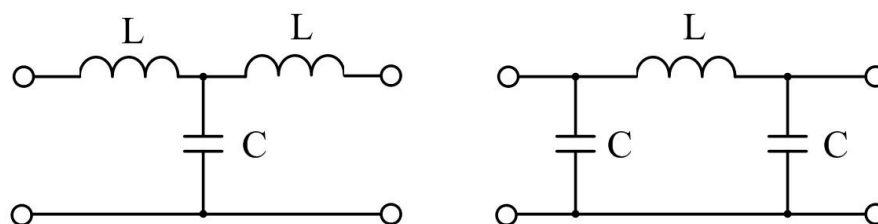


Рис. 2.7

Для ФВЧ в продольных ветвях находятся емкостные элементы, а в поперечных – индуктивные элементы. На рисунке 2.8 показаны Т- и П-образные схемы LC-фильтров высоких частот.

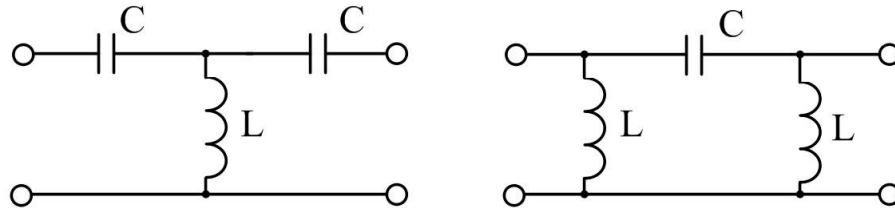


Рис. 2.8

ППФ и ПЗФ фильтры, выполненные по Т-образной и П-образной схемам, показаны на рисунке 2.9

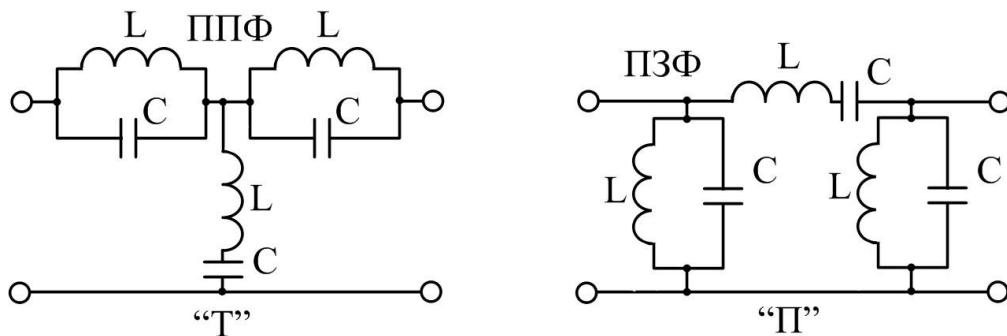


Рис. 2.9

Пассивные LC-фильтры, у которых произведение соответствующих продольных и поперечных сопротивлений постоянно и не зависит от частоты, относятся к фильтрам типа “К”

$$\underline{Z}_{\text{пр}} \cdot \underline{Z}_{\text{потер}} = K^2, \quad (2.1)$$

где  $K = \text{const}$  в интервале частот от  $\omega = 0$  до  $\omega = \infty$ .

Фильтры типа “m” являются зависимыми от фильтров типа “К”. Продольное сопротивление m-фильтра вычисляется в виде

$$\underline{Z}_{\text{пр}}^{(m)} = m \cdot \underline{Z}_{\text{пр}}^{(K)}$$

и m-фильтр относиться как последовательно – производному типу.

При вычислении поперечной проводимости m-фильтра является из соответствующей проводимости K-фильтра.

$$\underline{Y}_{\text{попер}}^{(m)} = m \cdot \underline{Y}_{\text{попер}}^{(K)}, \text{ и m-фильтр является параллельно - производным.}$$

Электрические фильтры типа “К” имеют тот недостаток, что для получения большой крутизны роста  $a(\omega)$  в полосе задержания необходимо применять соединение многих звеньев. Фильтры “m” не обладают этими недостатками.

### 2.3 АНАЛИЗ НИЗКОЧАСТОТНЫХ LC-ФИЛЬТРОВ

Аналитическое исследование T- и П-образных схем низкочастотных фильтров типа “К” включает следующие моменты:

1) определение параметра К.

Для T-образной схемы фильтра найдем произведение продольного и поперечного сопротивления (рис. 2.10)

$$\underline{Z}_{\text{пр}} = \frac{j\omega L}{2} + \frac{j\omega L}{2} = j\omega L; \underline{Z}_{\text{попер}} = -j \frac{1}{\omega C}; \underline{Z}_{\text{пр}} \cdot \underline{Z}_{\text{попер}} = j\omega L \cdot \left(-j \frac{1}{\omega C}\right) = \frac{L}{C}$$

Произведение ( $\underline{Z}_{\text{пр}} \cdot \underline{Z}_{\text{попер}}$ ) не зависит от частоты

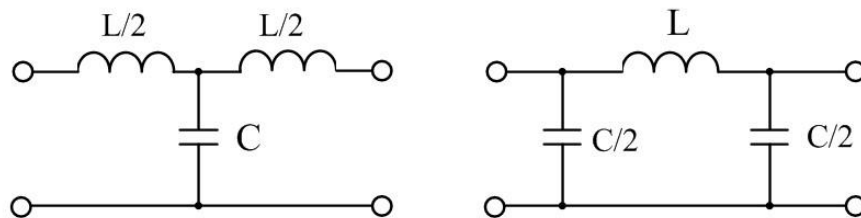


Рис. 2.10

Постоянный параметр К для ФНЧ в соответствии с формулой (2.1) находится по формуле

$$K = \sqrt{L/C} \quad (2.2)$$

Для П-образной схемы фильтра аналогично запишем

$$\underline{Z}_{\text{пр}} = j\omega L; \underline{Z}_{\text{попер}} = \frac{1}{2j \frac{\omega C}{2}} = -j \frac{1}{\omega C}; K = \sqrt{L/C};$$

2) определение граничных частот и зоны прозрачности

Для определения граничных частот используем систему уравнений формы А для симметричного четырехполюсника, записанную при помощи характеристических параметров [5,6].

Анализ работы фильтров выполняется в режиме согласованной нагрузки, когда  $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$ . Тогда  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 e^g$ ,

где  $g = \ell n \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \ell n \frac{I_1}{I_2}$  – логарифмическая мера передачи.

Выразим коэффициент А четырехполюсника через параметры Т-образной и П-образной схем (рис. 2.10) будем, иметь:

для Т-образной схемы

$$A^T = 1 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Y}_0 = 1 + j\omega \frac{L}{2} \cdot j\omega C = 1 - \omega^2 \frac{LC}{2};$$

для П-образной схемы

$$A^{\Pi} = 1 + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_2} = 1 + j\omega \frac{C}{2} \cdot j\omega L = 1 - \omega^2 \cdot \frac{LC}{2};$$

то есть имеет  $A^T = A^{\Pi}$ .

В зоне прозрачности ( $\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1$ ) и следовательно

$$\alpha = \ell n \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 0, \quad \text{а} \quad \text{ch}g = \cos(\beta).$$

В виду того, что для  $\cos(\beta)$  справедлив интервал ( $-1 \leq \cos \beta \leq 1$ ), то для коэффициента А имеем: ( $-1 \leq A \leq 1$ ).

Теперь зная, что  $A^T = A^{\Pi} = 1 - \omega^2 \frac{LC}{2}$ , запишем  $[-1 \leq (1 - \omega^2 \frac{LC}{2}) \leq 1]$ .

Придавая этому неравенству крайние значения (-1 и 1), найдем граничные частоты ФНЧ.

При  $(1 - \omega^2 \frac{LC}{2}) = 1$  получаем нижнюю граничную частоту  $\omega_{1\text{гр}} = 0$ . Принимая  $(1 - \omega^2 \frac{LC}{2}) = -1$ , найдем верхнюю (вторую) граничную частоту  $\omega_{2\text{гр}} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ .

Таким образом, зона прозрачности для ФНЧ типа “К” находится в диапазоне частот от  $\omega_1 = 0$  до  $\omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ .

3) определение зависимостей  $\alpha(\omega)$  и  $\beta(\omega)$  в зоне прозрачности и в зоне затухания.

Зона прозрачности.

Гиперболический косинус логарифмической меры передачи [5] будет  $chg = ch(\mathbf{a} + j\mathbf{b}) = A$ . Так как для Т-и П-образных четырехполюсников коэффициента  $A^T$  и  $A^П$  действительные числа и равны между собой, а мнимые части равны нулю, то в зоне прозрачности

$$\mathbf{b} = \arccos \left( 1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_{2гр}^2} \right). \quad (2.3)$$

Если  $\omega = 0$ ,  $\arccos 1 = 0$ . Из этого следует, что при  $\omega = 0$  коэффициент  $\mathbf{b} = 0$ . Примем  $\omega \geq \omega_{2гр}$ , тогда  $\arccos(-1) = \pi$ . Из этого следует, что при  $\omega \geq \omega_{2гр}$  коэффициент  $\mathbf{b} = \pi$ .

#### Зона затухания (задерживания)

В зоне затухания  $\mathbf{a} \neq 0$  и, следовательно,  $ch \neq 0$ . Так как при  $\mathbf{b} = \pi$  величина  $\sin \mathbf{b} = 0$ , то  $cha \cdot \sin \mathbf{b} = 0$  и  $\cos \mathbf{b} = -1$ .

Тогда выражение  $cha \cdot \cos \mathbf{b} = 1 - \omega^2 LC/2$  запишется в виде

$1 + cha = \omega^2 LC/2$ , откуда

$$\mathbf{a} = 2 \operatorname{Arch} \left( \frac{\omega}{\omega_{2гр}} \right)$$

Зависимости  $\mathbf{a}(\omega)$  и  $\mathbf{b}(\omega)$  показаны на рисунке 2.11

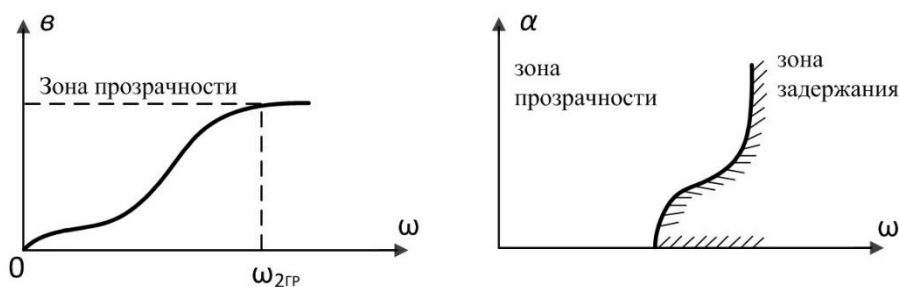


Рис. 2.11

4) анализ зависимости характеристического сопротивления  $\underline{Z}_c(\omega)$  для ФНЧ.

Фильтр выполняет свои функции в режиме согласования, когда сопротивление нагрузки фильтра совпадает с его характеристическим сопротивлением  $\underline{Z}_н = \underline{Z}_c$ .

Исследуем зависимость  $\underline{Z}_c(\omega)$  для Т- и П-образных фильтров. Характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_c$  через коэффициенты В и С четырехполюсника будет

$$\underline{Z}_c = \sqrt{B/C}.$$

Для Т – образной схемы  $B^T = j\omega \frac{L}{C} + j\omega \frac{L}{2} + \left(j\omega \frac{L}{2}\right)^2 j\omega C = j\omega L \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4}\right)$

$$= j\omega L \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{гр}^2}\right); \quad C^T = j\omega C.$$

$$\text{Тогда } \underline{Z}_c^T = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{j\omega L \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{гр}^2}\right)}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{гр}^2}}. \quad (2.5)$$

Из этого выражения следует, что при  $\omega = 0$  характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_c = \sqrt{L/C}$ , а при  $\omega = \omega_{гр}$  характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_c = 0$ .

В зоне затухания, когда  $\omega > \omega_{гр}$  под корнем получается отрицательное число. В этом случае  $\underline{Z}_c$  носит индуктивный характер и по модулю изменяется от нуля до бесконечности (рис. 2.12).

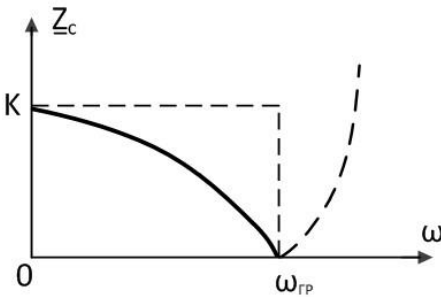


Рис. 2.12

Фильтр на практике нагружают на сопротивление  $\underline{Z}_c = \sqrt{L/C}$ .

Для П-образной схемы фильтра коэффициенты В и С соответственно равны

$$B = j\omega L; \quad C = 2 \frac{j\omega C}{2} + \left(\frac{j\omega C}{2}\right)^2 j\omega L = j\omega C - \frac{j\omega^2 C^2}{4} \omega L = j\omega C \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{2гр}^2}\right).$$

$$\text{Тогда } \underline{Z}_c = \sqrt{B/C} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{2гр}^2}\right)}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{2гр}^2}}} \quad (2.6)$$

Проанализировав эту зависимость имеем, что при  $\omega = 0$ ,  $\underline{Z}_c = \sqrt{B/C}$ , а при  $\omega = \infty$   $\underline{Z}_c = 0$  и при  $\omega = \omega_{2гр}$   $\underline{Z}_c = \infty$ .

В зоне затухания модуль  $Z_C^\Pi$  носит емкостный характер и изменяется от бесконечности до нуля.

На практике фильтр нагружают на  $Z_H = \sqrt{L/C} = "K"$ .

### 2.4 АНАЛИЗ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ LC-ФИЛЬТРОВ

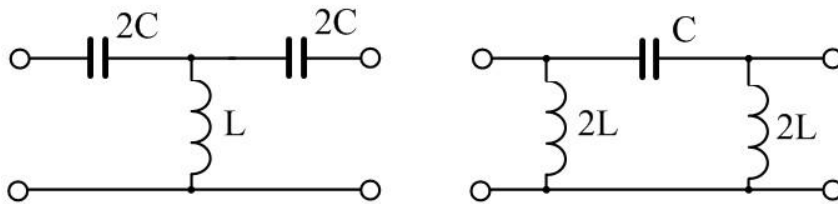


Рис. 2.13

T- и П- образные схемы ФВЧ представлены на рисунке 2.13, для которых характеристический параметр "K" =  $\sqrt{L/C}$ .

Для идеального ФВЧ зона прозрачности находится в диапазоне от  $\omega_{1гр}$  до бесконечности, где  $\omega_{1гр} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$  (рис. 2.14).

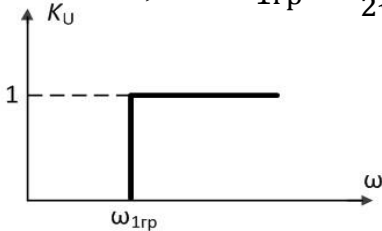


Рис. 2.14

Зависимости  $\alpha(\omega)$  и  $\beta(\omega)$  в зоне прозрачности и зоне затухания при согласованной нагрузке представлены на рисунке 2.15.

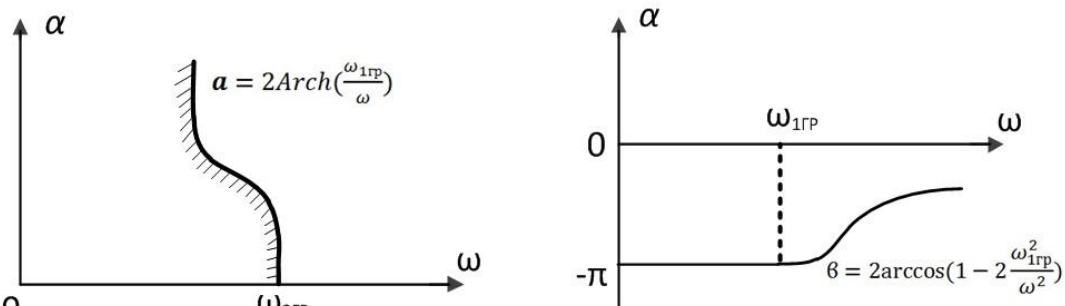
Зависимость  $Z_C(\omega)$  определяется при помощи коэффициентов четырехполюсника B и C, то есть

$$Z_C = \sqrt{B/C}.$$

Для T-образной схемы (рис. 2.15) характеристическое сопротивление равно

$$Z_C^T = K \sqrt{1 - \frac{\omega_{1гр}^2}{\omega^2}}, \tag{2.7}$$

где  $K = \sqrt{L/C}$  – постоянный параметр ФВЧ.



Зависимость (2.7) показана на рисунке 2.16.

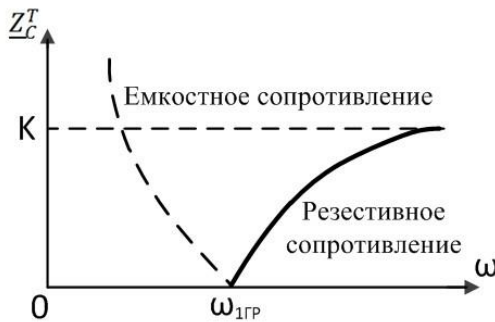


Рис. 2.16

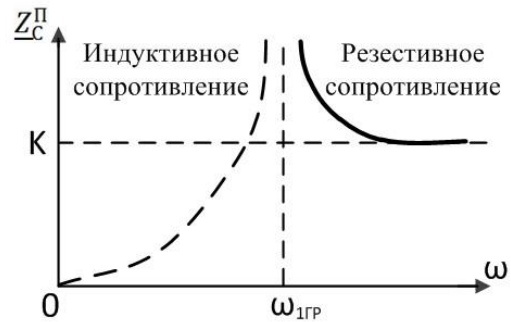


Рис. 2.17

В зоне прозрачности характеристическое сопротивление активное и изменяется от нуля до “К”. В зоне затухания сопротивление  $Z_C$  реактивное и по модулю изменяется от бесконечности до нуля. Фильтр нагружают на активное сопротивление, равное “К”, при этом зависимости  $\alpha(\omega)$ ,  $\beta(\omega)$  отличаются от полученных в режиме согласования. Для П-образной схемы фильтра зависимость  $\underline{Z}_C^{\text{П}}(\omega)$  имеет вид, представленный на рисунке 2.17, и определяется по формуле

$$\underline{Z}_C^{\text{П}} = K \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\omega_{1\text{гр}}^2}{\omega^2}}}. \quad (2.8)$$

В зоне прозрачности активное сопротивление изменяется от бесконечности до “К”. В зоне затухания реактивное сопротивление изменяется от нуля до бесконечности (рис. 2.17).

## 2.5 ПАССИВНЫЕ RC-ФИЛЬТРЫ

Пассивные RC-фильтры применяются в случаях, когда сопротивление нагрузки стремится к бесконечности. Схема низкочастотного RC-фильтра показана на рисунке 2.18. Коэффициент передачи по напряжению определяется по формуле

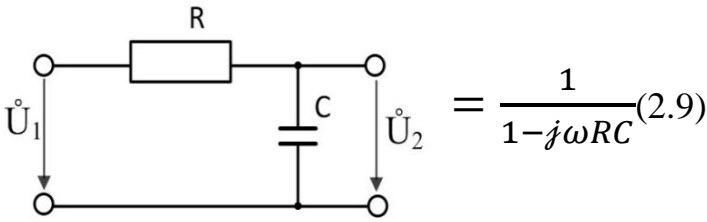


Рис. 2.18

Зависимость от частоты коэффициента затухания  $\alpha(\omega)$  имеет вид

$$\alpha = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}. \quad (2.10)$$

Зависимость коэффициента затухания от частоты  $\alpha(\omega)$  имеет вид, предварительный на рисунке 2.19

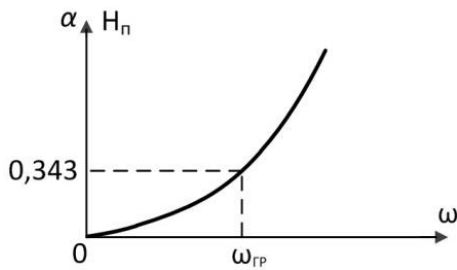


Рис. 2.19

Зона прозрачности фильтра находится в пределах  $0 \leq \omega \leq \omega_{гр}$ , где граничная частота  $\omega_{гр} = 1/RC$  и коэффициент затухания на этой частоте равен 0,346 непер.

Для высокочастотного RC- фильтра (рис. 2.20) зависимость  $\alpha(\omega)$  определяется соотношением

$$\alpha = \ln \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}} \quad (2.11)$$

Зона прозрачности находится в диапазоне от  $\omega_{1гр} = 1/RC$  до  $\infty$ .

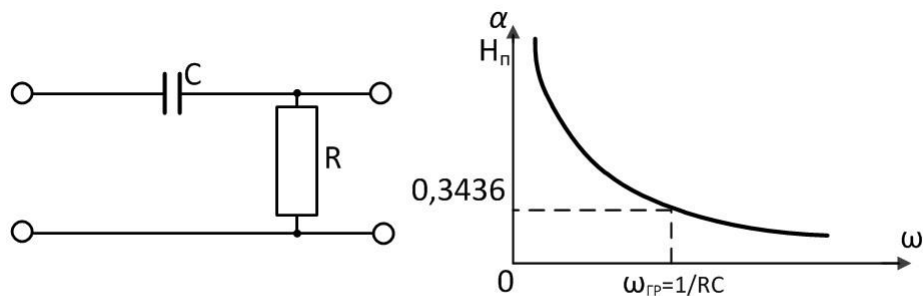


Рис. 2.20

Схема полосно-пропускающего RC- фильтра и зависимость коэффициента от частоты  $\alpha(\omega)$  показаны на рисунке 2.21

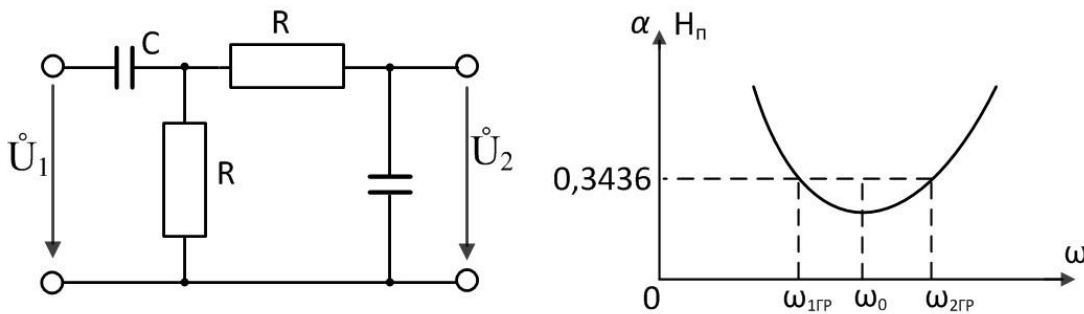


Рис. 2.21

Зависимость  $\alpha(\omega)$  имеет вид

$$\alpha = \ln \sqrt{4 + (R\omega C - 1/\omega CR)^2}. \quad (2.12)$$

Минимальное затухание имеет место при  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ . Зона прозрачности находится в диапазоне от  $\omega_{1гр}$  до  $\omega_{2гр}$ . В рабочей зоне любого RC- фильтра коэффициента  $\alpha$  не равен нулю.

**Пример 2.1** Определить параметры элементов фильтра, при частоте среза  $f_c = 60$  Гц, сопротивлении нагрузки  $Z_H = 50$  Ом. Фильтр подключен к источнику с внутренним сопротивлением  $Z_{и}$ . Необходимо рассчитать параметры простейшего фильтра ФНЧ типа «К»

**Решение** Определяем «К» по формуле

$$K^2 = Z_{и} \cdot Z_H,$$

где  $Z_{и}, Z_H$  – сопротивления источника и нагрузки ( $Z_{и} = Z_H$ ).

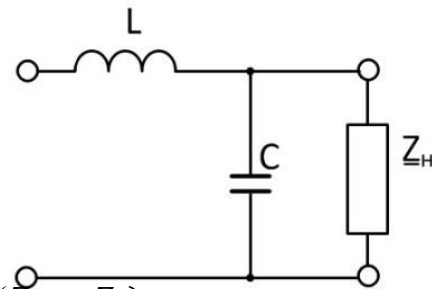


Рис. 2.22

Тогда  $K = \sqrt{Z_{и} \cdot Z_H} = 50$  Ом.

По формулам для ФНЧ типа «К» находим параметры фильтра

$$L = \frac{0,5 \cdot K}{\pi \cdot f_c} = \frac{0,5 \cdot 50}{3,14159 \cdot 60} = 0,133 \text{ Гн};$$

$$\tilde{N} = \frac{0,5}{\pi \cdot f_c \cdot K} = \frac{0,5}{3,14159 \cdot 60 \cdot 50} = 53,052 \text{ мкФ}.$$

Выбираем стандартное значение ёмкости  $C = 50$  мкФ.

Проверяем частоту среза с выбранной ёмкостью по формуле

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot 3,14159 \cdot \sqrt{0,33 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} = 61,84 \text{ Гц.}$$

Разница между требуемой и расчётной частотами мала, поэтому считаем расчёт законченным.

## 2.6 ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ФИЛЬТРА

Передачная функция находится как отношение комплекса напряжения на выходе фильтрующего четырёхполюсника к комплексу напряжения на входе

$$\dot{H}(\omega) = \frac{\dot{U}_2(\omega)}{\dot{U}_1(\omega)} = \frac{U_2}{U_1} e^{j(\psi_{u_2} - \psi_{u_1})} \quad (2.13)$$

В этой формуле выражение  $H(\omega) = U_2/U_1$  есть амплитудно-частотная характеристика (АЧХ); а выражение  $\varphi(\omega) = \psi_{u_2} - \psi_{u_1}$  – фазочастотная характеристика (ФЧХ).

Передачная функция цепи или амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) будет в показательной форме  $\dot{H}(\omega) = H(\omega)e^{-j\varphi(\omega)}$ , а в алгебраической –  $\dot{H}(\omega) = A(\omega) - jB(\omega)$ , где  $A(\omega) = H(\omega)\cos\varphi$  – вещественная частотная характеристика (ВЧХ);  $A(\omega) = jH(\omega)\sin\varphi$  – мнимая частотная характеристика (МЧХ).

В полосе прозрачности фильтров НЧ и ВЧ типов «К» и «п» коэффициент  $A(\omega)$  может быть как положительной, так и отрицательной величиной. Для положительной частоты передачная функция равна

$$\dot{H}(\omega) = H(\omega)e^{-j\varphi(\omega)} = H(\omega)[\cos\varphi - j\sin\varphi]$$

и для отрицательной частоты равна

$$\dot{H}(-\omega) = H(-\omega)e^{-j\varphi(-\omega)} = H(-\omega)[\cos\varphi + j\sin\varphi]$$

**Пример 2.2.** Для интегрирующего RC-контура (рис. 2.23) составить зависимости для определения АЧХ, ФЧХ, если  $R_1 = 20$  кОм;  $R_2 = 10$  кОм;  $C = 400$  пФ.

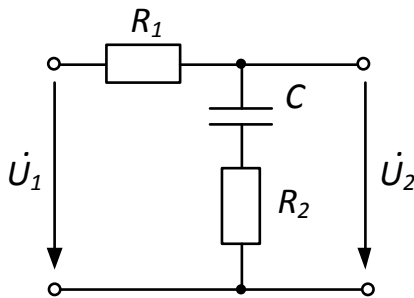


Рис. 2.23

**Решение.**

Определяем передаточную функцию Г-образного четырёхполюсника

$$\dot{H}(\omega) = \frac{\dot{U}_2(\omega)}{\dot{U}_1(\omega)}, \quad (2.14)$$

$$\text{где } \dot{U}_2(\omega) = i \left( R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right), \quad \dot{U}_1(\omega) = i \left( R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right).$$

Следовательно,

$$\dot{H}(\omega) = \frac{1 + j\omega CR_2}{1 + j\omega C(R_1 + R_2)} = \frac{1 + j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_2}, \quad (2.15)$$

где  $\tau_1 = CR_2 = 4 \cdot 10^{-5}$  с;  $\tau_2 = C(R_1 + R_2) = 12 \cdot 10^{-5}$  с – постоянные времени.

Для определения вещественной и мнимой частотных характеристик запишем передаточную функцию в алгебраической форме. Для этого умножим и разделим выражение (2.15) на комплексно-сопряжённый знаменатель, будем иметь:

$$\dot{H}(\omega) = \frac{(1 + j\omega\tau_1)(1 - j\omega\tau_2)}{(1 + j\omega\tau_2)(1 - j\omega\tau_2)} = \frac{1 + \omega^2\tau_1\tau_2}{1 + (\omega\tau_2)^2} + j \frac{\omega(\tau_1 - \tau_2)}{1 + (\omega\tau_2)^2} = A(\omega) + jB(\omega),$$

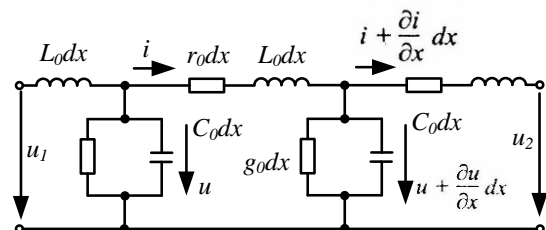
где  $A(\omega) = \frac{1 + \omega^2\tau_1\tau_2}{1 + (\omega\tau_2)^2}$  – ВЧХ;  $B(\omega) = \frac{\omega(\tau_1 - \tau_2)}{1 + (\omega\tau_2)^2}$  – МЧХ.

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) определяется по формуле

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{\omega(\tau_1 - \tau_2)}{1 + \omega^2 \cdot \tau_2 \cdot \tau_1};$$

**ГЛАВА 3**

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ  
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ  
ПАРАМЕТРАМИ**



### 3.1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Наряду с цепями с сосредоточенными  $R, L, C$  – параметрами широкое распространение имеют цепи, у которых электрические и магнитные поля распределены вдоль всей цепи, а также вдоль всей цепи происходит преобразование электромагнитной энергии в тепловую. Если электрические и магнитные поля распределены равномерно по всей цепи, то цепь считается *однородной*. Примерами цепей с распределенными параметрами являются ЛЭП (линия электропередачи), линия связи, информационные линии.

Распределенный характер элементов и конечная скорость распространения электромагнитной энергии означает, что в линии напряжение и ток являются функциями не только времени  $t$ , но и пространственной координаты  $x$  – удаления от одного из концов линии.

Зависимость токов и напряжений в линии от пространственных координат является основным признаком, который отличает длинные линии от других устройств системы связи.

Если возьмем в качестве примера двухпроводную линию передач. Приложив некоторое напряжение на входе линии и, продвигаясь вдоль нее, можно заметить, что напряжение между проводами и ток в проводах не остается одинаковым, а изменяются вдоль линии из-за токов утечки через гирлянды изоляторов и токов смещения. Кроме того провис проводов на длине пролета линии изменяет равномерность распределения их емкости и индуктивности.

В ряде случаев при рассмотрении физических процессов в длинной линии активными потерями пренебрегают, то есть допускают, что активное сопротивление и проводимость малы. В этом случае схема замещения линии состоит из элементов индуктивности и емкости между проводами. Такую схему называют схемой замещения линии без потерь.

### 3.2 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНИИ

Найдем зависимость напряжения  $u$  и тока  $i$  от времени  $t$  и расстояния  $x$ . На расстоянии  $x$  от начала линии выделен элемент длиной  $dx$ . Эквивалентная схема этого участка показана на рисунке 3.1. На схеме  $R_0$ ,  $L_0$ ,  $g_0$ ,  $C_0$  – удельные параметры линии. Если длина линии измеряется в километрах, то:

$R_0$  – продольное сопротивление единицы длины линии [Ом/км];

$L_0$  – индуктивность единицы длины линии [Гн/км];

$g_0$  – поперечная проводимость единицы длины линии [См/км];

$C_0$  – емкость единицы длины линии [Ф/км].

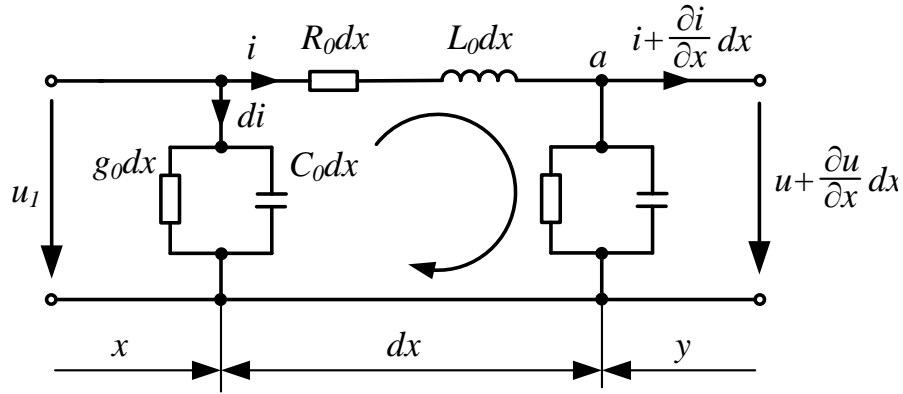


Рис. 3.1

Разобьем линию длиной  $l$  на бесконечно малые участки и рассмотрим участок  $dx$ , расположенный на расстоянии  $x$  от начала линии (рис. 3.1). На длине линии  $dx$  активное сопротивление  $R_0 \cdot dx$ , индуктивность –  $L_0 \cdot dx$ , проводимость утечки –  $g_0 \cdot dx$  и емкость –  $C_0 \cdot dx$ . Ток и напряжение в начале линии  $i$  и  $u$  для времени  $t$ . В результате утечки через поперечный элемент, ток в конце участка для того же момента времени равен  $i + \frac{\partial i}{\partial x} \cdot dx$ ; где  $\frac{\partial i}{\partial x}$  – скорость изменения тока в направлении  $x$ . Скорость, умноженная на расстояние  $dx$ , является приращением тока на пути  $dx$ . Аналогично и для напряжения, если в начале участка напряжение  $u$ , то в конце участка для того же момента времени напряжение равно

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx.$$

На рисунке 3.1 представлена  $\Gamma$  – образная схема замещения длинной линии с распределенными параметрами.

Для этой схемы уравнения по второму закону Кирхгофа для контура,

образованного участком линии длиной  $\mathbf{dx}$ , будем иметь

$$-u + R_0 \cdot dx \cdot i + L_0 \cdot dx \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx = 0$$

После упрощения и деления уравнения на  $\mathbf{dx}$  получим

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3.1)$$

Заметим, что уравнение (3.1) записано в частных производных, поскольку  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{i}$  являются функциями двух независимых переменных: времени  $\mathbf{t}$  и расстояния  $\mathbf{x}$ .

По первому закону Кирхгофа для схемы рисунка 3.1 будем иметь

$$i = di + \left( i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right).$$

Ток в поперечных элементах  $\mathbf{di}$  равен сумме токов, проходящих через проводимость  $\mathbf{g_0 \cdot dx}$  и емкость  $\mathbf{C_0 \cdot dx}$

$$di = \left( u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) \cdot g_0 dx + C_0 \cdot dx \frac{\partial}{\partial t} \cdot \left( u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right).$$

Пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, имеем

$$di = u \cdot g_0 dx + C_0 \cdot dx \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Упростив это выражение и поделив на  $dx$ , будем иметь

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (3.2)$$

Заметим, что (3.2) записано в частных производных, поскольку  $u$  и  $i$  являются функциями двух независимых переменных: времени  $t$  и расстояния  $x$ .

Уравнения (3.1) и (3.2) описывают процессы в линиях для мгновенных значений токов и напряжений (телеграфные уравнения). Их решения дает значения тока и напряжения в любой точке линии при любом характере изменения тока и напряжения во времени на зажимах линии и при любых электромагнитных процессах в ней – установившихся и переходных.

### 3.3 РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЛИНИИ ДЛЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ СИНУСОИДАЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Пусть напряжение и ток в начале линии изменяются по синусоидальному закону

$$\begin{aligned} u &= U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u), \\ i &= I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i). \end{aligned}$$

Воспользуемся комплексным методом для действующих значений напряжения и тока, тогда

$$\begin{aligned} u &\doteq \dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u}, \\ i &\doteq \dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i}. \end{aligned}$$

Подставим в уравнения (3.1) и (3.2) вместо  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{i}$  их отображения  $\dot{\mathbf{U}}$  и  $\dot{\mathbf{I}}$ , а производные  $\partial \mathbf{u} / \partial t$  и  $\partial \mathbf{i} / \partial t$  запишем как  $j\omega \dot{\mathbf{U}}$  и  $j\omega \dot{\mathbf{I}}$ . Тогда получим систему из двух уравнений в комплексной форме записи

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\dot{U}}{dx} &= (R_0 + j\omega L_0)\dot{I}; \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} &= (g_0 + j\omega C_0)\dot{U} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Заметим, что в этих уравнениях частные производные заменены обыкновенными, так как комплексные числа  $\dot{\mathbf{U}}$  и  $\dot{\mathbf{I}}$  являются только функциями от  $x$  и не зависят от времени  $t$ .

Решая эту систему уравнений сначала относительно  $\dot{\mathbf{U}}$ , а затем относительно  $\dot{\mathbf{I}}$ , после ряда простых преобразований получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} &= (R_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)\dot{U}; \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} &= (g_0 + j\omega C_0)(R_0 + j\omega L_0)\dot{I} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Для сокращения записи обозначим коэффициент при  $\dot{U}$  и  $\dot{I}$  через  $\gamma^2$ , то есть положим, что

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L)(g_0 + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (3.5)$$

Эта величина называется *коэффициентом распространения*. Действительная часть  $\alpha$  этого коэффициента называется коэффициентом затухания и измеряется в [Нп/км], мнимая часть этого коэффициента  $\beta$  – коэффициент фазы [град(рад)/км]. Коэффициенты  $\alpha > 0$  и  $\beta > 0$ . С учетом формулы (3.5) уравнения (3.4) приобретают следующий вид:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} - \gamma^2 \dot{U} = 0; \quad \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} - \gamma^2 \dot{I} = 0. \quad (3.6)$$

Это однородные дифференциальные уравнения второго порядка.

Поскольку уравнения (3.6) однородные, то для напряжения решение будет содержать только свободную составляющую, а принужденной – не будет. Показатель при экспонентах  $p_{1,2} = \pm \gamma$  находятся из решения характеристического уравнения

$$p^2 - \gamma^2 = 0 \quad (3.7)$$

Корни этого уравнения  $p_{1,2} = \pm \sqrt{\gamma^2}$ . Откуда  $p_1 = -\gamma$ ;  $p_2 = +\gamma$ .

Таким образом, решение уравнения (3.6) для комплексного напряжения имеет вид

$$\dot{U} = \underline{A}_1 e^{p_1 x} + \underline{A}_2 e^{p_2 x} = \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x} \quad (3.8)$$

Комплексный ток в линии  $\dot{I}$  получаем, подставив (3.8) в первое уравнение

(3.3)

$$\begin{aligned} i &= -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \cdot \frac{dU}{dx} = -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} \cdot \frac{d}{dx} (\underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x}) = \\ &= -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0} (-\gamma \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \gamma \underline{A}_2 e^{\gamma x}) = \frac{\gamma}{R_0 + j\omega L_0} \cdot (\underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{A}_2 e^{\gamma x}). \end{aligned}$$

Используя понятие о коэффициенте распространения (3.5) получаем

$$i = \sqrt{\frac{g_0 + j\omega C_0}{R_0 + j\omega L_0}} \cdot (\underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{A}_2 e^{\gamma x}). \quad (3.9)$$

Здесь коэффициент перед скобками представляет собой обратную величину так называемого *волнового сопротивления линии*

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}}, \text{ Ом} \quad (3.10)$$

С учетом (3.10) уравнение (3.9) имеет вид

$$i = \frac{1}{\underline{Z}_B} \cdot (\underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{A}_2 e^{\gamma x}). \quad (3.11)$$

Постоянные интегрирования  $\underline{A}_1$  и  $\underline{A}_2$  определяются из граничных условий.

В начале линии (при  $x = 0$ ) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}_1 e^{-\gamma 0} + \underline{A}_2 e^{\gamma 0} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2; \\ i_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_B} \cdot (\underline{A}_1 e^{-\gamma 0} - \underline{A}_2 e^{\gamma 0}) = \frac{1}{\underline{Z}_B} \cdot (\underline{A}_1 - \underline{A}_2). \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Решая эту систему уравнений получаем:

$$\underline{A}_1 = \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_B); \underline{A}_2 = \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_B) \quad (3.13)$$

Подставляя  $\underline{A}_1$  и  $\underline{A}_2$  из уравнения (3.13) в уравнение (3.8) и (3.11), окончательно получаем для тока и напряжения в любом месте  $x$  от начала линии

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_B) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_B) e^{\gamma x}; \\ \dot{I} &= \frac{1}{\underline{Z}_B} \left[ \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_B) e^{-\gamma x} - \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_B) e^{\gamma x} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

В ряде случаев уравнение длинной линии удобно выразить через гиперболические функции

$$\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = ch\gamma x; \quad \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = sh\gamma x.$$

Используя эти соотношения, получим выражения для напряжения и тока в любом месте  $x$  линии через гиперболический синус и косинус

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 \cdot ch\gamma x - \dot{I}_1 \underline{Z}_B sh\gamma x; \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 \cdot ch\gamma x - \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_B} sh\gamma x. \end{aligned} \quad (3.14, a)$$

При известных значениях тока и напряжения не в начале линии, а в конце ( $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ ) то удобно рассчитывать расстояние до любой точки линии ее конца по следующим формулам [1, 2]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_2 + i_2 \underline{Z}_B) e^{\gamma y} + \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_2 - i_2 \underline{Z}_B) e^{-\gamma y}; \\ i &= \frac{1}{\underline{Z}_B} \left[ \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_2 + i_2 \underline{Z}_B) e^{\gamma y} - \frac{1}{2} \cdot (\dot{U}_2 - i_2 \underline{Z}_B) e^{-\gamma y} \right]. \end{aligned} \right\} (3.15)$$

### 3.4 ПАДАЮЩАЯ И ОТРАЖЕННАЯ ВОЛНЫ ДЛИНА ВОЛНЫ ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ

Уравнение для напряжения в любой точке линии (3.3) состоит из двух слагаемых. Они представляют собой бегущие волны напряжений, причем первое слагаемое является падающей (прямой) волны, а второе слагаемое является отраженной (обратной) волной.

$$\dot{U} = \dot{U}_{\text{пад}} + \dot{U}_{\text{отр}} = \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x}$$

Рассмотрим первое слагаемое – напряжение падающей волны

$$\dot{U}_{\text{пад}} = \dot{U}_\varphi = \frac{1}{2} (\dot{U}_1 + i_1 \underline{Z}_B) = \dot{U}_\varphi \cdot e^{j\xi} \cdot e^{-\gamma x}. \quad (3.16)$$

Выражение, стоящее в скобках, представляет собой некоторое комплексное напряжение, которое в показательной форме имеет  $U_\varphi$  – модуль этого напряжения и  $\xi$  аргумент (начальная фаза) этого напряжения. Учитывая, что  $\gamma = \alpha + j\beta$ , имеем

$$\dot{U}_\varphi = \dot{U}_\varphi \cdot e^{j\xi} \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-\beta x} = U_\varphi \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{j(\xi - \beta x)}. \quad (3.17)$$

Переходя от комплексного числа к мгновенному значению напряжения (оригиналу), получаем для любой точки линии на расстоянии  $x$  от ее начала напряжение подающей волны, которое определяется по формуле

$$u_{\phi} = \sqrt{2}U_{\phi} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \text{Sin}(\omega t + \xi - \beta x). \quad (3.18)$$

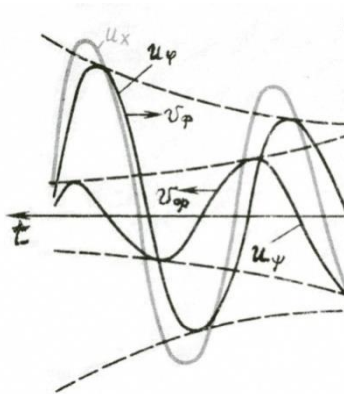


Рис 3.2

На рисунке 3.2 представлен график изменения напряжения волны  $u_{\phi}$  вдоль линии во времени, которое наглядно можно представить в виде бегущей волны. С течением времени  $t$  волна  $u_{\phi}$  перемещается от начала линии к ее концу и поэтому называется прямой или падающей волной. Вторая составляющая напряжения  $u_{\phi}$  (рис. 3.2) представляет собой отраженную волну, движущуюся от конца линии к ее началу с той же скоростью  $v_{\phi}$ . Мгновенное значение напряжения в каждой точке линии есть результат наложения двух бегущих волн – падающей и отраженной.

Напряжение отраженной волны  $U_{\text{отр}} = U_{\psi}$  для мгновенного значения будет

$$u_{\psi} = \sqrt{2}U_{\psi} \cdot e^{\alpha x} \cdot \text{Sin}(\omega t + \xi + \beta x). \quad (3.19)$$

Величина  $(\omega t \pm \beta x + \xi)$  называется фазой колебания. Фазовая скорость – это скорость, с которой нужно перемещаться вдоль линии, чтобы наблюдать постоянную фазу колебания. Множитель  $e^{-\alpha x}$  показывает, что по мере увеличения амплитуда синусоиды уменьшается (затухает), так как коэффициент  $\alpha$  всегда положителен. Скорость изменения амплитуды зависит от значения  $\alpha$ , и поэтому он называется коэффициентом затухания.

Расстояние между двумя точками линии, на котором фаза напряжения изменяется на  $2\pi$ , называется длиной волны  $\lambda$ .

Следовательно,  $2\pi = \beta\lambda$ , или

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (3.20)$$

Скорость распространения падающей волны напряжения вдоль линии определяется скоростью перемещения любой ее точки, фаза колебаний которой остается постоянной, то есть  $\omega t + \xi - \beta x = \mathbf{Cons}$ , тогда

$$\frac{d}{dt}(\omega t + \xi - \beta x) = 0 \quad \text{или} \quad \omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0$$

( $\xi = \mathbf{Cons}$ , не зависит от  $\mathbf{x}$ ). Здесь  $\frac{dx}{dt}$  - есть скорость изменения координаты  $\mathbf{x}$  во времени. Это и есть фазовая скорость волны  $v_\phi$ . Таким образом, для падающей волны выражение фазовой скорости

$$v_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}. \quad (3.21)$$

Для отраженной волны напряжения получим

$$v_\phi = -\omega/\beta. \quad (3.21, a)$$

Длина волны  $\lambda$  – расстояние, которое пройдет волна за период

$$\lambda = v_\phi \cdot T = \frac{v_\phi}{f} = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (3.22)$$

где  $f = \frac{1}{T}$  - циклическая частота синусоидального напряжения.

Если длина линии  $\ell \ll \lambda$ , то линию можно рассматривать как цепь с сосредоточенными параметрами. В этом случае линию можно представить *сосредоточенной емкостью* с величиной  $\mathbf{C} = \mathbf{C}_0 \ell$ .

Заметим, что отношение напряжения прямой волны  $\mathbf{U}_\phi$  к току  $\mathbf{I}_\phi$  прямой

волны в любой точке линии равно сопротивлению  $\underline{Z}_B$ , а отношение напряжения обратной волны  $\dot{U}_\psi$  к току  $\dot{I}_\psi$  обратной волны в любой точке линии равно  $-\underline{Z}_B$

$$\frac{\dot{U}_\varphi}{\dot{I}_\varphi} = \underline{Z}_B; \quad \frac{\dot{U}_\psi}{\dot{I}_\psi} = -\underline{Z}_B. \quad (3.23)$$

Физически в линии существуют только результирующие напряжение и ток, а разложение их на прямую и обратную волны является удобным приемом, облегчающим анализ процессов.

### 3.5 КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН

Наличие обратных волн есть результат отражения прямых волн от конца линии. Отношение напряжения отраженной волны к напряжению падающей волны в конце линии (при  $y = 0$ ) называют *коэффициентом отражения по напряжению*  $K_u$ , а отношение тока отраженной волны к току падающей волны называют *коэффициентом отражения по току*  $K_i$ .

$$K_u = \frac{\dot{U}_\psi}{\dot{U}_\varphi} = \frac{\underline{Z}_{\text{ПР}} - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_{\text{ПР}} + \underline{Z}_B}; \quad K_i = \frac{\dot{I}_\psi}{\dot{I}_\varphi} = -\frac{\underline{Z}_{\text{ПР}} - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_{\text{ПР}} + \underline{Z}_B} = -K_u, \quad (3.24)$$

где  $\underline{Z}_{\text{ПР}} = \dot{U}_2/\dot{I}_2$  – комплексное сопротивление приемника, подключенного к концу линии.

Если линия на конце разомкнута, то есть имеет режим холостого хода (XX), тогда  $\underline{Z}_{\text{ПР}} = \infty$ ;  $K_u = 1$  и  $K_i = -1$ . Следовательно, на конце линии падающая  $\dot{U}_{\varphi_2}$  и отраженная  $\dot{U}_\psi$  волны напряжения равны по значению и одинаковы по знаку, поэтому результирующее напряжение  $\dot{U}_2$  на конце линии оказывается в два раза больше напряжения падающей волны. Падающая  $\dot{I}_{\varphi_2}$  и отражен-

ная  $\dot{\mathbf{I}}_{\psi_2}$  волны тока равны по значению и противоположны по знаку, поэтому результирующий ток  $\dot{\mathbf{I}}_2$  на конце разомкнутой линии равен нулю.

При коротком замыкании (КЗ),  $\underline{\mathbf{Z}}_{\text{пр}} = \mathbf{0}$ ;  $\mathbf{K}_u = -\mathbf{1}$ ;  $\mathbf{K}_i = \mathbf{1}$ . При этом  $\dot{\mathbf{U}}_{\psi_2} = -\dot{\mathbf{U}}_{\varphi_2}$  и  $\dot{\mathbf{U}}_2 = \mathbf{0}$ , а  $\dot{\mathbf{I}}_{\psi_2} = \dot{\mathbf{I}}_{\varphi_2}$  и поэтому  $\dot{\mathbf{I}}_2 = 2 \cdot \dot{\mathbf{I}}_{\varphi_2}$ . При отсутствии обратной волны вся мощность, переносимая прямой волной к концу линии, поглощается приемником.

### 3.6 ЛИНИЯ БЕЗ ИСКАЖЕНИЯ

Линия, у которой сигналы на входе и выходе совпадают по форме, называется линией без искажения. Такие линии применяются для неискаженной передачи информации по линии, в частности телефонных разговоров. В таких линиях электромагнитные колебания разных частот распространяются с одинаковой фазовой скоростью, коэффициент затухания  $\alpha$  и волновое сопротивление  $\underline{\mathbf{Z}}_B$  не зависят от частоты. Если в линии соблюдается соотношение  $\mathbf{R}_0 \cdot \mathbf{C}_0 = \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{L}_0$ , то  $\nu_{\text{ф}}$  и  $\alpha$  не зависят от частоты, такая линия не имеет отраженных волн и называется линией без искажения. Работает в режиме согласования.

Коэффициент распространения у такой линии равен

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L) \cdot (g_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{R_0 g_0} \cdot \left(1 + j\omega \frac{1}{K}\right) = \alpha + j\beta, \quad (3.25)$$

где  $K = R_0/L_0 = g_0/C_0$ .

Коэффициент затухания  $\alpha$ , коэффициент фазы  $\beta$  и фазовая скорость  $v_\phi$  соответственно равны:

$$\alpha = \sqrt{R_0 g_0}; \quad \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}; \quad v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}. \quad (3.26)$$

Для получения линии без искажения применяют искусственную коррекцию первичных параметров. Очень просто это осуществляется коррекцией параметра  $L_0$  путем введения дополнительной индуктивности  $L_{\text{доп}}$  на единицу длины линии.

#### 4.7 ЛИНИЯ БЕЗ ПОТЕРЬ

Если  $\omega L_0 \gg R_0$  и  $C_0 \gg g_0$ , то наличием  $R_0$  и  $g_0$  можно пренебречь, и тогда  $\alpha = 0$  и  $\gamma = \alpha + j\beta = j\beta$ . На практике этим условиям соответствуют относительно короткие высокочастотные линии, то есть линии без потерь. Линия без потерь является линией без искажений. Гиперболические тригонометрические функции в этом случае переходят в круговые [1, 2]:

$$\operatorname{ch} \gamma \ell = \operatorname{Cos} \beta \ell \quad \text{и} \quad \operatorname{chy} \ell = j \operatorname{Sin} \beta \ell.$$

Уравнения линии в этом случае запишутся

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 \cdot \operatorname{Cos} \beta x - j \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_B \cdot \operatorname{Sin} \beta x, \\ \dot{i} &= -j \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_B} \cdot \operatorname{Sin} \beta x + \dot{I}_1 \cdot \operatorname{Cos} \beta x. \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Если заданы напряжения  $\dot{U}_2$  и ток  $\dot{I}_2$  в конце линии, то получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \cdot \text{Cos}\beta y + j\dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_B \cdot \text{Sin}\beta y, \\ \dot{I} &= j \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \text{Sin}\beta y + \dot{I}_2 \cdot \text{Cos}\beta y. \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

Для линии длиной  $\ell$  запишем

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \cdot \text{Cos}\beta \ell + j\dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_B \cdot \text{Sin}\beta \ell, \\ \dot{I}_1 &= j \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \text{Sin}\beta \ell + \dot{I}_2 \cdot \text{Cos}\beta \ell. \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

Рассмотрим частные режимы линии без потерь, при которых активная мощность в конце линии равна нулю ( $\mathbf{P} = \mathbf{0}$ ).

1. **Режим холостого хода:** сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_H = \infty$ , ток  $\dot{I}_2 = \mathbf{0}$ .

Уравнение линии запишутся

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \cdot \text{Cos}\beta y, \\ \dot{I} &= j \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \text{Sin}\beta y. \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

Из этих выражений видно, что в линии имеет место стоячие волны напряжения и тока. *Стоячей волной называется процесс, получающийся от наложения прямой и обратной волны с одинаковыми амплитудами.*

Так как  $\lambda = 2\pi/\beta$ , то  $\text{Cos}\beta y$  при значениях  $y = \mathbf{0}; \frac{\lambda}{2}; \lambda; \frac{3}{2}\lambda \dots$  обращается в  $\pm 1$ , а  $\text{Sin}\beta y$  в этих точках линии обращается в ноль. Значит, в этих точках линии

будут пучности напряжения и узлы тока. При значениях  $y = \frac{\lambda}{4}; \frac{3}{4}\lambda; \frac{5}{4}\lambda \dots$  имеют место узлы напряжения и пучности тока.

Картина распределения пучностей и узлов для модулей тока и напряжения при холостом ходе линии без потерь показана на рисунке 3.3, а.

Положив в выражениях (3.30)  $y = \ell$  и разделив первое уравнение на второе, запишем входное сопротивление линии без потерь в режиме холостого хода

$$\underline{Z}_{10} = \frac{\dot{U}_{10}}{i_{10}} = -jZ_B \cdot ctg\beta\ell. \quad (3.31)$$

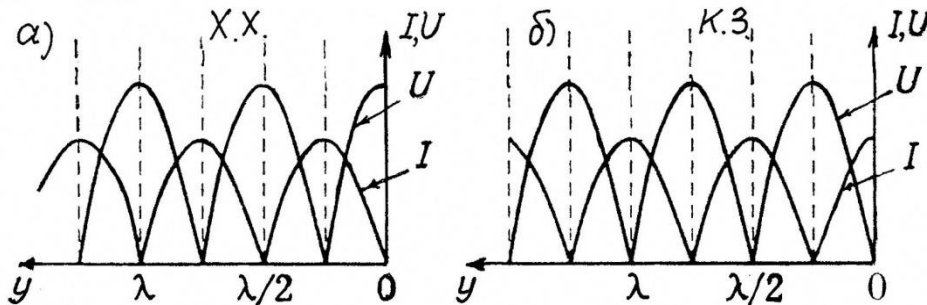


Рис 3.3

В выражении (3.31) волновое сопротивление является резистивным

$$Z_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}. \quad (3.32)$$

При длине линии  $0 < \ell < \frac{\lambda}{4}$  входное сопротивление имеет емкостный характер и изменяется по модулю от  $\infty$  при  $\ell = 0$  до  $0$  при  $\ell = \frac{\lambda}{4}$ . При длине линии  $\frac{\lambda}{4} < \ell < \frac{\lambda}{2}$  входное сопротивление имеет индуктивный характер и изменяется от  $0$  при  $\ell = \frac{\lambda}{4}$  до  $\infty$  при  $\ell = \frac{\lambda}{2}$ . Зависимость модуля входного сопротивления  $|Z_{10}|$  от расстояния  $y$  показана на рисунке 3.4, а.

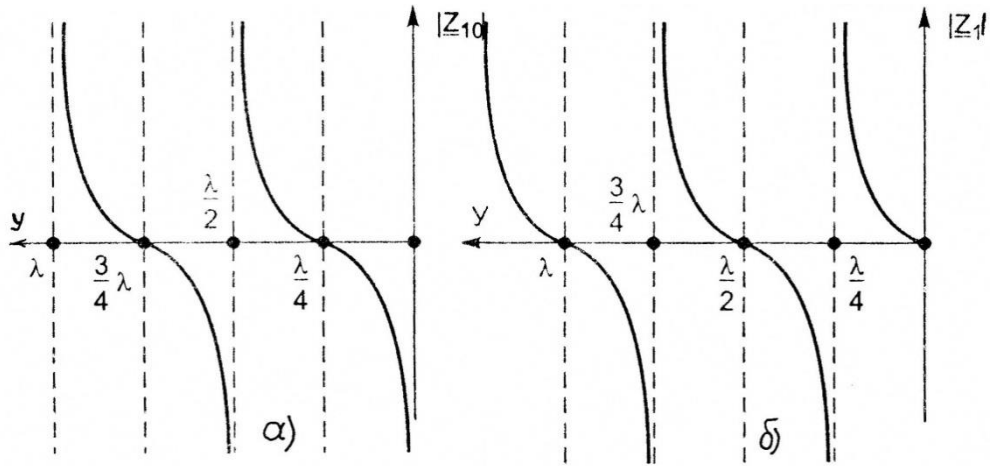


Рис 3.4

При длине  $l = \frac{\lambda}{4}; \frac{3}{4}\lambda; \frac{5}{4}\lambda \dots$  входное сопротивление разомкнутой линии равно нулю, что соответствует резонансу напряжений в схемах с сосредоточенными параметрами. При длине  $l = \frac{\lambda}{2}; \lambda; \frac{3}{2}\lambda, \dots$  входное сопротивление равно бесконечности, что соответствует резонансу токов в схемах с сосредоточенными параметрами. **Режим короткого замыкания** линии без потерь.

В этом режиме  $\dot{U}_2 = 0$ , ток в конце линии равен  $\dot{I}_{2K}$ . При этом уравнения линии в этом режиме будут

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= j\dot{I}_{2K}Z_B \cdot \sin\beta y, \\ \dot{I} &= \dot{I}_{2K} \cdot \cos\beta y. \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

Пучности тока и узлы напряжения имеют место при  $y = 0; \frac{\lambda}{2}; \lambda; \frac{3}{2}\lambda \dots$ , а узлы тока и пучности напряжения имеют место при  $y = \frac{\lambda}{4}; \frac{3}{4}\lambda; \frac{5}{4}\lambda \dots$  (рис. 3.3, б). Заметим, что узлы тока и узлы напряжения свидетельствуют об отсутствии передачи энергии от источника к приемнику. В линии имеют место стоячие волны. Эффект стоячих волн наблюдается также при нагрузке линии чисто реактивным сопротивлением. Во всех других случаях имеет место бегущие волны.

Входное сопротивление линии без потерь в режиме КЗ получим, разделив в (3.32) первое уравнение на второе

$$\underline{Z}_{1K} = jZ_B \cdot \operatorname{tg}\beta\ell \quad (3.34)$$

При  $0 < \ell < \frac{\lambda}{4}$  оно носит индуктивный характер и изменяется от  $0$  при  $\ell = 0$  до  $\infty$  при  $\ell = \frac{\lambda}{4}$ . При  $\frac{\lambda}{4} < \ell < \frac{\lambda}{2}$  оно носит емкостный характер и изменяется от  $\infty$  при  $\ell = \frac{\lambda}{4}$  до  $0$  при  $\ell = \frac{\lambda}{2}$ . Зависимость  $|\underline{Z}_{1K}|$  от расстояния  $\ell$  показана на рисунке 3.4, б. При длине  $\ell = K\frac{\lambda}{2}$ , где  $K = 0, 1, 2, \dots$ , входное сопротивление равно нулю, что соответствует резонансу напряжений в схемах с сосредоточенными параметрами. При длине  $\ell = K\frac{\lambda}{2}$ ,  $K = 0, 1, 2, \dots$ , входное сопротивление равно бесконечности, что соответствует резонансу токов в схемах с сосредоточенными параметрами. Режим стоячих волн имеет место в линиях без потерь также и при реактивной нагрузке.

## 2. Линия без потерь длиной $\ell = \lambda/4$ .

Если линия без потерь длиной  $\ell = \lambda/4$  нагружена на резистивное сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_H = r_H$ . А так как при этой длине  $\operatorname{Cos}\beta\ell = 0$  и  $j\operatorname{Sin}\beta\ell = j$ , то уравнения линии будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= j\dot{U}_2 \frac{Z_B}{r_H}, \\ \dot{I}_1 &= j\dot{I}_2 \frac{r_H}{Z_B}. \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

Эти уравнения подобны уравнениям трансформатора с коэффициентом трансформации, равным  $\frac{Z_B}{r_H}$ . Это свойство четвертьволновой линии используется для согласования генератора с приемником или для согласования линий.

### 3.8 АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПЬЮ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И ПАССИВНЫМ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОМ

Уравнения, записанные для линии с распределенными параметрами (3.29), идентичны уравнениям пассивного четырехполюсника. Для  $\mathbf{A}$  – формы записи четырехполюсника его коэффициенты  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  будут выражены через параметры цепи с распределенными параметрами посредством гиперболических функций

$$\underline{A} = \underline{D} = ch\gamma\ell; \underline{B} = \underline{Z}_B \cdot sh\gamma\ell; \underline{C} = \underline{Y}_B sh\gamma\ell \quad (3.36)$$

Формально это позволяет электрическую цепь с распределенными параметрами представить в виде эквивалентного четырехполюсника с сосредоточенными параметрами в отношении связи между входными и выходными токами и напряжением

Такая замена правомерна только в отношении связей между напряжениями и токами в начале и конце цепи и неприемлема для анализа физических процессов, происходящих в цепи с распределенными параметрами.

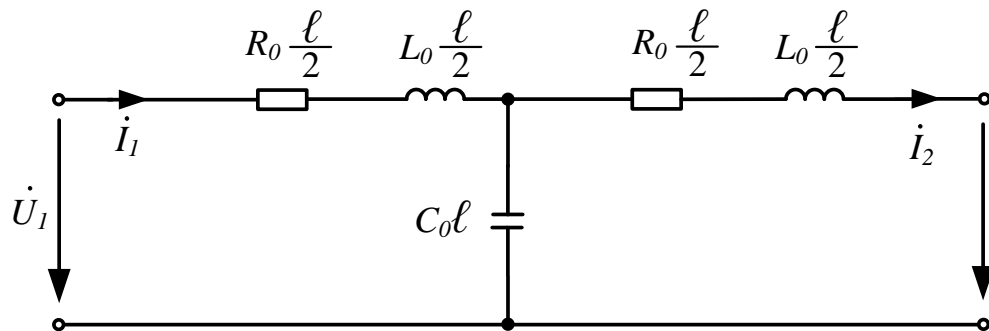


Рис. 3.5

Следует обратить внимание на то, что обратная эквивалентная замена четырехполюсника (рис. 3.5) электрической цепью с распределенными параметрами возможна тогда, когда полученное в результате расчета волновое сопротивление физически осуществимо. Например, если  $\underline{Z}_B$  окажется чисто мнимым, то это в реальных линиях физически неосуществимо.

**ПРИМЕР 3.1**

Найти фазовую скорость для воздушной двухпроводной ЛЭП с малыми потерями и длину электромагнитной волны при  $f = 50$  Гц.

**РЕШЕНИЕ**

Фазовая скорость  $v_\phi$  с которой нужно перемещаться вдоль линии, чтобы наблюдать одну и ту же фазу колебания находится по формуле  $v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}}$ ,

где  $\beta = \omega \sqrt{L_0 \cdot C_0}$  – коэффициент фазы на ед. длины линии.

Индуктивность ед. длины двухпроводной линии

$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{r},$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;

$d$  - расстояние между осями проводов;

$r$  - радиус каждого провода.

Емкость ед. длины воздушной двухпроводной линии

$$C_0 = \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{d}{r}}$$

где  $\varepsilon_0 = 1/(4\pi \cdot g \cdot 10^{-9})$  Ф/м – электрическая постоянная.

Фазовая скорость двухпроводной воздушной линии будет

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 8,86 \cdot 10^{-12}}} = 300000 \text{ км/с.}$$

Длина электромагнитной волны при частоте  $f = 50$  Гц будет

$$\lambda = \frac{v_{\phi}}{f} = v_{\phi} \cdot T = \frac{300000}{50} = 6000 \text{ км.}$$

### ПРИМЕР 3.2

Двухпроводная линия связи имеет следующие первичные параметры:  $R = 38,4 \text{ Ом/км}$ ;  $L = 88,4 \cdot 10^{-4} \text{ Гн/км}$ ;  $C = 5,12 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/км}$ ;  $g = 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ См/км}$ . Частота сигнала  $f = 800 \text{ Гц}$ .

Определить вторичные параметры линии: волновое сопротивление  $Z_B$  и коэффициент распространения  $\gamma$ .

### РЕШЕНИЕ

Волновое сопротивление определяется по формуле:

$$\begin{aligned} Z_e &= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{g + j\omega C}} = \sqrt{\frac{38,4 + j2\pi \cdot 800 \cdot 88,4 \cdot 10^{-4}}{0,05 \cdot 10^{-6} + j2\pi \cdot 800 \cdot 5,12 \cdot 10^{-9}}} = \\ &= \sqrt{\frac{38,4 + j44,5}{10^{-6} \cdot (0,05 + j25,7)}} = 1510e^{-j20,35^\circ} = (315 - j525) \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Коэффициент распространения определяется по формуле

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R + j\omega L)(g + j\omega C)} = \alpha + j\beta; \\ \gamma &= \sqrt{(38,4 + j44,5)[10^{-6} \cdot (0,05 + j25,7)]} = \\ &= \sqrt{58,8e^{j49,17^\circ} \cdot 10^{-6} \cdot 25,7e^{j89,87^\circ}} = 38,9 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j70^\circ} = \\ &= (13,6 \cdot 10^{-3} + j36,4 \cdot 10^{-3}) \text{ км}^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь коэффициент затухания  $\alpha = 13,6 \cdot 10^{-3} \text{ Нп/км}$ .

коэффициент фазы  $\beta = 36,4 \cdot 10^{-3} \text{ рад/км}$ .

### ПРИМЕР 3.3

В линии без потерь первичные параметры равны:  $L_0 = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ ;  $C_0 = 6,67 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/км}$ . Длина линии  $\ell = 5 \text{ м}$ . Линия нагружена потребителем с чисто активной нагрузкой  $\underline{Z}_{\text{ПР}} = 5Z_B$ . Напряжение на нагрузке  $U_2 = 10 \text{ В}$  при частоте  $f = 10^8 \text{ Гц}$ . Определить напряжение и ток в начале линии, а также входное сопротивление линии.

### РЕШЕНИЕ

Находим вторичные параметры:

- волновое сопротивление

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{1,67 \cdot 10^{-6}}{6,67 \cdot 10^{-12}}} = 500 \text{ Ом};$$

- коэффициент фазы

$$\beta = \omega \sqrt{L_0 \cdot C_0} = 2\pi \cdot 10^8 \sqrt{1,67 \cdot 10^{-6} \cdot 6,67 \cdot 10^{-12}} = 2,1 \text{ рад/м}.$$

Сопротивление потребителя равно

$$\underline{Z}_{\text{ПР}} = R_{\text{ПР}} = 5Z_B = 5 \cdot 500 = 2500 \text{ Ом}.$$

Комплексное напряжение в начале линии при расчете расстояния от конца, полагая  $y = \ell$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cdot \cos \beta \ell + j \dot{I}_2 \cdot \sin \beta \ell,$$

Здесь  $\dot{I}_2 = \dot{U}_2 / \underline{Z}_{\text{ПР}} = 10 / 2500 = 0,004 \text{ А}$ ;  $\beta \ell = 2,1 \cdot 5 = 10,5 \text{ рад} = 602^\circ$ ;  $\cos \beta \ell = 0,47$ ;  $\sin \beta \ell = -0,88$ .

Тогда

$$\dot{U}_1 = 10 \cdot (0,47) + j0,004 \cdot 500 \cdot (0,88) = (4,7 - j1,76) = 5,02 e^{j200^\circ}.$$

Аналогично определяется ток в начале линии

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 \cdot \cos \beta \ell + j \frac{\dot{U}}{Z_B} \cdot \sin \beta \ell = 0,004 \cdot (-0,47) + j 0,02 \cdot (-0,88) = \\ &= (-1,9 - j 1,8) \cdot 10^{-3} = 1,81 \cdot 10^{-3} e^{j 264^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

### 3.9 АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Переходные процессы на первом этапе изучения упрощаются, а именно рассматриваются процессы в однородных линиях без потерь, то есть при  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{g}_0 = \mathbf{0}$ . Практически это оправдано, поскольку реальные линии с распределенными параметрами, как правило, обладают относительно малыми потерями.

Изучение переходных процессов в линиях без потерь дает возможность качественно исследовать основные фрагменты процессов. В количественном отношении допущения  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{g}_0 = \mathbf{0}$  для начальных стадий переходного процесса существенного влияния не оказывает, однако для последующих стадий необходимо учитывать эти первичные параметры.

#### 3.9.1 Волновые уравнения и их решения

В электрических цепях с распределенными параметрами, к примеру в линиях электропередачи, обмотках электрических машин и так далее, возникновение переходных процессов обуславливается наряду с коммутацией еще и атмосферными разрядами.

Изменение тока и напряжения в цепях с распределенными параметрами в отличие от переходных процессов в цепях с сосредоточенными параметрами, происходит не одновременно во всех ее частях. Напряжение и ток вдоль цепи распространяются в виде «волн» со скоростью  $\mathbf{v} = 1/\sqrt{\mathbf{L}_0 \mathbf{C}}$ ; Для ЛЭП  $\mathbf{v} = 3 \cdot 10^5$  км/с, для кабельных линий  $\mathbf{v} = 1,5 \cdot 10^5$  км/с.

При таких скоростях распространения «волн» переходного процесса их длина составит  $\lambda = \mathbf{v}_\phi \mathbf{T} = \mathbf{v}_\phi / f = 6000$  км.

Поэтому, если длина ЛЭП и частота  $f$  будут таковы, что время перемещения волны по линии  $\mathbf{T} = \ell / \mathbf{v}$ , много меньше периода  $\mathbf{T}$ , например,  $\mathbf{t} \leq (3 \dots 2) \cdot 10^{-2} \mathbf{T}$ ,

то практически можно считать и при синусоидальных Э.Д.С., что в линии распространяются волны постоянной величины с фронтом, равным  $\mathbf{U}_m$ .

Наиболее характерным представителем электрической цепи с распределенными параметрами является ЛЭП, то анализ переходных процессов будет излагаться на ее примере с использованием уравнений (3.1; 3.2).

Пренебрегая активным сопротивлением линии  $\mathbf{R}_0$  и проводимостью изоляции  $\mathbf{g}_0$  с последующим их учетом при необходимости, имеем уравнения

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial \ell} &= L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial \ell} &= C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

Продифференцировав первое уравнение по  $\ell$ , а второе по  $t$  получим

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial^2 u}{\partial \ell^2} &= L_0 \frac{\partial^2 i}{\partial \ell \cdot \partial t}; \\ -\frac{\partial^2 i}{\partial \ell \cdot \partial t} &= C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

Откуда  $\frac{\partial^2 u}{\partial \ell^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  и с учетом фазовой скорости  $\mathbf{v} = 1/\sqrt{L_0 C}$  будем иметь

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \ell^2} = \frac{1}{v_\phi^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (3.39)$$

Аналогично продифференцировав первое уравнение системы (3.37) по  $t$ , а второе – по  $\ell$ , получим

$$\frac{\partial^2 i}{\partial \ell^2} = \frac{1}{v_\phi^2} \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (3.40)$$

Уравнения (3.39) и (3.40) – есть волновые уравнения, решение которых в общем виде может быть представлено соответственно

$$\left. \begin{aligned} u &= f_1 \left( t - \frac{\ell}{v_\phi} \right) + f_2 \left( t + \frac{\ell}{v_\phi} \right); \\ i &= f_3 \left( t - \frac{\ell}{v_\phi} \right) + f_4 \left( t + \frac{\ell}{v_\phi} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Введем следующие обозначения:  $f_1 \left( t_1 - \frac{\ell}{v_\phi} \right) = u_\varphi$ ;  $f_2 \left( t_2 + \frac{\ell}{v_\phi} \right) = u_\psi$ ;  $f_3 \left( t - \frac{\ell}{v_\phi} \right) = i_\varphi$ ;  $f_4 \left( t + \frac{\ell}{v_\phi} \right) = i_\psi$  и подставим в уравнение (3.41), система примет вид

$$\left. \begin{aligned} u &= u_\varphi + u_\psi; \\ i &= i_\varphi + i_\psi. \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

где  $u_\varphi$  и  $u_\psi$  – напряжение и ток падающей волны;

$i_\varphi$  и  $i_\psi$  – напряжение и ток отраженной волны.

### 3.9.2 Электрические схемы замещения для исследования волновых процессов

Анализ переходных процессов в длинных линиях удобно выполнять с использованием эквивалентных электрических схем замещения с сосредоточенными параметрами.

В этом случае анализ переходного процесса осуществляется классическим или операторным методом соответственно при источниках питания с напряжением, равным двойному значению напряжения падающей волны.

Действительно, поскольку напряжение  $u = u_\varphi + u_\psi$ , а ток  $i = i_\varphi + i_\psi$ , то данные соотношения будут справедливы и для нагрузки

$$\left. \begin{aligned} u_H &= u_\varphi + u_\psi; \\ i_H &= i_\varphi + i_\psi. \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

Ток подающей и отраженной волн можно выразить через закон Ома

$$\left. \begin{aligned} i_\varphi &= u_\varphi / Z_B; \\ i_\psi &= -u_\psi / Z_B. \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

Тогда система уравнений (3.43) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} u_H &= u_\varphi + u_\psi; \\ i_H \cdot Z_B &= u_\varphi - u_\psi. \end{aligned} \right\}$$

Совместное решение этих уравнений приводит к следующему уравнению

$$2u_\varphi = u_H + i_H \cdot Z_B. \quad (3.45)$$

Это уравнение связывает напряжение и ток в конце линии с напряжением падающей волны и ему соответствует электрическая схема замещения с сосредоточенными параметрами, представленная на рисунке 3.6.

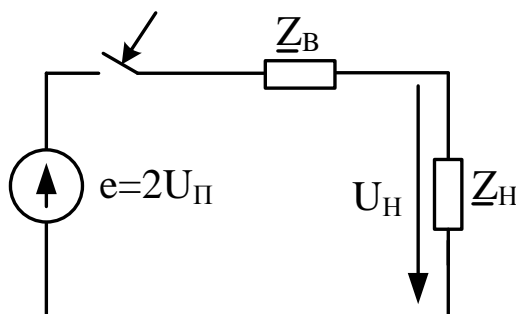


Рис. 3.6

Ток и напряжение переходного процесса падающей волны рассчитываются

исходя из представления их в виде суммы

$$\left. \begin{aligned} i_H &= i_{H\text{ ПР}} + i_{H\text{ СВ}}; \\ u_H &= u_{H\text{ ПР}} + u_{H\text{ СВ}}. \end{aligned} \right\}$$

Ток и напряжение переходного процесса отраженной волны вычисляются по формулам

$$\left. \begin{aligned} u_\psi(t) &= u_H(t) - u_\phi(t); \\ i_\psi(t) &= -\frac{u_\psi t}{Z_B}, \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

полученные при совместном решении уравнений (3.43) и (3.44).

### ПРИМЕР 3.4

Линия электропередачи ЛЭП – 220 кВ имеет протяженность 450 км. Параметры линии: нагрузка активно – индуктивная  $R = 40$  Ом,  $L = 0,1$  Гн; волновое сопротивление  $Z_B = 400$  Ом.

Входное напряжение  $u = 220000 \cdot \sin 314$  для времени, соответствующему моменту прихода волны к нагрузке.

Провести анализ переходного процесса в длинной линии с распределенными параметрами.

**РЕШЕНИЕ**

Время перемещения падающей волны от начала до конца линии составит

$$t = \frac{\ell}{v} = \frac{450}{3 \cdot 10^5} = 0,15 \cdot 10^{-2} \text{ с.}, \text{ а период } T = \frac{1}{f} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

Выполняется неравенство  $t < (3 \dots 2) \cdot 10^{-2} \text{ Т}$ . То есть время прохождения волны от одного конца линии до другого составляет ничтожную долю от периода переменного тока. Поэтому напряжение при включении линии и распространение вдоль нее практически не изменяется по величине. Его можно считать постоянным и равным амплитудному значению  $u = U_m = 220 \text{ кВ}$ .

Составляется эквивалентная схема замещения (рис. 3.7) с источником питания, напряжение которого равно  $2U_m$ .

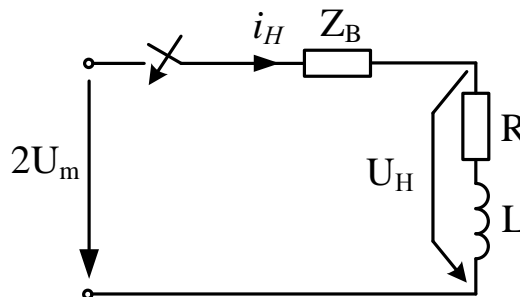


Рис. 3.7

Ток переходного процесса представляется как сумма токов падающей и отраженной волн

$$i_H = i_\varphi + i_\psi.$$

Рассчитываем переходный процесс падающей волны. Ток падающей волны записывается как сумма принужденной и свободной составляющих

$$i_\varphi = i_{\varphi_{\text{пр}}} + i_\varphi.$$

Принужденная составляющая  $i_{\varphi_{\text{пр}}} = \frac{2U_m}{Z_B + R} = \frac{2 \cdot 220}{400 + 40} = 1 \text{ кА}$ .

Свободная составляющая  $i_{\varphi_{\text{св}}} = A \cdot e^{pt}$ ,

где  $p$  – показатель затухания находится из характеристического уравнения

$$Z_B + R + pL = 0,$$

откуда

$$p = -\frac{Z_B + R}{L} = -\frac{400 + 40}{0,1} = -4400 \text{ с}^{-1}.$$

Постоянная интегрирования  $A$  вычисляется из начальных условий  $i_{\varphi}(0) = 0$  и закона коммутации

$$i_{\varphi}(0_+) = i_{\varphi}(0_-) = 0.$$

Таким образом  $i_{\varphi}(0) = i_{\varphi_{\text{пр}}}(0) + i_{\varphi_{\text{св}}}(0)$  преобразуется к виду

$$0 = \frac{2U_m}{Z_B + R} + A.$$

Откуда

$$A = -\frac{2U_m}{Z_B + R} = -\frac{2 \cdot 220}{400 + 40} = -1 \text{ кА}.$$

Свободная составляющая тока падающей волны

$$i_{\varphi_{\text{св}}} = A \cdot e^{pt} = -1 \cdot e^{-4400t} \text{ кА}.$$

Выражение тока переходного процесса падающей волны

$$i_{\varphi} = i_{\varphi_{\text{ПР}}} + i_{\varphi_{\text{СВ}}} = (1 - e^{-4400t}) \text{ кА.}$$

Выражение напряжения переходного процесса падающей волны определяется из второго закона Кирхгофа

$$2U_m = i_{\varphi} \cdot Z_B + u_{\varphi_{\text{Н}}},$$

откуда

$$\begin{aligned} u_{\varphi_{\text{Н}}} &= 2U_m - i_{\varphi} \cdot Z_B = \\ &= 2 \cdot 200 - 400(1 - e^{-4400t}) = (40 + 400 \cdot e^{-4400t}) \text{ кВ.} \end{aligned}$$

Переходной процесс отраженной волны будет следующий: напряжение отраженной волны

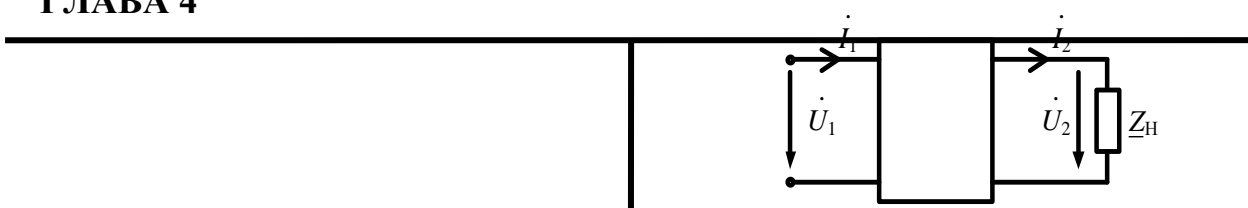
$$u_{\psi} = u_{\varphi_{\text{Н}}} - U_m = 40 + 400e^{-4400t} - 220 = (400e^{-4400t} - 180) \text{ кВ;}$$

ток отраженной волны

$$i_{\psi} = -\frac{u_{\psi}}{Z_B} = -\frac{1}{400}(400e^{-4400t} - 180) = (0,45 - e^{-4400t}) \text{ кА.}$$

Расчет выполнен в предположении, что падающая волна имеет прямоугольный импульс неизменной величины, равной  $U_m$ , и может быть использован для анализа процесса однократного отражения падающей волны.

## ГЛАВА 4



## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ ПО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКАМ И ФИЛЬТРАМ

---

---

### 4.1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Все теоретические выкладки в данном учебном пособии имеют пояснения, что позволяет студенту самостоятельно разобраться в их последовательности и оценить полученный результат. Много внимания уделяется в пособии выработке навыков практических расчетов четырехполюсников и электрических цепей с распределенными параметрами.

Для объективной оценки самостоятельной работы студента представлены в данной главе тестовые задачи по контролю усвоения им пройденного учебного материала. Материал разработан на основе государственных образовательных стандартов ВПО.

Тестовые задачи просты по содержанию и для ответа на многие из них не требуется каких-либо сложных вычислений. Необходимо просто ориентироваться в основных положениях изучаемых глав. После изучения четырёхполюсников студенту следует проверить качество учебного материала путём самотестирования.

Темы вопросов тестовых задач по четырёхполюсникам и фильтрам следующие:

- определение одного из четырёх параметров А-формы;
- определение напряжения или тока на входе (выходе) при известных напряжении и токе на выходе (входе);
- соотношения между А-параметрами и элементами схем замещения (Т-образная и П-образная схемы);

- характеристические параметры и их связь с параметрами А-формы записи уравнений;
- зоны прозрачности (пропускания) и зоны задержания фильтров;
- коэффициент передачи фильтра по току, напряжению, логарифмическая мера передачи, коэффициент затухания, коэффициент фазы фильтрующих четырёхполюсников;
- конструкции пассивных LC-фильтров;
- граничные частоты ФНЧ, ФВЧ, ППФ, ПЗФ.
- передаточная функция фильтрующих четырёхполюсников.

### **Вариант 1**

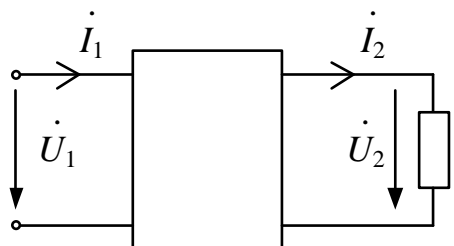
① Известны параметры пассивного четырёхполюсника:

$$\underline{B} = 4 + j20 \text{ Ом}; \quad \underline{C} = 1,5 \text{ См}; \quad \underline{D} = 2 + j15.$$

Определить параметр  $\underline{A}$ .

1	2	3	4	5
$1 + j0,196$	$2 - j0,196$	$3 + j0,23$	$2,5 - j0,25$	$1,5 + j0,31$

②

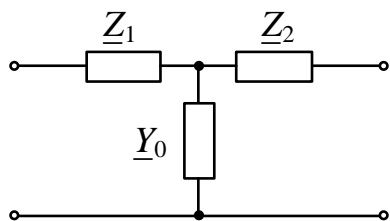


Дано:  $\underline{A} = 10$ ;  $\underline{B} = 5 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 2 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 8$ .

Определить  $\dot{I}_1$ , если  $\dot{U}_2 = 20 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_H = 5 \text{ Ом}$ .

1	2	3	4	5
82	84	142	190	72

③



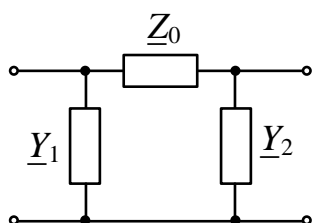
Параметры T-образного четырёхполюсника:

$\underline{Z}_1 = 6 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = 0,2 \text{ См}$ .

Определить параметр  $\underline{B}$ , A-формы записи уравнений четырёхполюсника

1	2	3	4	5
9,4	10,6	12,8	14,8	16,2

④

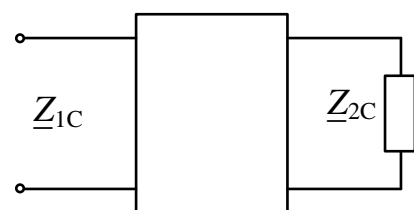


Для П-образного четырёхполюсника  $\underline{A} = 2$ ;  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ;

$\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 4$ . Определить проводимость  $\underline{Y}_2$  схемы замещения.

1	2	3	4	5
1,0	0,05	0,1	0,2	0,25

⑤



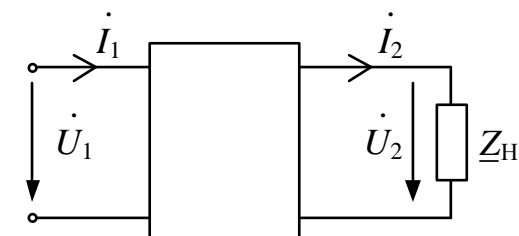
Параметры A-формы записи уравнений четырёхполюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 20 \text{ Ом}$ ;

$\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 2$ . Определить  $\underline{Z}_{1C}$ , Ом.

1	2	3	4	5
4,2	5,16	5,8	6,21	6,42

### Вариант 1

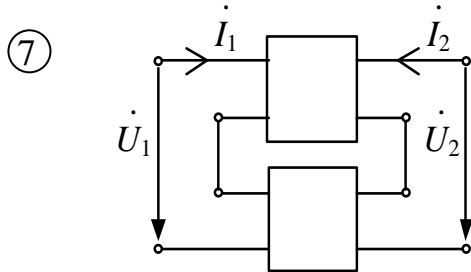
⑥



Четырёхполюсник согласован с нагрузкой:  $\underline{Z}_{1C} = 4 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_{2C} = 2 \text{ Ом}$ . Определить

$\dot{U}_1$ , если  $I_1 = 10 \text{ A}$ .

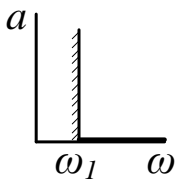
1	2	3	4	5
40	50	60	70	80



Указать способ соединения:

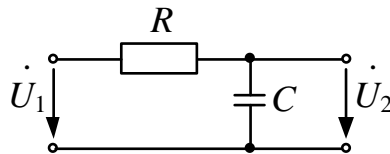
1. Каскадное;
2. Последовательное;
3. Параллельное;
4. Последовательно-параллельное;
5. Параллельно-последовательное.

⑧ Укажите тип фильтра по графику коэффициента затухания:

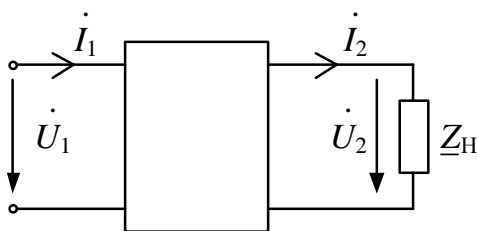


1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑨ Указать зависимость коэффициента затухания от частоты для пассивного RC-фильтра низкой частоты



1	2	3	4	5
$\ln \sqrt{1 + 1/\omega^2 C^2 R^2}$	$\sqrt{L/C}$	$\ln \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}$	$\ln(\dot{U}_1/\dot{U}_2)$	$\ln \sqrt{4 + (R\omega C - 1/\omega CR)^2}$



⑩ Определить зависимость фазо-частотной характеристики фильтра в рад., если  $\dot{U}_1 = 200e^{-j30^\circ}$ ;  $\dot{U}_2 = 50e^{-j60^\circ}$ .

1	2	3	4	5
0,452	0,523	-0,621	-0,523	0,621

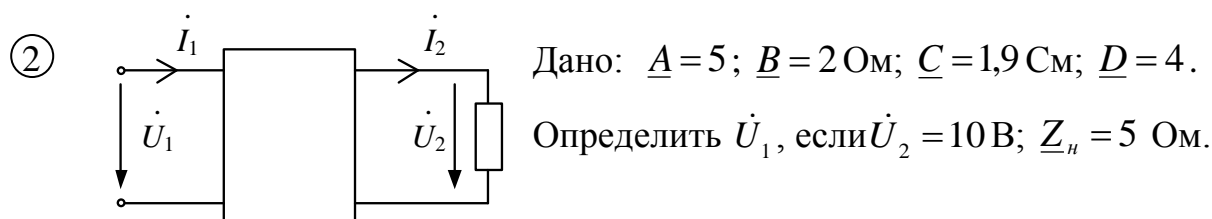
### Вариант 2

① Параметры пассивного четырехполюсника следующие:

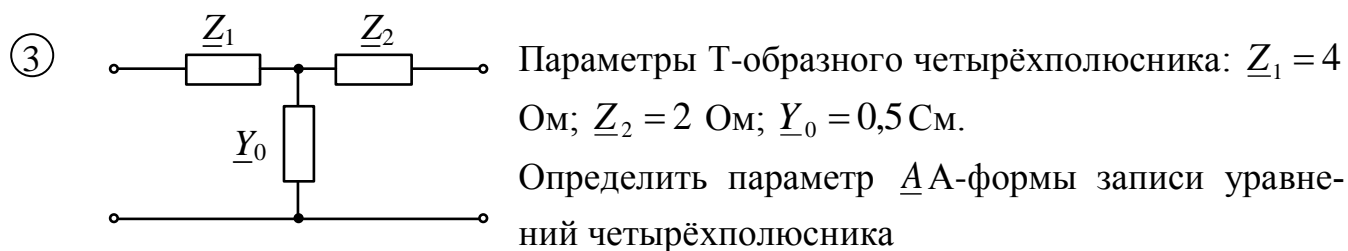
$$\underline{A} = 1 + j0,5; \quad \underline{C} = 0,5 \text{ См}; \quad \underline{B} = 0,5 + j1 \text{ Ом}.$$

Определить параметр  $\underline{D}$ .

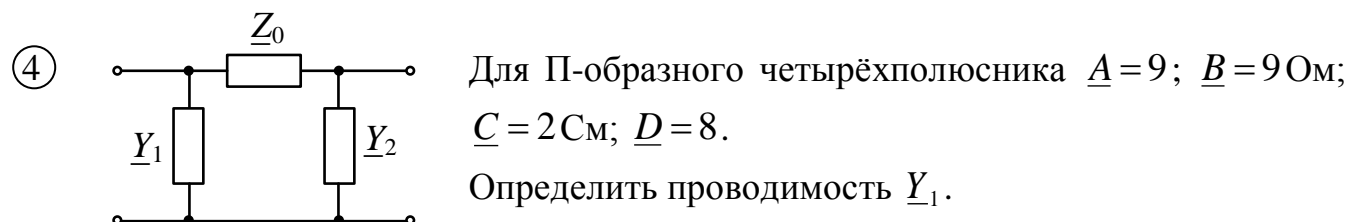
1	2	3	4	5
0,5	1	$1 + j0,5$	2	$1 - j0,5$



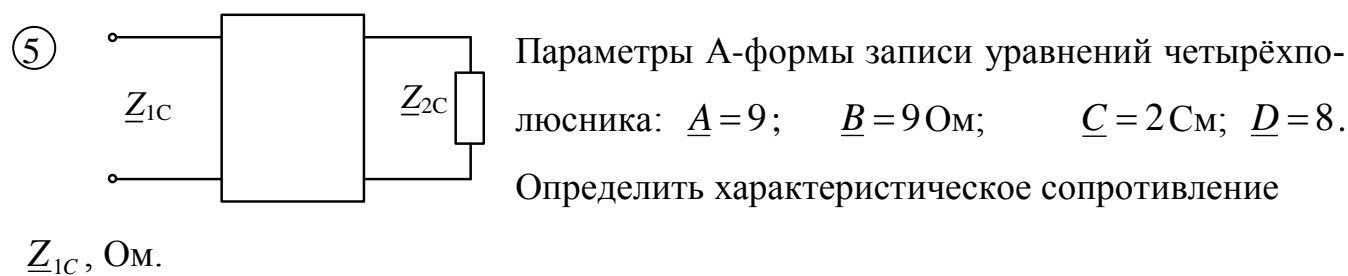
1	2	3	4	5
20	40	60	54	78



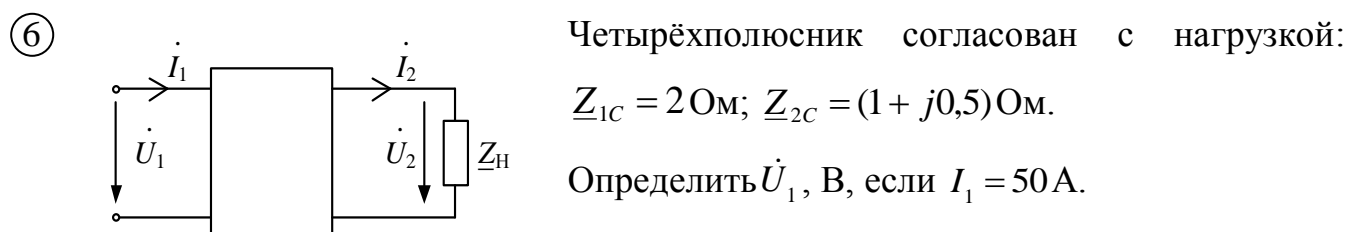
1	2	3	4	5
2	1,5	5	6	8



1	2	3	4	5
0,15 См	0,3 См	0,25 См	0,5 См	0,6 См

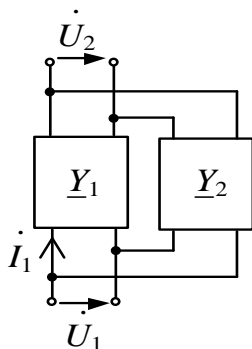


1	2	3	4	5
1,68	2,25	4,25	6,25	3,38

**Вариант 2**

1	2	3	4	5
250	350	300	100	200

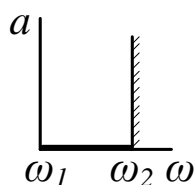
⑦



Указать способ соединения:

1. Последовательное.
2. Параллельное.
3. Каскадное.
4. Последовательно-параллельное.
5. Параллельно-последовательное.

⑧ Укажите график коэффициента затухания фильтра (ФНЧ)



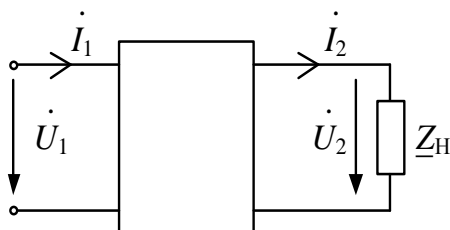
1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑨ Указать зависимость коэффициента затухания от частоты для высокочастотного фильтра типа RC

- а)  $\ln \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}$       в)  $\ln \sqrt{4 + (R\omega C - 1/\omega CR)^2}$       д)  $\ln(\dot{U}_1 / \dot{U}_2)$   
 б)  $\ln \sqrt{1 + 1/\omega^2 C^2 R^2}$       г)  $\sqrt{L/C}$

1	2	3	4	5
а	б	в	г	д

⑩



Определить зависимость амплитудно-частотной характеристики фильтра, если

$$\dot{U}_1 = 200e^{-j30^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_2 = 50e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

1	2	3	4	5
0,25(ω)	0,5(ω)	2(ω)	4(ω)	5(ω)

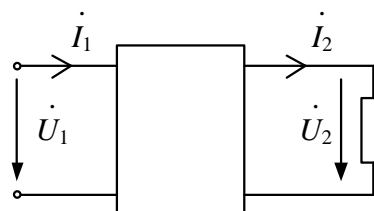
### Вариант 3

① Известны параметры пассивного четырёхполюсника:

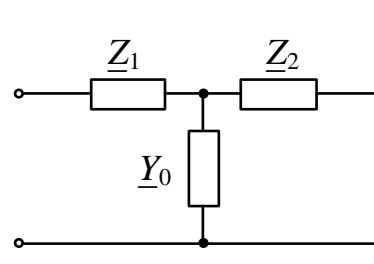
$$\underline{B} = 5 + j1,5 \text{ Ом}; \quad \underline{C} = 1,5 \text{ См}; \quad \underline{D} = 3 + j1,5.$$

Определить параметр  $\underline{A}$ .

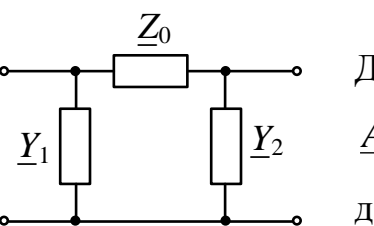
1	2	3	4	5
0,75	3	4	$3,4 - j0,5$	$3 + j5$

②  Дано:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 2 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 6$ .  
Определить  $\dot{I}_1$ , А, если  $\dot{U}_2 = 15 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_H = 5 \text{ Ом}$ .

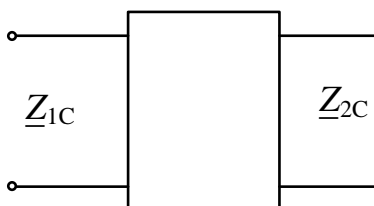
1	2	3	4	5
15	30	40,5	50	50,5

③  Параметры Т-образного четырёхполюсника:  
 $\underline{Z}_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = 6 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = 0,5 \text{ См}$ .  
Определить параметр  $\underline{B}$ , Ом, А-формы записи уравнений четырёхполюсника

1	2	3	4	5
10	14	20	24	30

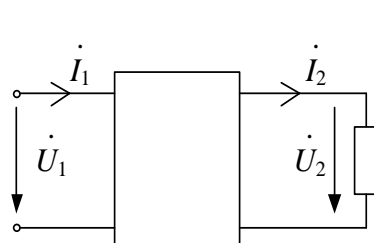
④  Для П-образной схемы четырёхполюсника имеется  
 $\underline{A} = 6$ ;  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 4$ . Определить проводимость  $\underline{Y}_2$ , См.

1	2	3	4	5
0,1	0,5	0,6	0,8	1,0

⑤  Параметры А-формы записи уравнений четырёхполюсника:  $\underline{A} = 2$ ;  $\underline{B} = 4 \text{ Ом}$ ;  
 $\underline{C} = 0,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 6$ . Определить  $\underline{Z}_{1C}$ , Ом.

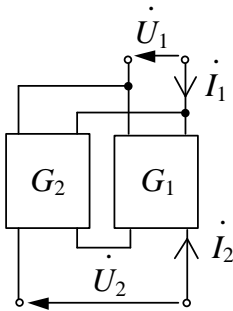
1	2	3	4	5
1,63	1,95	2,05	2,31	2,58

### Вариант 3

⑥  Четырёхполюсник согласован с нагрузкой  
 $\underline{Z}_{1C} = 3,5 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_{2C} = 2,15 \text{ Ом}$ .  
Определить ток  $\dot{I}_1$ , А, если  $\dot{U}_1 = 10,5 \text{ В}$ .

1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

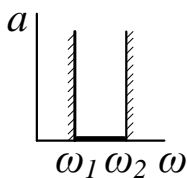
⑦



Указать способ соединения:

1. Последовательное.
2. Параллельное.
3. Каскадное.
4. Последовательно-параллельное.
5. Параллельно-последовательное.

⑧ Укажите тип фильтра по зависимости коэффициента затухания от частоты



1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑨ Напряжения и токи на входе и выходе четырёхполюсника, согласованного с нагрузкой:

$$\dot{U}_1 = 200e^{j80^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_2 = 80e^{j30^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I}_1 = 6e^{j30^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}_2 = 3e^{j15^\circ} \text{ А}.$$

Определить коэффициент фазы, (град).

1	2	3	4	5
28	42,5	30,2	32,5	40

⑩ Найти передаточную функцию фильтрующего четырёхполюсника, если

$$\dot{U}_1 = 50e^{j42^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_2 = 300e^{j70^\circ} \text{ В}.$$

1	2	3	4	5
$6e^{j112^\circ}$	$0,16e^{j112^\circ}$	$6e^{j28^\circ}$	$6e^{-j28^\circ}$	$0,16e^{j28^\circ}$

**Вариант 4**

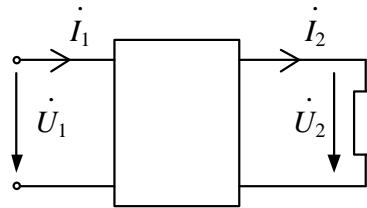
① Известны параметры пассивного четырёхполюсника:

$$\underline{B} = 1,5 + j2 \text{ Ом}; \quad \underline{C} = j0,5 \text{ См}; \quad \underline{D} = 5.$$

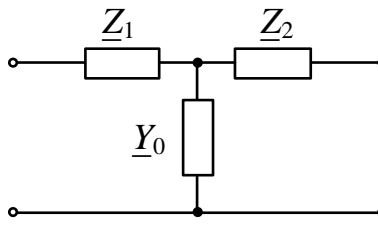
Определить параметр  $\underline{A}$ .

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

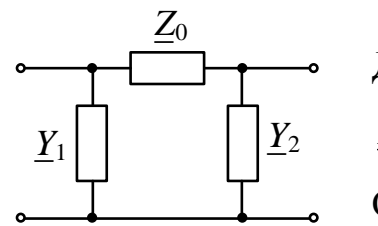
$j0,45$	$1 + j0,5$	$j0,5$	$2 + j0,5$	$2 - j0,5$
---------	------------	--------	------------	------------

②  Дано:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 1,5 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 6$ .  
 Определить  $\underline{I}_1$ , А, если  $\underline{U}_2 = 20 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_H = 5 \text{ Ом}$ .

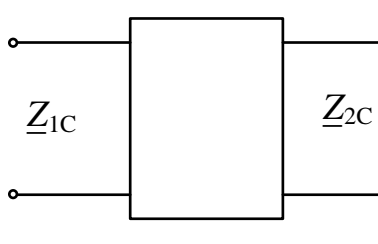
1	2	3	4	5
32	44	50	56	60

③  Для Т-образной схемы четырёхполюсника:  
 $\underline{Z}_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = 0,5 \text{ См}$ .  
 Определить параметр  $\underline{D}$  А-формы записи уравнений четырёхполюсника

1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

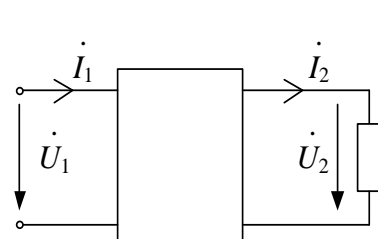
④  Для П-образной схемы четырёхполюсника:  
 $\underline{A} = 6$ ;  $\underline{B} = 8 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 5$ .  
 Определить сопротивление  $\underline{Z}_0$ , Ом.

1	2	3	4	5
5	6	7	8	9

⑤  Параметры А-формы записи уравнений четырёхполюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 0,5$ .  
 Определить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{2C}$ , Ом.

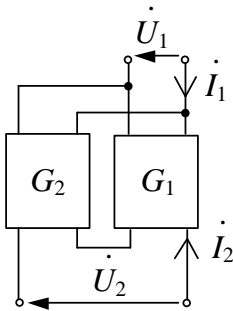
1	2	3	4	5
0,39	1,25	0,35	0,45	0,91

#### Вариант 4

⑥  Симметричный четырёхполюсник согласован с нагрузкой.  
 Найти  $\underline{Z}_H$ , Ом, если  $\underline{U}_2 = 200 \text{ В}$ ,  $\underline{I}_2 = 5 \text{ А}$ .

1	2	3	4	5
10	20	30	40	50

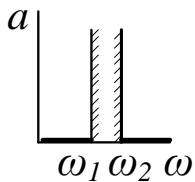
⑦



Указать способ соединения:

1. Каскадное.
2. Последовательное.
3. Параллельное.
4. Последовательно-параллельное.
5. Параллельно-последовательное.

⑧ Укажите тип фильтра по зависимости коэффициента затухания от частоты



1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ).
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ).
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ).
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ).
5. Полиномиальный фильтр.

⑨ Указать тип RC-фильтра по зависимости коэффициента затухания от частоты  $a(\omega)$ 

$$a = \ln \sqrt{4 + \left[ R\omega C - \frac{1}{\omega CR} \right]^2}$$

1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ).
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ).
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ).
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ).
5. Полиномиальный фильтр.

⑩ Найти амплитудную-фазочастотную характеристику (АФЧХ) фильтрующего четырёхполюсника, если  $\dot{U}_1 = 200e^{j70^\circ}$  В;  $\dot{U}_2 = 500e^{j25^\circ}$  В.

1	2	3	4	5
$2,5e^{j95^\circ}$	$2,5e^{-j45^\circ}$	$2,5e^{j45^\circ}$	$0,4e^{j45^\circ}$	$0,4e^{j95^\circ}$

**Вариант 5**

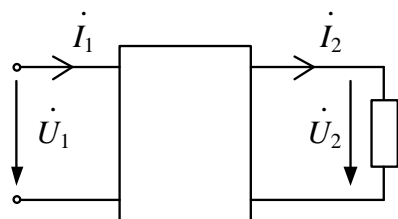
① Параметры пассивного четырёхполюсника:

$$\underline{A} = 4; \underline{B} = 4 + j6 \text{ Ом}; \underline{D} = 1 + j1,5.$$

Определить параметр  $\underline{C}$ , См.

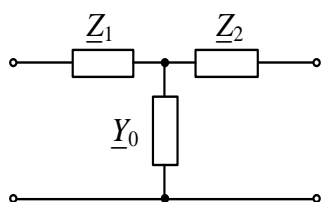
1	2	3	4	5
0,5	$2 + j3$	1	$4 - j10$	$2 + j4,5$

②

Дано:  $\underline{A} = 5$ ;  $\underline{B} = 15 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 4$ .Определить  $\dot{U}_2$ , если  $\dot{U}_1 = 100 \text{ В}$ ;  $\dot{I}_1 = 2 \text{ А}$ .

1	2	3	4	5
10	19,5	20	29,5	74

③

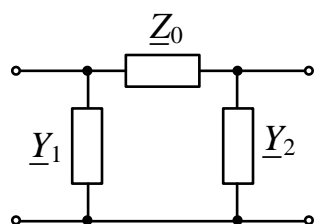


Дана T-образная схема замещения четырёхполюсника.

Определить сопротивление  $\underline{Z}_1$ , Ом, если $\underline{A} = 4$ ,  $\underline{B} = 8 \text{ Ом}$ ,  $\underline{C} = 0,5 \text{ См}$ ,  $\underline{D} = 6$ .

1	2	3	4	5
2	3	4	5	6

④

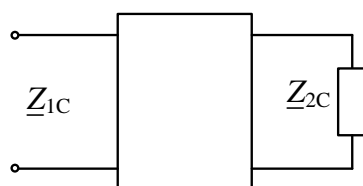


Π-образная схема замещения четырёхполюсника

имеет параметры  $\underline{Z}_0 = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_1 = 0,5 \text{ См}$ ; $\underline{Y}_2 = 0,4 \text{ См}$ . Определить параметр  $\underline{A}$  A-формы записи уравнений четырёхполюсника.

1	2	3	4	5
3	4	5	6	7

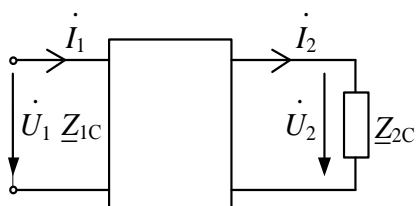
⑤

Даны A-параметры четырёхполюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 8 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 0,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 6$ . Определить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{1C}$ , Ом.

1	2	3	4	5
1,68	2,25	4,25	6,25	3,38

**Вариант 5**

⑥



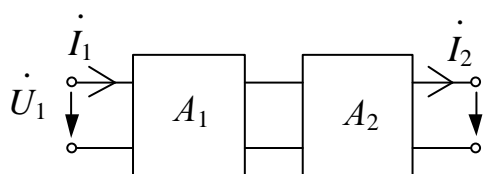
Дан четырехполюсник, работающий в режиме согласованного включения.

Характеристические сопротивления  $\underline{Z}_{1C}$  и  $\underline{Z}_{2C}$ .Чему равно отношение  $\dot{U}_2 / \dot{I}_2 = ?$ 

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

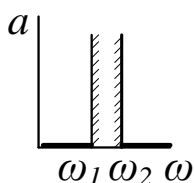
$0,5 \cdot \underline{Z}_{2C}$	$1,5 \cdot \underline{Z}_{2C}$	$\underline{Z}_{2C}$	$0,5 \cdot \underline{Z}_{1C}$	$\underline{Z}_{1C}$
--------------------------------	--------------------------------	----------------------	--------------------------------	----------------------

⑦ Указать способ соединения:



1. Последовательное.
2. Параллельное.
3. Каскадное.
4. Последовательно-параллельное.
5. Параллельно-последовательное.

⑧ Укажите тип фильтра по графику коэффициента затухания



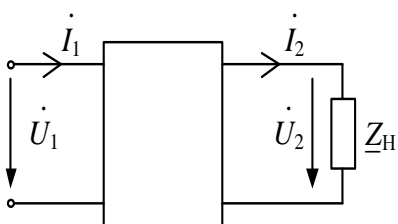
1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑨ Указать тип LC-фильтра, если зона прозрачности находится в диапазоне частот

от 0 до  $\omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ .

1. Низкочастотный фильтр.
2. Высокочастотный фильтр.
3. Полосно-пропускающий фильтр.
4. Полосно-задерживающий фильтр.
5. Полиномиальный фильтр.

⑩ Симметричный четырехполюсник согласован с нагрузкой:  $\dot{U}_1 = 200e^{-j30^\circ}$  В;  $\dot{I}_2 = 10$  А.  
Определить коэффициент фазы  $\beta$ , рад, если  $\underline{Z}_H = 8e^{-j60^\circ}$  Ом.



1	2	3	4	5
0,285	0,523	0,615	0,718	0,805

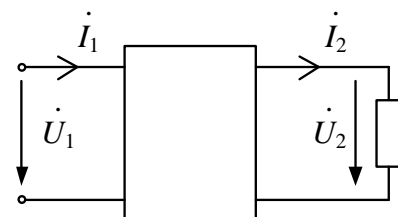
### Вариант 6

① Известны параметры пассивного четырёхполюсника:

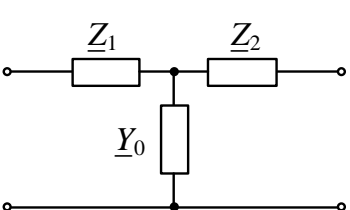
$$\underline{A} = 2; \underline{B} = 2 + j10 \text{ Ом}; \underline{C} = 0,5 \text{ См}.$$

Определить параметр  $\underline{D}$ .

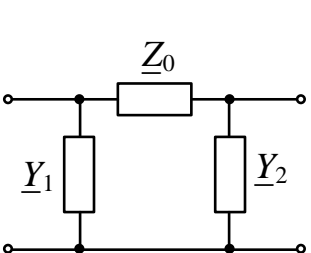
1	2	3	4	5
$1 + j2,5$	2	$2 - j2,5$	2,5	$2 + j5$

②  Параметры пассивного четырёхполюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 15 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 5$ .  
Определить  $\dot{I}_2$ , А, если  $\dot{U}_1 = 50 \text{ В}$ ;  $\dot{I}_1 = 2 \text{ А}$ .

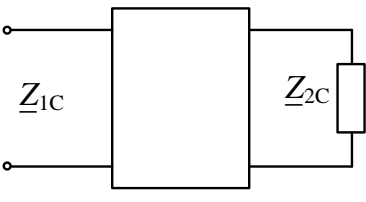
1	2	3	4	5
4	5	6,8	8,4	9,2

③  Для Т-образной схемы замещения четырёхполюсника определить сопротивление  $\underline{Z}_2$ , Ом, если  $\underline{A} = 4$ ,  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ,  $\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ,  $\underline{D} = 7$ .

1	2	3	4	5
6	5	2	3	4

④  Для П-образной схемы замещения четырёхполюсника дано:  $\underline{Z}_0 = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_1 = 0,2 \text{ См}$ ;  $\underline{Y}_2 = 0,6 \text{ См}$ . Определить параметр  $\underline{B}$  А-формы записи уравнений четырёхполюсника.

1	2	3	4	5
4	8	10	12	0

⑤  Даны А-параметры четырёхполюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 8 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 0,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 4$ . Определить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{2C}$ , Ом.

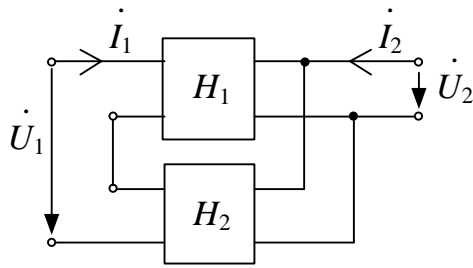
1	2	3	4	5
2	3	6	4	5

### Вариант 6

⑥ Четырёхполюсник работает в режиме согласованного включения. Чему равно отношение  $\dot{U}_1 / \dot{I}_1$  на входных зажимах четырёхполюсника?

1	2	3	4	5
2	3	6	4	5

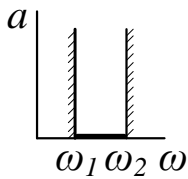
7



Указать способ соединения:

1. Последовательное.
2. Параллельное.
3. Каскадное.
4. Последовательно-параллельное.
5. Параллельно-последовательное.

8 Укажите тип фильтра по графику коэффициента затухания:

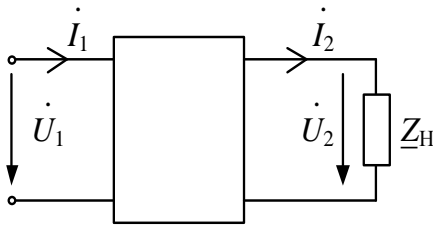


1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ).
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ).
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ).
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ).
5. Полиномиальный фильтр.

9 Зона прозрачности RC-фильтра находится в диапазоне от  $\omega_1 = \frac{1}{RC}$  до  $\infty$ . Укажите зависимость  $a(\omega)$ ?

1	2	3	4	5
$\ln \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}$	$\ln \sqrt{4 + \left( R\omega C - \frac{1}{\omega CR} \right)^2}$	$\ln \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)$	$\frac{1}{1 - j\omega RC}$	$\ln \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}$

10



Симметричный четырехполосник согласован с нагрузкой:  $\dot{U}_1 = 100e^{j60^\circ}$  В;  $\dot{I}_1 = 20e^{-j63^\circ}$  А;  $\dot{U}_2 = 60e^{j42^\circ}$  В. Определить коэффициент фазы  $\beta$ , рад, если  $\underline{Z}_H = 5e^{j30^\circ}$  Ом.

1	2	3	4	5
0,8	0,7	0,4	0,5	0,6

**Вариант 7**

1 Известны параметры пассивного четырёхполосника:

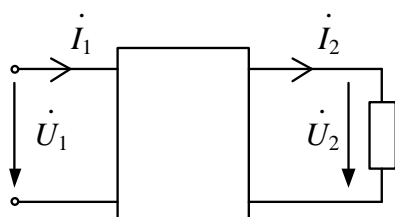
$$\underline{A} = 5 + j0,5; \underline{B} = 1 + j0,5 \text{ Ом}; \underline{D} = 5.$$

Определить параметр  $\underline{C}$ , См.

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

5	$5 - j0,5$	$10 + j5$	$18 - j5,4$	$19,3 - j9,4$
---	------------	-----------	-------------	---------------

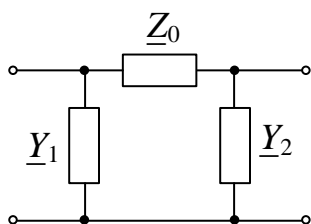
②



Известны параметры симметричного четырёхполюсника:  $\underline{A} = \underline{D} = 6$ ;  $\underline{B} = 25 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 0,5 \text{ См}$ . Определить  $\dot{U}_1$ , В, если  $\dot{U}_2 = 10 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_н = 5 \text{ Ом}$ .

1	2	3	4	5
80	90	100	110	120

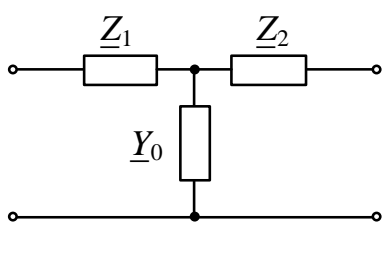
③



Дана  $\Pi$ -образная схема замещения четырёхполюсника, элементы которого равны:  $\underline{Z}_0 = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_1 = 0,2 \text{ См}$ ;  $\underline{Y}_2 = 0,6 \text{ См}$ . Определить параметр  $\underline{C}$ , См, А-формы записи уравнений четырёхполюсника

1	2	3	4	5
2	3	4	5	6

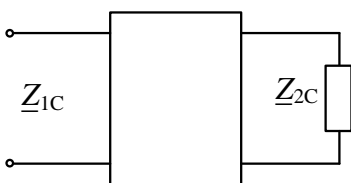
④



Дана T-образная схема замещения четырёхполюсника, параметры А-формы записи уравнений равны:  $\underline{A} = 6$ ,  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ,  $\underline{C} = 1,1 \text{ См}$ ,  $\underline{D} = 2$ . Определить  $\underline{Y}_0$ , См.

1	2	3	4	5
0,1	1,0	1,1	1,6	1,8

⑤



ка:

Даны А-параметры симметричного четырёхполюсника:  $\underline{A} = \underline{D} = 5$ ;  $\underline{B} = 24 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ; Определить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{1C}$ , Ом.

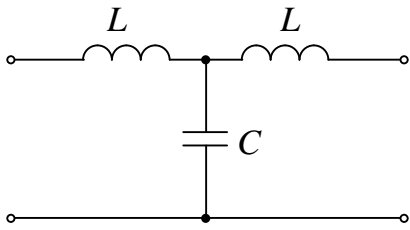
1	2	3	4	5
3,12	3,8	4,3	4,9	5,2

### Вариант 7

⑥ При согласованном режиме работы четырёхполюсника, определить отношение  $\underline{Z}_{вх} / \underline{Z}_{вых}$  через характеристические сопротивления  $\underline{Z}_{1C}$  и  $\underline{Z}_{2C}$

1	2	3	4	5
$0,5 \cdot \underline{Z}_{1C} / \underline{Z}_{2C}$	$\underline{Z}_{1C} / \underline{Z}_{2C}$	$0,5 \cdot \underline{Z}_{2C} / \underline{Z}_{1C}$	$1,5 \cdot \underline{Z}_{1C} / \underline{Z}_{2C}$	$\underline{Z}_{2C} / \underline{Z}_{1C}$

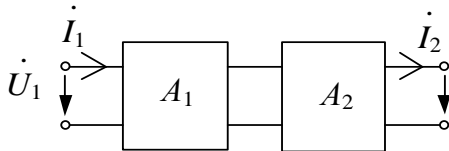
⑦



Указать тип LC-фильтра:

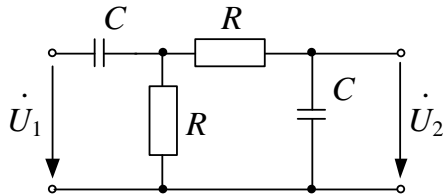
1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑧ Указать способ соединения:



1. Каскадное.
2. Последовательное.
3. Параллельное.
4. Последовательно-параллельное.
5. Параллельно-последовательное.

⑨



Представлена схема полосно-пропускающего RC-фильтра.

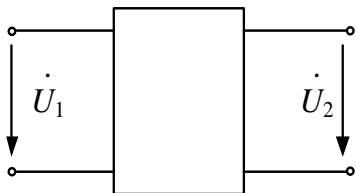
Зависимость коэффициента затухания

$$\alpha(\omega) = \ln(U_1 / U_2).$$

Чему равно минимальное значение коэффициента затухания, Нп?

1	2	3	4	5
0	0,154	0,343	0,686	0,942

⑩



Определить передаточную функцию фильтрующего четырехполюсника, если

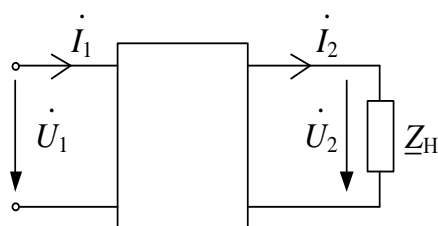
$$\dot{U}_1 = 100e^{j55^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 50e^{-j35^\circ} \text{ В}.$$

1	2	3	4	5
$0,5e^{j20^\circ}$	$2e^{j90^\circ}$	$j1$	$-j2$	$2e^{j20^\circ}$

**Вариант 8**① Известны параметры четырёхполюсника:  $\underline{A} = 2$ ;  $\underline{C} = 1,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 1 - j1,5$ .Определить параметр  $\underline{B}$ , Ом.

1	2	3	4	5
1	$1 + j1$	2	$2 + j2$	3

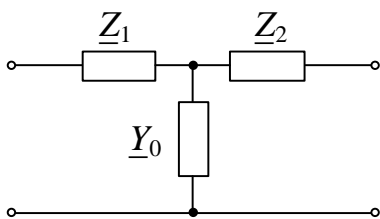
②



Известны параметры четырёхполюсника:  
 $\underline{A} = 5$ ;  $\underline{B} = 3 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 2,5 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 4$  Определить  $\dot{U}_1$ , В, если  $\dot{U}_2 = 12 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_H = 60 \text{ Ом}$ .

1	2	3	4	5
48	50	52	60	66

③

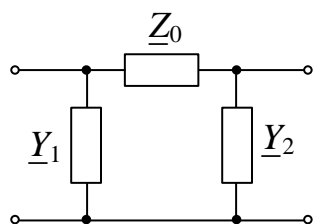


Элементы Т-образной схемы замещения четырёхполюсника:  $\underline{Z}_1 = 6 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = 3 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = 1,5 \text{ См}$ .

Найти параметр  $\underline{A}$  А-формы записи уравнений четырёхполюсника.

1	2	3	4	5
6	9	10	12	14

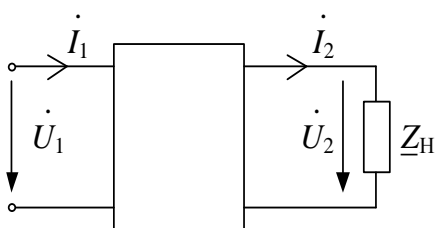
④



Элементы  $\Pi$ -образной схемы замещения четырёхполюсника:  $\underline{Z}_0 = 6 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_1 = 3 \text{ См}$ ;  $\underline{Y}_2 = 2 \text{ См}$ . Определить параметр  $\underline{D}$  А-формы записи уравнений четырёхполюсника

1	2	3	4	5
13	10	9	15	18

⑤

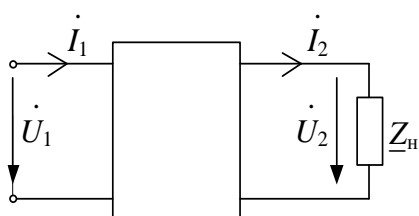


Входное напряжение  $\dot{U}_1 = 100 \text{ В}$ ; напряжение выхода  $\dot{U}_2 = 10 \text{ В}$ ; сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_H = 5 \text{ Ом}$ . Определить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{2C}$ , Ом.

1	2	3	4	5
0	5	10	2	20

### Вариант 8

⑥



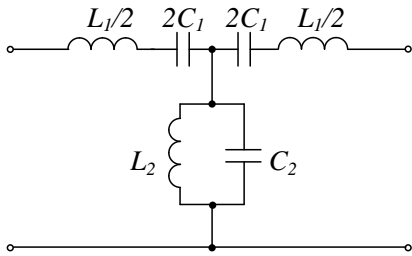
Четырёхполюсник согласован с нагрузкой:

$$\underline{Z}_{1C} = 3,5 \text{ Ом}; \underline{Z}_{2C} = 3 \text{ Ом}.$$

Определить  $\dot{U}_1$ , В, если  $\dot{I}_1 = 50 \text{ А}$ .

1	2	3	4	5
30	50	100	150	175

⑦



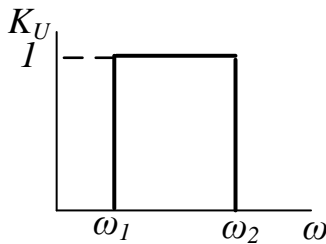
Укажите тип LC-фильтра:

1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑧ Указать зависимость коэффициента затухания от частоты  $\alpha(\omega)$  для полосно-пропускающего RC-фильтра

1	2	3	4	5
$\ln \sqrt{1 + 1/\omega^2 C^2 R^2}$	$\sqrt{L/C}$	$\ln \sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}$	$\ln(\dot{U}_1/\dot{U}_2)$	$\ln \sqrt{4 + (R\omega C - 1/\omega CR)^2}$

⑨ Указать тип фильтра по коэффициенту передачи по напряжению от частоты:



1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑩ Определить мнимую часть передаточной функции фильтрующего четырехполюсника, если входное напряжение:  $\dot{U}_1 = 100e^{-j67^\circ}$  В, выходное  $\dot{U}_2 = 50e^{-j37^\circ}$  В.

1	2	3	4	5
$-j$	$j\frac{1}{2}$	$j\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-j\frac{1}{2}$	$2j$

### Вариант 9

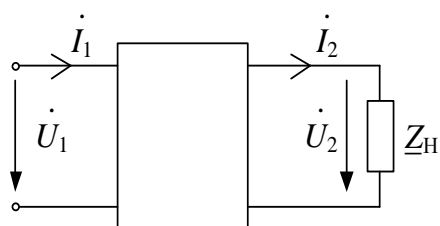
① Известны параметры четырёхполюсника:

$$\underline{B} = 1 + j1 \text{ Ом}; \underline{C} = 1,5 \text{ См}; \underline{D} = j2,5.$$

Определить параметр  $\underline{A}$ .

1	2	3	4	5
0	$0,2 - j0,3$	$0,2 + j0,5$	$0,6 - j0,2$	$0,5 + j0,3$

②

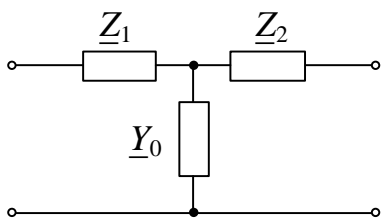


Параметры четырёхполюсника А-формы за-  
писи:  $\underline{A} = 5$ ;  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1,9 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 4$ .

Определить  $\dot{I}_1$ , А, если  $\dot{U}_2 = 10 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_H = 5 \text{ Ом}$ .

1	2	3	4	5
20	25	27	30	35

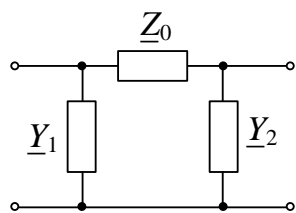
③



Для Т-образной схемы замещения четырёхполюс-  
ника элементы равны:  $\underline{Z}_1 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  
 $\underline{Y}_0 = 0,5 \text{ См}$ . Найти параметр  $\underline{B}$  А-формы записи  
уравнений четырёхполюсника.

1	2	3	4	5
10	20	30	40	50

④

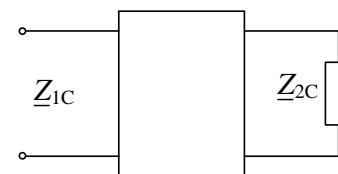


Даны параметры А-формы записи уравнений четырёх-  
полюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1,9 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 5$ .

Определить проводимость  $\underline{Y}_2$ , См.

1	2	3	4	5
0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

⑤

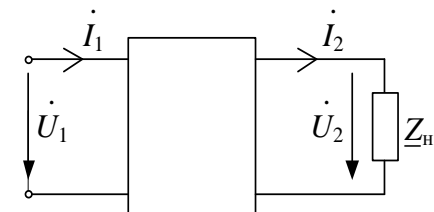


Даны А-параметры предыдущего вопроса. Опреде-  
лить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{2C}$ , Ом.

1	2	3	4	5
1,53	1,76	1,95	2,16	2,56

### Вариант 9

⑥

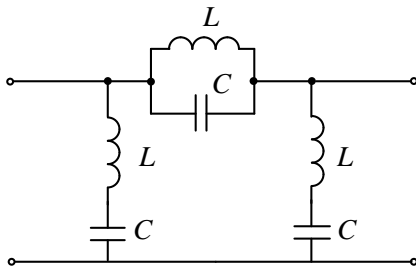


Четырёхполюсник согласован с нагрузкой:  
 $\underline{Z}_{1C} = 2,5 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_{2C} = 2 \text{ Ом}$ .

Определить  $\dot{U}_1$ , В, если  $\dot{I}_1 = 80 \text{ А}$ .

1	2	3	4	5
200	300	100	400	80

⑦



Укажите тип LC-фильтра:

1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
5. Полиномиальный фильтр.

⑧ Определить постоянную передачи четырёхполюсника  $g = \alpha + j\beta$ , если известно  $e^g = 7,45e^{j114,6^\circ}$  ( $\alpha$  – Нп,  $\beta$  – рад.).

1	2	3	4	5
$1 - j1$	$1 - j2$	$2 + j2$	$2 - j2$	$1 + j2$

⑨ Для фильтра высокой частоты (ФВЧ) указать зависимость частоты в зоне прозрачности:

1	2	3	4	5
$k = \sqrt{\frac{L}{C}}$	$\omega_{zp} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$	$\omega_{zp} = \frac{1}{RC}$	$\omega_{zp} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$	$\omega_{zp} = 2\pi \cdot f_{zp}$

⑩ Определить вещественную часть передаточной функции фильтрующего четырёхполюсника, если входное напряжение  $\dot{U}_1 = 100e^{j54^\circ}$  В, выходное  $\dot{U}_2 = 200e^{j84^\circ}$  В.

1	2	3	4	5
1	$\sqrt{3}$	2	$2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

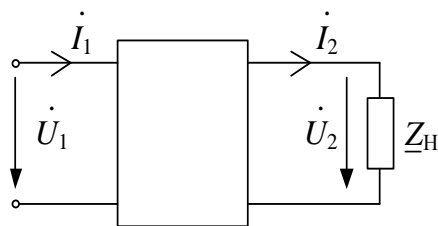
**Вариант 10**

① По известным параметрам четырёхполюсника найти параметр  $\underline{A}$ , если

$$\underline{B} = 1 + j1 \text{ Ом}; \quad \underline{C} = j0,5 \text{ См}; \quad \underline{D} = 0,5.$$

1	2	3	4	5
$0,5 + j0,5$	1	$1 + j1$	2	$2 + j5$

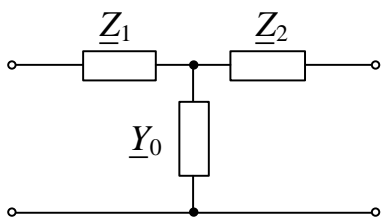
②



Параметры А-формы записи уравнений четырёхполюсника:  $\underline{A} = 5$ ;  $\underline{B} = 29 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 6$ . Определить  $\dot{I}_1$ , А, если  $\dot{U}_2 = 20 \text{ В}$ ;  $\underline{Z}_H = 10 \text{ Ом}$ .

1	2	3	4	5
18	20	28	30	32

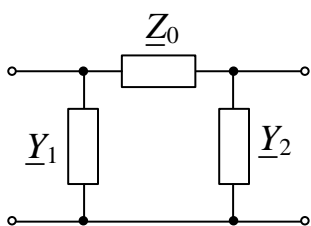
③



Дано:  $\underline{Z}_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = 3 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Y}_0 = 1 \text{ См}$ . Найти параметр  $\underline{D}$  А-формы записи уравнений четырёхполюсника.

1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

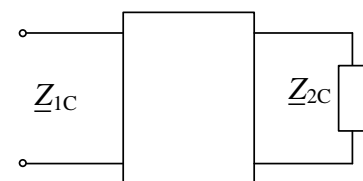
④



Параметры А-формы записи уравнений четырёхполюсника:  $\underline{A} = 5$ ;  $\underline{B} = 29 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 6$ . Определить проводимость  $\underline{Y}_1$ , См.

1	2	3	4	5
0,137	0,172	1,232	1,546	1,846

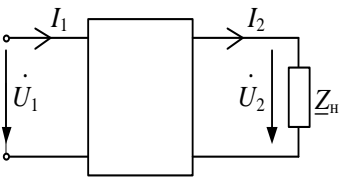
⑤



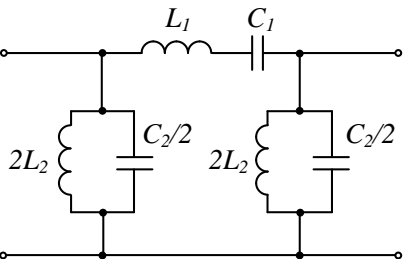
Даны А-параметры четырёхполюсника:  $\underline{A} = 4$ ;  $\underline{B} = 19 \text{ Ом}$ ;  $\underline{C} = 1 \text{ См}$ ;  $\underline{D} = 5$ . Определить характеристическое сопротивление  $\underline{Z}_{2C}$ , Ом.

1	2	3	4	5
4,87	5,21	5,92	6,05	6,38

**Вариант 10**

- ⑥  Симметричный четырехполюсник согласован с нагрузкой. Определить  $\underline{Z}_H$ , Ом, если  $\dot{U}_1 = 200$  В,  $\dot{I}_1 = 4$  А.

1	2	3	4	5
10	20	30	50	60

- ⑦  Укажите тип LC-фильтра:
1. Фильтр низкой частоты (ФНЧ);
  2. Фильтр высокой частоты (ФВЧ);
  3. Полосно-пропускающий фильтр (ППФ);
  4. Полосно-задерживающий фильтр (ПЗФ);
  5. Полиномиальный фильтр.

- ⑧ Фильтр низкой частоты наилучшим образом выполняет свои функции в режиме согласования, когда  $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$ . Чему равен коэффициент  $S^T$  для T-образной схемы замещения?

1	2	3	4	5
$j\omega L$	$j2\omega L$	$j\omega L/2$	$j2\omega C$	$j\omega C$

- ⑨ Симметричный четырехполюсник согласован с нагрузкой;  $\dot{I}_1 = 40e^{-j57,3^\circ}$  А;  $\dot{U}_2 = 50e^{j30^\circ}$  В. Определить коэффициент фазы  $\beta$ , рад, если  $\underline{Z}_H = 5e^{j30^\circ}$  Ом.

1	2	3	4	5
0,42	0,54	1,0	-1	1,35

- ⑩ Определить передаточную функцию в алгебраической форме, если входное напряжение  $\dot{U}_1 = 100e^{j45^\circ}$  В, выходное  $\dot{U}_2 = 50e^{j75^\circ}$  В.

1	2	3	4	5
$0,25(\sqrt{3} + j)$	$0,15(\sqrt{3} + j)$	$0,5(\sqrt{3} - j)$	$0,5(\sqrt{3} + j)$	$0,25(\sqrt{3} + j2)$

**Таблица ответов**

Номер варианта	Номер вопроса									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	5	4	3	2	1	2	1	3	4
2	1	4	2	3	2	4	2	3	2	1
3	4	3	2	2	1	3	3	5	4	3
4	1	2	3	4	5	4	5	4	3	2
5	3	5	5	4	1	3	1	4	1	2
6	1	4	3	4	5	3	4	3	1	5
7	5	4	1	3	4	2	1	1	3	4
8	4	5	3	1	2	5	3	5	3	1
9	4	3	1	2	5	1	4	3	4	2
10	3	5	4	2	1	4	3	5	4	1

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

### Глава 1

1.1 Объясните основные уравнения четырёхполюсника  $A$  – формы записи.

1.2 Какие режимы работы четырехполюсника используют при определении его параметров?

1.3 Входные и выходные сопротивления четырехполюсника  $A$  – формы записи.

1.4 Поясните определение собственного затухания и коэффициента фазы четырехполюсника.

1.5 Объясните назначение эквивалентных схем назначения четырехполюсника ( $T$ -образная и  $\Pi$ -образная), и определение элементов этих схем замещения.

1.6 Характеристические параметры четырехполюсника и их связь с  $A$ - параметрами.

1.7 Поясните, что такое коэффициент передачи по напряжению и току? Что называется передаточным сопротивлением и передаточной проводимостью?

### Глава 2

2.1 Объясните классификацию фильтров в зависимости от расположения зоны прозрачности и зоны задерживания (затухания)?

2.2 Что представляет собой логарифмическая мера передачи фильтра?

2.3 Что такое коэффициент затухания и коэффициент фазы фильтра и в каких единицах измеряются эти величины?

2.4 Пояснить зависимость коэффициента затухания от частоты для ФНЧ, ФВЧ, ППФ, ПЗФ.

2.5 Поясните конструкцию пассивных LC – фильтров ФНЧ, ФВЧ, ППФ, ПЗФ.

2.6. В каком диапазоне частот находится зона прозрачности для ФНЧ, ФВЧ типа К?

2.7 Зарисуйте схему низкочастотного RC- фильтра и определите значение коэффициента передачи по напряжению.

2.8. Поясните передаточную функцию фильтрующего четырехполюсника и её запись в показательной и алгебраической форме.

### Глава 3

3.1 Объясните, почему линии электропередачи (ЛЭП) относятся к цепям с распределенными параметрами?

3.2 Поясните, что такое первичные параметры линии передачи?

3.3 Определите чему равен ток, ответвляющийся от одного провода к другому (в поперечном направлении) на отрезке линии длиной  $dx$ ?

3.4 Какими вторичными параметрами характеризуются линии передачи?

3.5 Сформулируйте что такое коэффициент затухания и коэффициент фазы? В каких единицах измеряются эти коэффициенты?

3.6 Поясните какие волны существуют в согласованной линии передачи?

3.7 Чему равно входное сопротивление линии замкнутой на приемник  $Z_{пр}$ ?

3.8 Поясните какие волны существуют в разомкнутой линии передачи?

3.9 Для каких целей используют короткозамкнутые отрезки линии?

3.10 Сформулируйте что такое фазовая скорость и длина волны? Равны ли друг другу фазовая скорость и скорость распределения волны напряжения и тока вдоль линии?

3.11 Каким должно быть сопротивление приемника, чтобы коэффициенты отражения напряжения и тока должны быть равными?

3.12 Какими свойствами обладают линии передачи без потерь?

3.13 При каких условиях в линии передачи устанавливается режим стоячих волн?

3.14 При каких условиях в линии передачи устанавливается режим бегущих волн?

3.15 Чему равна фазовая скорость электромагнитной волны в диэлектрике с относительной магнитной проницаемостью  $\mu_r$  и относительной электрической проницаемостью  $\epsilon_r = 4$ ?

3.16 Какие способы используются для согласования линии передачи с нагрузкой?

3.17 Объясните в каком случае четырехполюсник может быть эквивалентен линии с распределенными параметрами?

3.18 При каких допущениях на первом этапе изучения рассматривают переходные процессы в линиях с распределенными параметрами? Какими дифференциальными уравнениями описываются эти процессы?

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Новгородцев, А.Б. Теоретические основы электротехники. 30 лекций по теории электрических цепей: учебное пособие /А.Б. Новгородцев. – СПб.: Питер. – 2006. – 576с.
2. Мельников, А.С.Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебное пособие / А.С. Мельников. – Благовещенск: ДальГАУ. – 2011. – 460с.
3. Арсеньев, Г.Н. Основы теории цепей: практикум /под.ред. Г.Н.Арсеньева, И.И. Градова.– М.: Изд-во «Форум»: ИНФРА-М, 2007. – 336с.
4. Евсеев, М.Е. Теоретические основы электротехники: учебное пособие / М.Е. Евсеев. – СПб.:Изд-во«Политехника», 2008. – 380с.
5. Роудз, Дж. Теория фильтров /Дж.Роудз; пер. с англ.;под ред. А.М.Трахмана. – М.:Сов.Радио, 1980.
6. Гаврилов, Л.П. Расчет и моделирование линейных электрических цепей с применением ПК:учебное пособие / Л.П. Гаврилов, Д.А. Соснин. – М.: Изд-во «СОЛОН-Пресс», 2010. – 448с.
7. Прянишников, В.А. Теоретические основы электротехники: курс лекций / В.А. Прянишников. – СПб.: Изд-во «КОРОНА принт», 2000.– 368с.
8. Бронштейн, Л.И. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / Л.И.Бронштейн, К.А.Семендяев. – СПб.:Изд-во«Лань»,2010. – 608с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА 1 ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ.....</b>	<b>5</b>
1.1 Основные уравнения четырехполюсника .....	5
1.2 Режимы четырехполюсника .....	9
1.3 Основные уравнения четырехполюсника в h-параметрах .....	11
1.4 Эквивалентные схемы четырехполюсника .....	13
1.5 Характеристические параметры четырехполюсника .....	16
1.6 Передаточные функции .....	21
1.7 Симметричные четырехполюсники .....	23
1.8 Схемы соединения четырёхполюсников .....	25
<b>ГЛАВА 2 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ.....</b>	<b>33</b>
2.1 Классификация фильтров по расположению зоны пропускания и зоны затухания .....	33
2.2 Конструкция пассивных LC- фильтров .....	36
2.3 Анализ низкочастотных LC-фильтров .....	38
2.4 Анализ высокочастотных LC-фильтров .....	42
2.5 Пассивные RC-фильтры.....	43
2.6 Передаточная функция фильтра .....	46
<b>ГЛАВА 3 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ .....</b>	<b>47</b>
3.1 Общие положения .....	48
3.2 Дифференциальные уравнения линии .....	48
3.3 Решение системы уравнений линии для установившегося синусоидального процесса.....	52
3.4 Падающая и отраженная волны длина волны фазовая скорость.....	56
3.5 Коэффициенты отражения волн .....	59
3.6 Линия без искажения .....	60
3.7 Линия без потерь .....	61
3.8 Аналогия между электрической цепью с распределенными параметрами и пассивным четырехполюсником .....	66

3.9 Анализ переходных процессов в электрических цепях с распределенными параметрами.....	70
3.9.1 Волновые уравнения и их решения .....	70
3.9.2 Электрические схемы замещения для исследования волновых процессов.....	72
<b>ГЛАВА 4 ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ ПО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКАМ И ФИЛЬТРАМ.....</b>	<b>78</b>
4.1 Общие положения .....	78
Вариант 1 .....	80
Вариант 2 .....	82
Вариант 3 .....	84
Вариант 4 .....	86
Вариант 5 .....	88
Вариант 6 .....	90
Вариант 7 .....	92
Вариант 8 .....	94
Вариант 9 .....	96
Вариант 10 .....	98
Таблица ответов.....	100
<b>КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....</b>	<b>101</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>104</b>

*Мельников Анатолий Сергеевич, Мармус Татьяна Николаевна*

**ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

*Учебное пособие*

Лицензия ЛР 020427 от 25.04.1997 г.

Подписано к печати 21.05.2013 г. Формат 60×90/16.

Уч.-изд.л. – 4,9. Усл.-п.л. – 6,8.

Тираж 100 экз. Заказ 99.

---

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии издательства ДальГАУ  
675005, г. Благовещенск, ул. Политехническая, 86

