

Министерство сельского хозяйства
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный государственный
аграрный университет»

З. Ф. Кривуца

***ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ
ФОРМИРОВАНИИ, ОПТИМИЗАЦИИ
И ПРОГНОЗИРОВАНИИ
СИСТЕМЫ МАШИН***

Практикум

Благовещенск
Дальневосточный ГАУ
2023

УДК 519.8
ББК 22.16
К82

Рецензент

*Сергей Васильевич Щитов,
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры транспортно-энергетических
средств и механизации АПК
Дальневосточного государственного аграрного университета*

*Рекомендовано к использованию в учебном процессе методическим советом
электроэнергетического факультета
Дальневосточного государственного аграрного университета*

**Кривуца, З. Ф. Использование информационных технологий при
К82 формировании, оптимизации и прогнозировании системы
машин : практикум / З. Ф. Кривуца ; Дальневост. гос. аграр. ун-т. –
Благовещенск : Дальневосточный ГАУ, 2023. – 119 [1] с.**

ISBN 978-5-9642-0558-6

Практикум соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов и рабочей программы дисциплины «Математическое моделирование эффективного использования сельскохозяйственной техники в АПК». Включает методические указания по выполнению работ, теоретический материал, примеры выполнения заданий, задания для самостоятельной работы, варианты индивидуальных заданий.

Предназначен для использования в учебном процессе обучающимися инженерных направлений бакалавриата, магистратуры и аспирантуры.

УДК 519.8
ББК 22.16

ISBN 978-5-9642-0558-6 © Кривуца З. Ф., 2023
© ФГБОУ ВО Дальневосточный
государственный аграрный университет, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1 Основные понятия и приемы математического моделирования	6
2 Планирование оптимального состава машинно-тракторного парка и его использования.....	11
2.1 Общая постановка задачи.....	11
2.2 Построение экономико-математической модели	13
2.3 Расчет оптимального состава машино-тракторного парка.....	15
3 Решение оптимизационных задач с использованием модуля «Поиск решения» программы Microsoft Excel.....	18
Лабораторная работа № 1. Оптимизация состава машинно-тракторного парка	29
Лабораторная работа № 2. Целочисленная оптимизация	32
Лабораторная работа № 3. Транспортная задача	36
Лабораторная работа № 4. Применение графических объектов, структурных схем и автофигур для формирования систем машин	44
Лабораторная работа № 5. Модели оптимизации транспортно- технологического процесса	48
Лабораторная работа № 6. Абсолютные и относительные ссылки в Excel. Автозаполнение. Прогрессия	53
Лабораторная работа № 7. Обработка экспериментальных данных с помощью диаграмм и графиков в Word.....	63
Лабораторная работа № 8. Создание линейчатой диаграммы	72
Лабораторная работа № 9. Решение систем линейных уравнений.....	88
Лабораторная работа № 10. Решение нелинейных уравнений.....	104
Лабораторная работа № 11. Решение систем нелинейных уравнений.....	109
Лабораторная работа № 12. Метод наименьших квадратов.....	114
Список рекомендуемой литературы.....	118

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие составлено в соответствии с программой курса «Математическое моделирование эффективного использования сельскохозяйственной техники в АПК» для подготовки студентов и аспирантов инженерных направлений.

Целью указанной дисциплины является овладение теоретическими и прикладными знаниями и умениями в области оптимизации производственных процессов в АПК и их практическому применению в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

1) изучить основные методы, приемы и инструменты математического моделирования использования сельскохозяйственной техники в АПК;

2) сформировать практические навыки постановки и реализации задач математического моделирования использования сельскохозяйственной техники в АПК;

3) научиться разрабатывать оптимизационные экономико-математические модели, отражающие различные аспекты функционирования сельскохозяйственной техники АПК;

4) научиться использовать результаты решения экономико-математических моделей для принятия научно обоснованных управленческих решений.

Изучение данной дисциплины позволит студентам сформировать профессиональную компетенцию: на базе построения экономико-математических моделей и решения их на компьютере, получать оптимальные планы управленческих решений, внедрять их на предприятиях для более эффективного функционирования.

Цель данного пособия – научить студента математически формулировать конкретные задачи организации сельскохозяйственного производства в различных постановках, готовить задачи к решению на компьютере и решать их с помощью имеющегося математического обеспечения. Пособие состоит из двенадцати тематических лабораторных работ.

В представленном учебном пособии рассмотрены основные типы задач линейного программирования, решаемые в сельском хозяйстве; даны рекомендации по построению их математических моделей и поиску оптимальных решений средствами табличного процессора Microsoft Excel.

В целях более эффективного усвоения учебного материала каждая тема содержит краткое теоретическое введение, методические указания с описанием решения конкретных задач, варианты задач для самостоятельного решения. Данное пособие могут использовать студенты при подготовке выпускных квалификационных работ.

1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ПРИЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Производственные процессы в АПК имеют качественные и количественные стороны, подчиняющиеся определенным экономическим закономерностям. Однако экономическая наука не всегда дает теоретически обоснованные ответы на все вопросы организации производства. Определить наиболее оптимальное решение планирования производственных процессов позволяет математическое программирование.

Целью решения экстремальных задач является *определения наибольшего (максимума) или наименьшего (минимума) значения функции по сравнению с ее значениями во всех достаточно близких точках при определенных условиях, представляющих собой ограничения задачи. Математическое программирование позволяет решать экономико-математические задачи с определением эффективного использования сельскохозяйственной техники в АПК.*

Для решения экономико-математической задачи необходимо:

- 1. Правильно сформулировать задачу – определить как минимум два решения.*
- 2. Определить содержательную часть задачи – ввести исходные данные.*
- 3. Разработать математическую модель – составить специальную логическую конструкцию, целенаправленно описывающую в терминах математической теории объективный процесс или явление, лежащие в основе конкретной задачи.*
- 4. Решить задачу.*
- 5. Провести анализ решения задачи для определения оптимального решения.*
- 6. Принять оптимальное решение.*

7. Графически представить результат решения и анализа в программе Excel.

Решить проблему эффективного управления сельскохозяйственным производством в целях наилучшей организации производственных процессов при минимальных затратах труда, денежно-материальных средств и времени позволяет метод линейного программирования.

*В области сельскохозяйственного производства из пакета линейного программирования наиболее оправданными являются **распределительный метод и симплекс-метод**. Данные методы позволяют решать следующие проблемы:*

1. Максимального увеличения производства сельскохозяйственной продукции за счет определения целесообразного распределения производственных ресурсов.

2. Получение заданных объемов производства с минимальными затратами производственных ресурсов.

3. Эффективного управления сельскохозяйственным производством за счет наилучшей организации производственных процессов при минимальных затратах труда, денежно-материальных средств и времени.

Пути решения возникающих проблем имеют следующую логическую цепочку: теоретическое исследование – эксперимент – моделирование. Под **моделью** понимается мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает новую информацию об этом объекте. **Метод моделирования** представляет собой способ теоретического анализа и практического действия, направленный на разработку и использование моделей. При этом необходимо учитывать, что между оригиналом и моделью должно быть установлено отношение подобия.

Таким образом, для эффективного решения задач, возникающих в сфере сельскохозяйственного производства, наиболее целесообразно применять математическое моделирование производственных систем, реализуемых в прикладных программах.

Рассмотрим основные условия линейных соотношений:

Первый тип – сумма произведений переменных на коэффициенты равна или менее константы и имеет ограничение сверху:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{im}x_{1m} \leq b_i$$

Второй тип – сумма произведений переменных на коэффициенты равна или более константы и имеет ограничение снизу:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{im}x_{1m} \geq b_i$$

Третий тип – сумма произведений величин на коэффициенты равна константе, то есть имеет жесткое равенство:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{im}x_{1m} = b_i$$

По своему назначению и характеру переменные можно условно разделить на основные, дополнительные и вспомогательные.

К основным переменным относятся те, которые непосредственно являются объектом поиска и оказывают влияние на результат решения задачи. К ним можно отнести марки машин, тракторов, сельскохозяйственной техники, площади сельскохозяйственных культур, поголовье животных, виды кормов.

Дополнительные переменные возникают в процессе преобразования неравенств в уравнения. Каждая дополнительная переменная имеет определенный экономический смысл, зависящий от характера ограничения. Например, если ограничение отражает использование производственного ресурса, то дополнительная переменная означает недоиспользованную часть ресурса.

Вспомогательные переменные позволяют получить дополнительную информацию непосредственно в процессе решения задачи. Дополнительные и

вспомогательные переменные всегда имеют коэффициенты, равные единице или минус единице.

По смыслу все ограничения условно можно разделить на основные, дополнительные и вспомогательные. **Основные ограничения** накладываются на все или большинство переменных задач. Как правило, с их помощью отражаются основные условия задачи – по технике, земле, труду, и т. д. **Дополнительные ограничения** накладываются на часть переменных величин или на одну переменную. Они вводятся, если необходимо ограничить сверху или снизу размеры отдельных переменных, например, с учетом плана сдачи продукции государству в заданном ассортименте или с учетом требований севооборота. Таким образом, дополнительные ограничения отражают различные, возникающие в процессе моделирования дополнительные условия.

Вспомогательные ограничения самостоятельного значения не имеют, и вводятся в задачу для формализации отдельных условий. К ним относят ограничения, устанавливающие пропорциональную связь между отдельными переменными или их группами.

Технико-экономические коэффициенты характеризуют норму затрат производственных ресурсов на единицу измерения переменной величины или же норму выхода продукции с 1 га сельскохозяйственных культур, 1 головы животных и т. д. Главным требованием, предъявляемым к технико-экономическим коэффициентам, является достоверность и строгое соответствие тому периоду планирования, на который решается задача. Следовательно, технико-экономические коэффициенты могут быть рассчитаны по прошедшим периодам, если решается задача анализа, и на различные плановые периоды, если составляется задача на текущий, перспективный или прогнозируемый плановый периоды.

Нормы затрат производственных ресурсов целесообразнее определять по технологическим картам или же по справочникам, но с учетом конкретных условий (погодных, технических, технологических и т. д.). Нормы выхода продукции рассчитывают на основе урожайности культур или продуктивности скота.

В некоторых случаях технико-экономические коэффициенты при переменных выражают пропорциональность между различными величинами, например, удельный вес сельскохозяйственных культур в севообороте или доля какого-либо корма в общей группе кормов, или в общей потребности кормовых единиц и т. д.

2 ПЛАНИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО СОСТАВА МАШИННО-ТРАКТОРНОГО ПАРКА И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

2.1 Общая постановка задачи

Для осуществления комплексной механизации производства необходимо **определить оптимальный состав машинно-тракторного парка (МТП)**, то есть установить соотношение между отдельными типами и марками тракторов, автомобилей и сельскохозяйственных машин, которое обеспечивало бы выполнение заданного объема работ в установленные агротехнические сроки с наименьшими затратами.

В качестве критериев оптимальности используют:

- 1) минимум приведенных затрат на выполнение заданного объема работ;*
- 2) минимум текущих затрат;*
- 3) минимум капитальных вложений на приобретение тракторов и сельскохозяйственной техники;*
- 4) минимум энергозатрат;*
- 5) минимум расхода топлива и др.*

В одних и тех же экономических условиях, выраженных в ограничениях задачи, при использовании различных критериев будут получены различные варианты состава машинно-тракторного парка. Например, критерий «минимум текущих затрат» не учитывает эффективности капитальных вложений и при его использовании для выполнения необходимого объема работ потребуются больше капитальных вложений и больше техники. Критерий «минимум капитальных вложений» не учитывает прямых, текущих затрат на выполнение работ, и последние значительно возрастают по сравнению с вариантом, рас-

2 Планирование оптимального состава машинно-тракторного парка и его использования

считанным по критерию «минимум текущих затрат». Примерно такие же результаты получают при использовании критерия «минимум энергетических машин» – увеличиваются текущие затраты на выполнение работ.

Экономически наиболее обоснованным является критерий минимума приведенных затрат на выполнение работ и приобретение техники. **Приведенные затраты (S)** представляют собой сумму текущих затрат на содержание и эксплуатацию машинно-тракторного парка и его балансовой стоимости, умноженной на нормативный коэффициент эффективности (I):

$$S = C + E \cdot K \quad (1)$$

где C – текущие эксплуатационные затраты;

K – затраты на приобретение данного вида техники (балансовая стоимость);

E – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений.

Нормативный коэффициент эффективности является величиной, обратной нормативному периоду окупаемости.

Для конкретного сельскохозяйственного предприятия могут быть решены следующие задачи:

1. *Определение оптимального состава машинно-тракторного парка для вновь организуемого хозяйства или подразделения (оптимальное комплектование парка).* Для уже существующих хозяйств эта задача решается, как правило, на далекую перспективу, превышающую срок службы имеющейся техники.

2. *Определение оптимального состава машинно-тракторного парка при условии, что в хозяйстве имеется некоторый набор тракторов и машин (оптимальное доукомплектование парка при заданном объеме работ и наличии средств на приобретение новой техники).* Задача решается чаще всего на текущий период или на 3–5 лет. Возможно списание некоторых машин, по которым затраты на содержание и эксплуатацию выше эффекта от использования.

3. Определение плана наилучшего использования имеющегося в хозяйстве парка путем оптимального распределения заданных работ между тракторными агрегатами. Эта задача решается на текущий период. Ставится условие, что хозяйство не имеет возможности купить новую технику. Может быть предусмотрено списание устаревших машин.

2.2 Построение экономико-математической модели

Задача по оптимальному комплектованию машинно-тракторного парка включает две группы переменных:

- 1) число агрегатов, выполняющих технологические операции в определенный расчетный период;
- 2) число приобретаемых тракторов и сельскохозяйственных машин.

В модели по оптимальному доукомплектованию парка дополнительно может быть предусмотрена группа переменных, обозначающих число выбывающих (списываемых) тракторов и машин. В задаче по оптимальному использованию имеющегося машинно-тракторного парка отсутствуют переменные по приобретению новой техники, но могут вводиться переменные по выбывающим машинам.

Вводимая система ограничений. Во всех моделях предусмотрены две или три группы ограничений:

- 1) по обязательному выполнению работ в расчетные периоды;
- 2) балансу использования тракторного парка (число тракторов и сельскохозяйственных машин каждой марки должно обеспечивать выполнение всех видов работ во все периоды);
- 3) выполнению технологически связанных между собой работ в определенной последовательности.

Технико-экономическими коэффициентами в первой группе ограничений по группе переменных, обозначающих число агрегатов, являются показатели их производительности на каждой работе в каждом периоде. Константы в этих ограничениях обозначают объемы выполняемых работ.

Технико-экономическими коэффициентами во второй группе ограничений по переменным, обозначающим число агрегатов, являются целые числа, показывающие наличие сельскохозяйственных машин в агрегате (чаще всего коэффициенты равны единице, поскольку с одним трактором, как правило, работает одна машина). По переменным, обозначающим количество покупаемых тракторов и машин, ставится коэффициент минус единица, а по выбывающим маркам – плюс единица.

Константами во второй группе ограничений в задаче по оптимальному комплектованию парка являются нули (поскольку никакого парка нет), а в задаче по доукомплектованию и использованию машинно-тракторного парка – наличие тракторов по учитываемым маркам.

В качестве источников исходной информации для построения модели выступают:

- 1. Продолжительность периодов выполнения работ.*
- 2. Объем работ, необходимый для выполнения в каждый период.*
- 3. Марки тракторов и сельскохозяйственных машин, которые используются при различных работах.*
- 4. Количество часов работы агрегата с учетом коэффициентов погодных условия, технической готовности, склонности.*
- 5. Производительность агрегатов в течение выделенного периода.*
- 6. Постоянные затраты в расчете на один трактор и одну машину.*
- 7. Переменные затраты в расчете на один час работы каждого агрегата.*

Коэффициенты матрицы рассчитываются на основе технологических карт, в которых должны быть учтены агротехнические рекомендации по возделыванию сельскохозяйственных культур. Для каждой культуры следует определить наилучшие агротехнические сроки выполнения всех операций и составить календарный план. Исходя из наилучшего агрегатирования, следует установить перечень агрегатов по всем технологическим операциям.

Весь период планирования (например, год) разбивают на ряд временных интервалов, называемых расчетными периодами. Для этого, на основе объемов работ, сроков и продолжительности их выполнения, составляют график. По горизонтали записывают агротехнические сроки, по вертикали – наименования технологических операций. Расчетные периоды определяют делением числа дней сельскохозяйственного года на число дней отдельных периодов. Расчетные периоды можно выбирать как одинаковой продолжительности (например, по 2, 5 и т. д. дней), так и различной. Их границы определяют с таким расчетом, чтобы интервал между началом и концом какой-либо работы не оказывался меньше продолжительности всего периода. Необходимо, чтобы число периодов было по возможности небольшим, поскольку оно определяет размеры модели. Для сокращения размеров модели число расчетных периодов уменьшают, сдвигая сроки начала и окончания работ так, чтобы это не оказало влияния на качество их выполнения и не привело к снижению урожайности.

2.3 Расчет оптимального состава машино-тракторного парка

Определим оптимальный состав машинно-тракторного парка при минимальных приведенных затратах. Исходная информация приведена в таблице 1.

Введем стоимость тракторов и машин:

трактор ДТ-75 – 3 830 денежных ед.

трактор Т-150К – 6 540 денежных ед.

2 Планирование оптимального состава
машинно-тракторного парка и его использования

трактор МТЗ-80 – 4 100 денежных ед.

бороны БЗСС – 8,5 денежных ед.

погрузчики ПФБ – 679 денежных ед., ПЭ – 1 750 денежных ед.

разбрасыватели минеральных удобрений РУМ-8 – 1 560 денежных ед.,
РУМ-5 – 1 540 денежных ед.

Таблица 1 – Исходные данные

Виды работ	Объем работ	Марка трактора	Марка сельскохозяйственной машины	Производительность агрегата	Прямые затраты, денежных ед.
Боронование, га	1 420	ДТ-75	24-БЗСС	323,6	124
		Т-150К	18-БЗСС	250,4	133
Погрузка минеральных удобрений, ц	2 865	МТЗ-80	ПФБ	1 906	122
		ДТ-75	ПЭ	1 012	125
Внесение минеральных удобрений, га	720	МТЗ-80	РУМ-8	276	498
		Т-150К	РУМ-5	251	199

Примем нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений $0,2$.

Введем следующие переменные:

x_1 – количество агрегатов вида ДТ-75 + 24-БЗСС

x_2 – количество агрегатов вида Т-150К + 18-БЗСС

x_3 – количество агрегатов вида МТЗ-80 + ПФБ

x_4 – количество агрегатов вида ДТ-75 + ПЭ

x_5 – количество агрегатов вида МТЗ-80 + РУМ-8

x_6 – количество агрегатов вида Т-150К + РУМ-5

x_7 – количество тракторов ДТ-75

x_8 – количество тракторов Т-150К

x_9 – количество тракторов МТЗ-80

x_{10} – количество борон БЗСС

x_{11} – количество погрузчиков ПФБ

x_{12} – количество погрузчиков ПЭ

x_{13} – количество разбрасывателей РУМ-8

x_{14} – количество разбрасывателей РУМ-5

1. Условия по выполнению заданных объемов работ:

1) боронование $250,4x_1 + 323,6x_2 \geq 1420$

2) погрузка минеральных удобрений $1012x_3 + 1906x_4 \geq 2865$

3) внесение минеральных удобрений $251x_5 + 276x_6 \geq 720$

2. Условия по потребности в тракторах (машинах):

4) ДТ-75 $x_1 + x_4 \leq x_7$

5) Т-150К $x_2 + x_6 \leq x_8$

6) МТЗ-80 $x_3 + x_5 \leq x_9$

7) БЗСС $24x_1 + 18x_2 \leq x_{10}$

8) ПФБ $x_3 \leq x_{12}$

9) ПЭ $x_4 \leq x_{11}$

10) РУМ-8 $x_5 \leq x_{13}$

11) РУМ-5 $x_6 \leq x_{14}$

3. Условие неотрицательности переменных:

$x_i \geq 0 \quad i = \overline{(1,14)}$

Целевая функция – минимум приведенных затрат:

$Z = 124x_1 + 133x_2 + 122x_3 + 125x_4 + 498x_5 + 199x_6 + 0,2(3830x_7 + 6540x_8 + 4100x_9 + 8,5x_{10} + 679x_{11} + 1750x_{12} + 1560x_{13} + 1540x_{14}) \rightarrow \min$

3 РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДУЛЯ «ПОИСК РЕШЕНИЯ» ПРОГРАММЫ MICROSOFT EXCEL

Поиск оптимальных решений, в том числе решение задач линейного, целочисленного, нелинейного программирования обеспечивает программа Microsoft Excel с встроенным модулем **Поиск решения**.

Поскольку задача решается с помощью программы Excel, то и подготовку всей исходной информации для построения модели целесообразно осуществлять также с использованием этой программы. Это облегчает не только расчеты технико-экономических коэффициентов и других данных, но и дает в дальнейшем возможность автоматического обновления информации в экономико-математической модели.

Поиск решения – это надстройка Excel, которая позволяет решать оптимизационные задачи. Если команда **Поиск решения** или группа **Анализ** отсутствуют, необходимо загрузить их. На вкладке **Файл** выберите команду **Параметры**, а затем категорию **Надстройки** (рис. 1). В поле **Управление** выберите значение **Надстройки Excel** и нажмите кнопку **Перейти**. В поле **Доступные надстройки** установите флажок рядом с пунктом **Поиск решения** (рис. 2) и нажмите кнопку **ОК**.

Схема решения задач линейного программирования в Excel представляет следующую последовательность:

1. Составить математическую модель.
2. Ввести на рабочий лист Excel условия задачи:
 - 1) создать форму на рабочем листе для ввода условий задачи;
 - 2) ввести исходные данные, целевую функцию, ограничения и граничные условия.
3. Указать параметры в диалоговом окне Поиск решения.

4. Проанализировать полученные результаты.

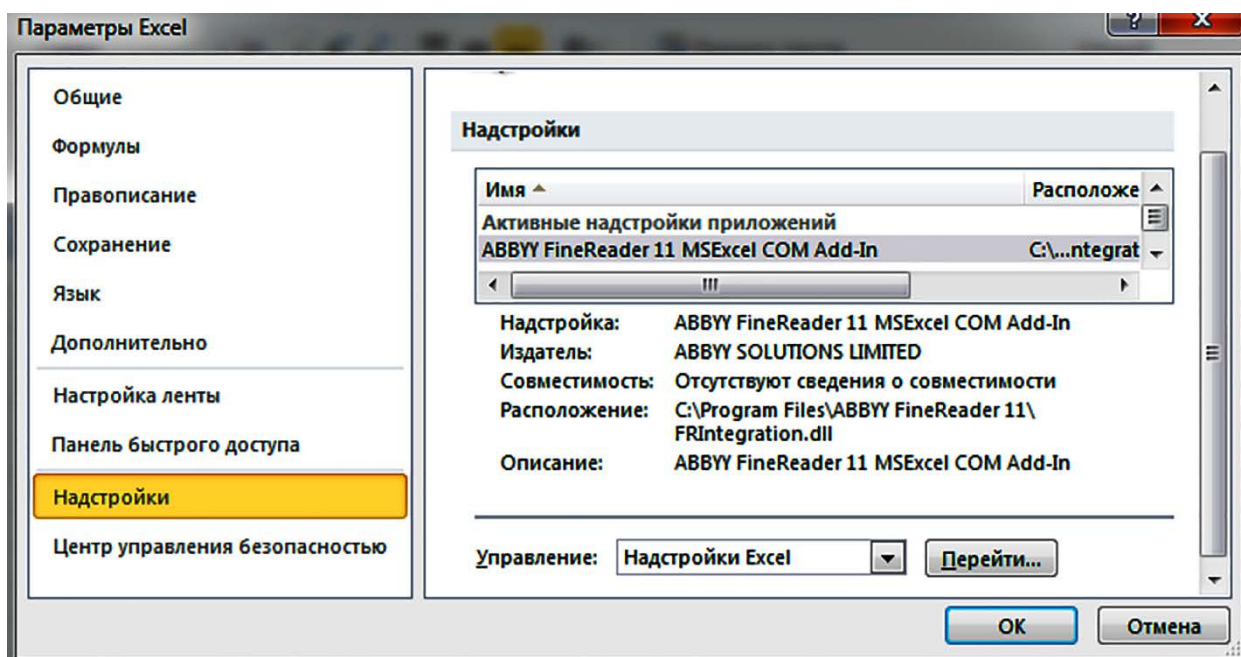


Рисунок 1 – Надстройки Excel

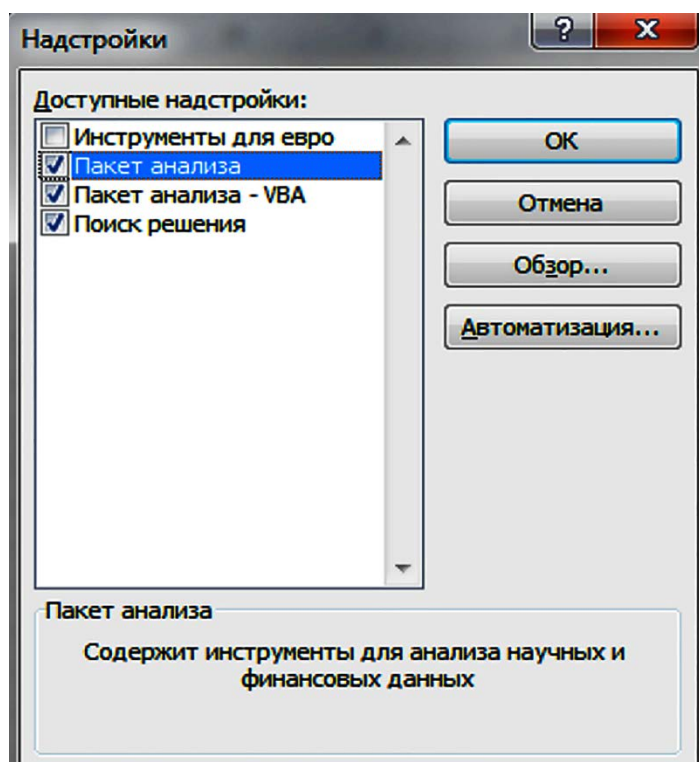
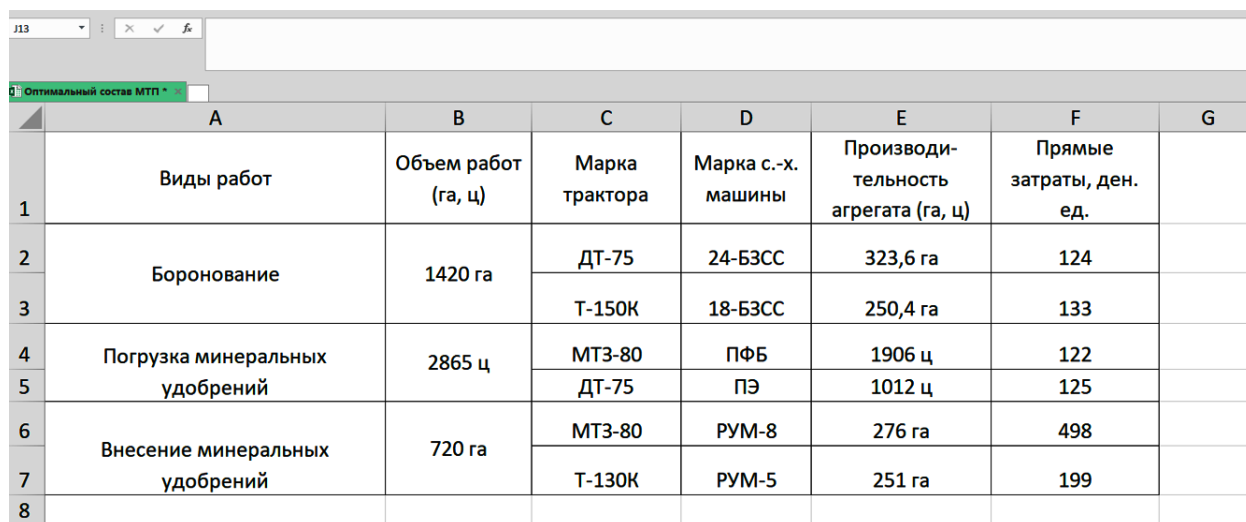


Рисунок 2 – Доступные надстройки

Рассмотрим применение этого модуля на примере решения задачи «Оптимальный состав МТП».

3 Решение оптимизационных задач с использованием модуля «Поиск решения» программы Microsoft Excel

Создадим на рабочем листе формулу для ввода исходных данных (рис. 3).



	A	B	C	D	E	F	G
1	Виды работ	Объем работ (га, ц)	Марка трактора	Марка с.-х. машины	Производительность агрегата (га, ц)	Прямые затраты, ден. ед.	
2	Боронование	1420 га	ДТ-75	24-БЗСС	323,6 га	124	
3			Т-150К	18-БЗСС	250,4 га	133	
4	Погрузка минеральных удобрений	2865 ц	МТЗ-80	ПФБ	1906 ц	122	
5			ДТ-75	ПЭ	1012 ц	125	
6	Внесение минеральных удобрений	720 га	МТЗ-80	РУМ-8	276 га	498	
7			Т-130К	РУМ-5	251 га	199	
8							

Рисунок 3 – Исходная информация

При решении задачи линейного программирования на листе Excel необходимо отвести отдельные ячейки для параметров, переменных, целевой функции и левых частей ограничений (если в правых частях ограничений находятся только параметры). Ячейки для переменных можно оставить пустыми или ввести в них любые допустимые значения переменных, а в ячейки для целевой функции и ограничений ввести формулы, отражающие их функциональную зависимость от переменных и параметров, используя правила, принятые в Excel.

Вся разработанная информация сводится в расчетную таблицу и заносится в рабочий лист Excel (рис. 4–7). Данные в модель рекомендуется заносить в виде ссылок на ячейки с соответствующей информацией в расчетных рабочих листах или рабочих листах с исходными сведениями. При этом правая часть каждого ограничения должна находиться в расчетной таблице. Для искомым величин переменных (x_i) выбираем пустые ячейки – соответственно **В12:О12**. Изначально пустые ячейки программа Excel воспринимает как ячейки, значение которых равно нулю. Заливкой выделены ячейки для ввода переменных.

Кривуца 3. Ф. Использование информационных технологий при формировании, оптимизации и прогнозировании системы машин

	A	B	C	D	E	F	G
1	Виды работ	Объем работ (га, ц)	Марка трактора	Марка с.-х. машины	Производительность агрегата (га, ц)	Прямые затраты, ден. ед.	
2	Боронование	1420	ДТ-75	24-БЗСС	323,6	124	
3		1420	Т-150К	18-БЗСС	250,4	133	
4	Погрузка минеральных удобрений	2865	МТЗ-80	ПФБ	1906	122	
5		2865	ДТ-75	ПЭ	1012	125	
6	Внесение минеральных удобрений	720	МТЗ-80	РУМ-8	276	498	
7		720	Т-130К	РУМ-5	251	199	
8							
9		x1	x2	x3	x4	x5	x6
10	Переменный						
11	Целевая функция				0		
12							
13							
14	Условия по выполнению заданных объемов работ						
15			Ограничения				
16	Боронование		=E3*B10+E2*C10				
17	Погрузка минеральных удобрений						

Рисунок 4 – Введение ограничений по выполнению заданных объемов работ по боронованию

	A	B	C	D	E	F	G
4	Погрузка минеральных удобрений	2865	МТЗ-80	ПФБ	1906	122	
5		2865	ДТ-75	ПЭ	1012	125	
6	Внесение минеральных удобрений	720	МТЗ-80	РУМ-8	276	498	
7		720	Т-130К	РУМ-5	251	199	
8							
9		x1	x2	x3	x4	x5	x6
10	Переменный						
11	Целевая функция				0		
12							
13							
14	Условия по выполнению заданных объемов работ						
15			Ограничения				
16	Боронование		0				
17	Погрузка минеральных удобрений		0				
18	Внесение минеральных удобрений		=E7*F10+E6*G10				

Рисунок 5 – Введение ограничений по выполнению заданных объемов работ по внесению минеральных удобрений

3 Решение оптимизационных задач с использованием модуля «Поиск решения» программы Microsoft Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
7	внесение минеральных удобрений	720	T-150К	РУМ-5	251	199				
8										
9		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	
10	Переменный									
11										
12	Целевая функция					0				
13										
14										
15	Условия по выполнению заданных объемов работ	Ограничения					Условия по потребности в тракторах (машинах):			
16	Боронование		0			1420		ДТ-75	=B10+E10	
17	Погрузка минеральных удобрений		0			2865		T-150К		
18	Внесение минеральных удобрений		0			720		МТЗ-80		
19								БЗСС		
20								ПФБ		
21								ПЭ		
22								РУМ-8		
23								РУМ-5		

Рисунок 6 – Введение ограничений по потребности в тракторах

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
7	внесение минеральных удобрений	720	T-150К	РУМ-5	251	199				
8										
9		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
10	Переменный									
11										
12	Целевая функция					0				
13										
14										
15	Условия по выполнению заданных объемов работ	Ограничения					Условия по потребности в тракторах (машинах):			
16	Боронование		0			1420		ДТ-75	0	0
17	Погрузка минеральных удобрений		0			2865		T-150К	0	=10
18	Внесение минеральных удобрений		0			720		МТЗ-80	0	
19								БЗСС	0	
20								ПФБ	0	
21								ПЭ	0	
22								РУМ-8	0	
23								РУМ-5	0	

Рисунок 7 – Введение ограничений по тракторам Т-150К

В ячейку В14 введена формула целевой функции:

$$Z=124x_1+ 133x_2+122x_3+125x_4+498x_5+199x_6 + 0,2(3830x_7+ 6540x_8+4100x_9+ +8,5x_{10}+ 679x_{11} + 1750 x_{12} + 1560x_{13}+ 1540x_{14}).$$

Для решения задачи воспользуемся надстройкой Excel **Поиск решения**. Раскройте пункт меню **Сервис**, выберите команду **Поиск решения**. Появится соответствующее диалоговое окно (рис. 8).

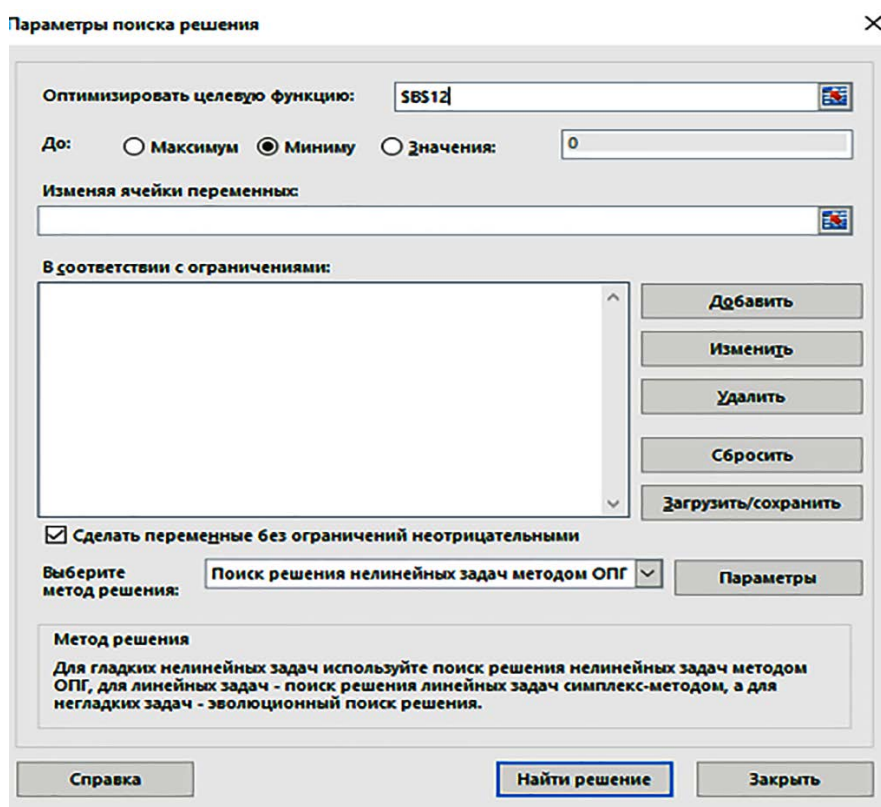


Рисунок 8 – Диалоговое окно Поиск решения

Сначала заполните поле **Установить целевую ячейку** – **B12**. Затем установите переключатель **Равной минимальному значению**, поскольку в данной задаче целевая функция стремится к минимуму. Введите данные поля **Изменяя ячейки**, выделив ячейки **B10:O10** (рис. 9).

Добавьте ограничения: щелкните кнопку **Добавить**. Появится диалоговое окно **Добавление ограничения** (рис. 9). Введите ограничения на неотрицательность переменных: щелкните по полю **Ссылка на ячейку**, а затем отметьте ячейки **B10:O10**; выберите знак ограничения (в данном случае \geq); щелкните по правому полю **Ограничение** и введите в него нулевое значение. Вновь щелкните по кнопке **Добавить**, затем в поле **Ссылка на ячейку** отметьте ячейку **\$B\$16**. Выберите знак ограничения, щелкните по правому полю **Ограничение** и отметьте в нем ячейку **\$F\$16**, содержащую ограничение на ресурс.

3 Решение оптимизационных задач с использованием модуля «Поиск решения» программы Microsoft Excel

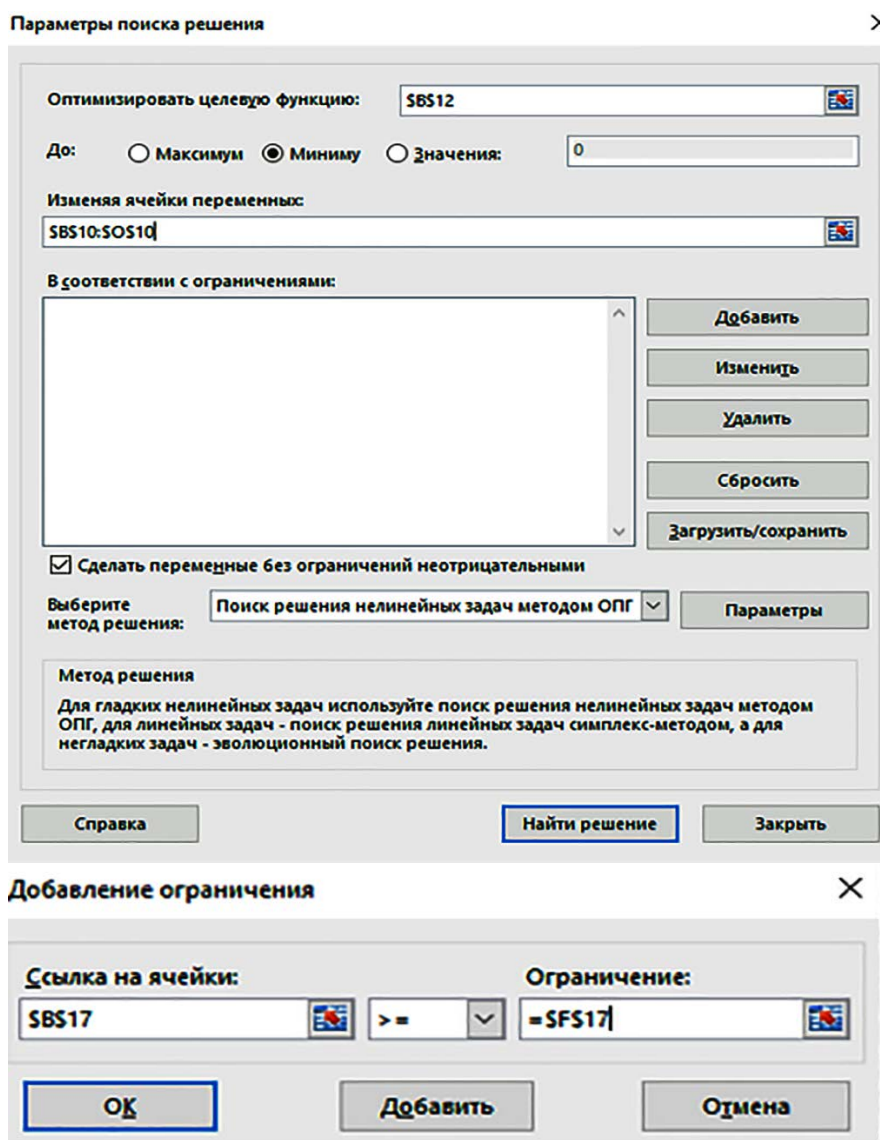


Рисунок 9 – Процедура добавления ограничений

Указав в окне **Поиск решения** целевую ячейку и ячейки, в которых содержатся изменяемые значения переменных, введя ссылки на ячейки, содержащие левые и правые части ограничений, выбрав знак $<$ $>$ или $=$, стоящий между этими частями, можно найти оптимальные значения переменных, обеспечивающие максимум (или минимум) целевой функции при заданных ограничениях (рис. 10).

Когда речь идет о задаче линейного программирования, существенная информация о влиянии изменения параметров на оптимальное решение накапливается программой, собственно, в ходе поиска решения. Excel представляет

эту информацию в виде **Отчета об устойчивости** (рис. 11).

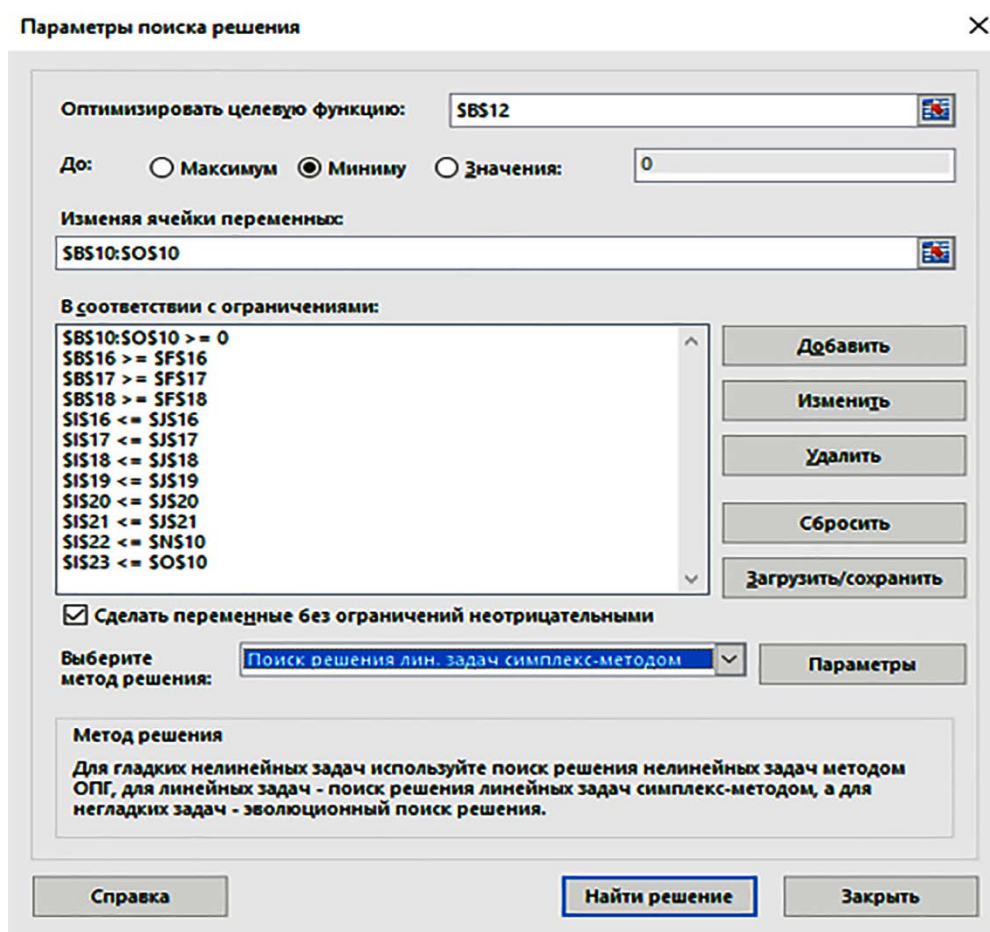


Рисунок 10 – Диалоговое окно Поиск решения: оптимальные значения переменных, обеспечивающие максимум (или минимум) целевой функции при заданных ограничениях

В процессе поиска оптимального решения формируется так называемый отчет об устойчивости, в котором, в частности, выдает интервал изменений коэффициентов целевой функции, внутри которого их изменение не приводит к изменению оптимального решения. Для получения этого отчета, после того как **Поиск решения** нашел оптимальное решение, нужно в окне **Результаты поиска решения**, перед тем как нажать на кнопку **ОК**, щелкнуть по строке **Устойчивость** в списке **Тип отчета**. Тогда после нажатия на кнопку **ОК**, Excel создаст дополнительный лист **Отчет об устойчивости**.

3 Решение оптимизационных задач
с использованием модуля «Поиск решения» программы Microsoft Excel

Microsoft Excel 16.0 Отчет об устойчивости							
Лист: [Оптимальный состав МТП.xlsx]Лист1							
Отчет создан: 20.04.2023 15:19:53							
Ячейки переменных							
Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Приведенн. Стоимость	Целевая функция Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение	
\$B\$10	Переменный x1	5,670926518	0	124	190,39045	930,8	
\$C\$10	Переменный x2	0	246,0477222	133	1E+30	246,0477222	
\$D\$10	Переменный x3	0	396,8155299	122	1E+30	396,8155299	
\$E\$10	Переменный x4	1,503147954	0	125	747,362055	1026,8	
\$F\$10	Переменный x5	2,868525896	0	498	20,5978261	223,7607909	
\$G\$10	Переменный x6	0	0	199	246,047722	22,64940239	
\$H\$10	Переменный x7	7,174074471	0	766	190,39045	766	
\$I\$10	Переменный x8	0	22,64940239	1308	1E+30	22,64940239	
\$J\$10	Переменный x9	2,868525896	0	820	20,5978261	223,7607909	
\$K\$10	Переменный x10	136,1022364	0	1,7	18,9035192	1,7	
\$L\$10	Переменный x11	1,503147954	0	135,8	747,362055	135,8	
\$M\$10	Переменный x12	0	350	350	1E+30	350	
\$N\$10	Переменный x13	2,868525896	0	312	20,5978261	223,7607909	
\$O\$10	Переменный x14	0	0	308	246,047722	22,64940239	
Ограничения							
Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Тень Цена	Ограничение Правая сторона	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение	
\$B\$16	Боронование Ограничения	1420	3,717252396	1420	1E+30	1420	
\$B\$17	Погрузка минеральных удобрений Ограничения	2865	0,538719832	2865	1E+30	2865	
\$B\$18	Внесение минеральных удобрений Ограничения	720	6,494023904	720	1E+30	720	
\$I\$16	ДТ-75 Ограничения	7,174074471	-766	0	7,17407447	1E+30	
\$I\$17	Т-150К Ограничения	0	-1285,3506	0	2,60869565	0	
\$I\$18	МТЗ-80 Ограничения	2,868525896	-820	0	2,8685259	1E+30	
\$I\$19	БЗСС Ограничения	136,1022364	-1,7	0	136,102236	1E+30	
\$I\$20	ПФБ Ограничения	0	0	0	1E+30	0	
\$I\$21	ПЭ Ограничения	1,503147954	-135,8	0	1,50314795	1E+30	
\$I\$22	РУМ-8 Ограничения	2,868525896	-312	0	2,8685259	1E+30	
\$I\$23	РУМ-5 Ограничения	0	-308	0	0	1E+30	

Рисунок 11 – Форма Отчета об устойчивости

Отчет по результатам содержит три таблицы: в первой приведены сведения о целевой функции до начала вычисления, во второй – значения иско- мых переменных, полученные в результате решения задачи, в третьей – ре- зультаты оптимального решения для ограничений. Этот отчет также содержит информацию о таких параметрах каждого ограничения, как состояние и до- пуск. Состояние может принимать три вида: привязка, без привязки или невы- полненное. Значение допуск – это разность между значением, выводимым в ячейке ограничения при получении решения, и числом, заданным в правой ча- сти формулы ограничения. Ограничение с привязкой – это ограничение, для

которого значение разницы равно нулю. Ограничение без привязки – это ограничение, которое было выполнено с ненулевым значением разницы.

В случае, если в результате поиска, не было найдено решения, удовлетворяющего заданным условиям, в диалоговом окне **Результаты поиска решения** появится соответствующее сообщение (рис. 12).

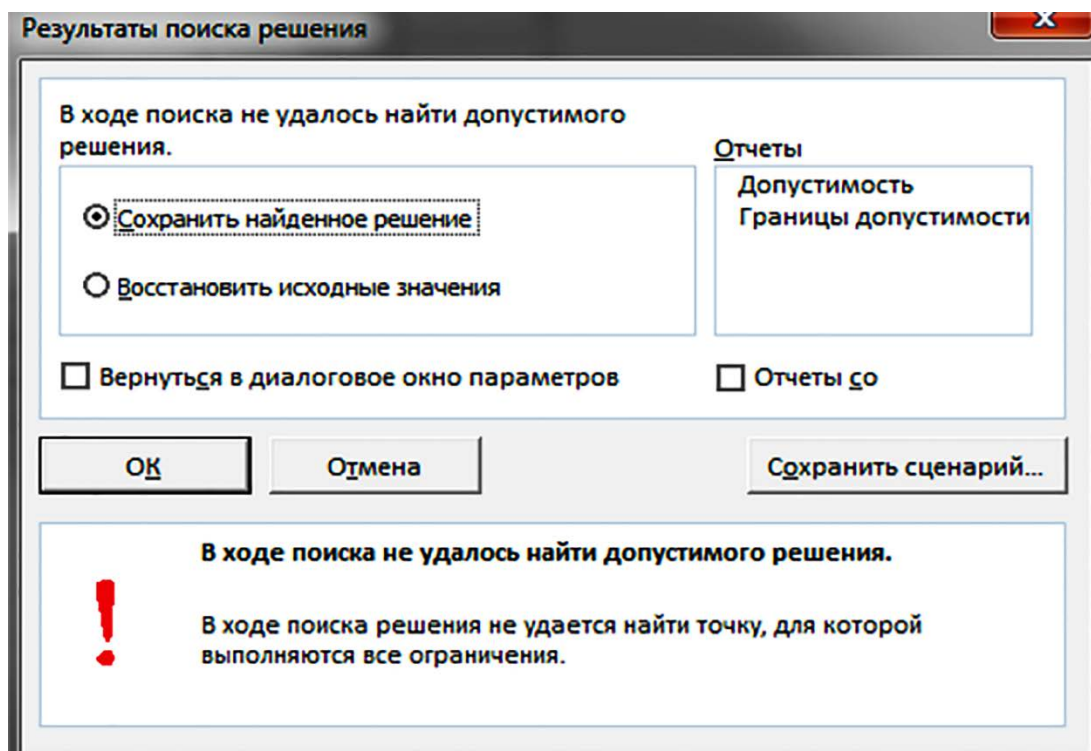


Рисунок 12 – Пример диалогового окна модели, не имеющей решения

Одной из наиболее часто встречающихся причин невозможности найти оптимальное решение является такая ситуация, когда в результате решения задачи выясняется, что имеются ограничения, которые не выполняются. Сохранив найденное решение, требуется построчно сравнить полученные значения и проверить, удовлетворяют ли они заданным условиям. Найдя, таким образом, невыполняемые ограничения необходимо отыскать и ликвидировать причины, обуславливающие невозможность соблюдения данного конкретного условия (это может быть, например, слишком большие или, наоборот, очень маленькие запланированные объемы ограничений и т. д.).

Если ограничений в модели очень много, то визуально достаточно трудно сравнивать и проверять на верность каждую строку. На практике многие экономические параметры (цены на продукцию, сырье, запасы сырья и т. д.) с течением времени меняют свои значения. Поэтому оптимальное решение задачи линейного программирования, полученное для конкретной экономической ситуации, после ее изменения может оказаться непригодным или неоптимальным. В связи с этим возникает задача анализа чувствительности задачи линейного программирования, а именно того, как возможные изменения параметров исходной модели повлияют на полученное ранее оптимальное решение.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

ОПТИМИЗАЦИЯ СОСТАВА МАШИННО-ТРАКТОРНОГО ПАРКА

Цель работы: *научиться применять модуль **Поиск решения** для формирования оптимального состава машинно-тракторного парка*

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.

2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.

3. Выполните свой вариант индивидуального задания.

4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Для составления оптимального плана выполнения работ по выращиванию яровых зерновых необходимо воспользоваться данными технологических операций и их характеристиками (табл. 2–5). Выполнение всех работ может быть осуществлено набором машин, приведенным в таблице 5. Посевная площадь и урожайность яровых зерновых ранних (яровая пшеница, ячмень, овес) даны по вариантам в таблице 2. В качестве критерия оптимальности необходимо принять сумму прямых затрат на выполнение работ.

Порядок выполнения лабораторной работы:

- 1. Составьте числовую модель задачи.*
- 2. Решите задачу на компьютере.*
- 3. Проанализируйте полученное решение.*

Лабораторная работа № 1.

Оптимизация состава машинно-тракторного парка

Таблица 2 – Посевные площади и урожайность яровых зерновых ранних

Вариант	Посевная площадь, га	Урожайность, ц/га	Вариант	Посевная площадь, га	Урожайность, ц/га
1	800	22	10	745	23
2	750	21	11	681	21
3	590	23	12	568	22
4	630	21	13	729	23
5	721	24	14	639	21
6	490	23	15	398	22
7	541	22	16	471	24
8	725	21	17	846	21
9	496	19	18	719	22

Таблица 3 – Коэффициент погодных условий сельскохозяйственных работ

Работа	Коэффициент погодных условий
Вспашка зяби	0,58
Покровное боронование	0,47
Сплошная культивация и боронование	0,62
Подбор и обмолот валков	0,54
Транспортировка зерна на ток	0,48
Скирдование соломы в поле	0,52
Погрузка соломы на транспорт	0,48

Таблица 4 – Наличие техники

Наименование машины	Марка	Наличие
Трактор	К-701	3
Трактор	ДТ-75М	2
Трактор	Т-А4	4
Трактор	К-700	2
Трактор	СК-6	3
Трактор	МТЗ-80	5
Плуг навесной девятикорпусной	ПТК-9-35	6
Плуг лемешный навесной четырехкорпусной	ПЛН-4-35	7
Борона	БЗТС-1	46
Тележка	КПС-4	6
Погрузчик фронтальный	ПФ-0,5	4
Автомобиль	ГАЗ-53А	5

Кривуца З. Ф. Использование информационных технологий при формировании, оптимизации и прогнозировании системы машин

Таблица 5 – Технико-экономическая характеристика агрегатов

Работа	Состав агрегата			Норма выработки за смену, га, т	Эксплуатационные затраты на 1 га (на 1 ц), денежные единицы
	трактор, комбайн, автомобиль	сельхозмашины и орудия	кол-во в агрегате		
Вспашка зяби	К-701	ПТК-9-35	1	9,9	12,45
	ДТ-75М	ПЛН-4-35	1	4,4	0,98
Покровное боронование	Т-А4	БЗТС-1	1	62	0,90
	ДТ-75М	БЗТС-1	1	50	0,90
Сплошная культивация и боронованием	К-700	КПС-4	3	66	2,53
	Т-А4	КПС-4	2	50	0,23
Подбор и обмолот валков	СК-6	–	1	18,3	3,70
Транспортировка зерна на ток	ГАЗ-53А	–	–	16,3	1,20
Скирдование соломы в поле	МТЗ-80	ПФ-0,5	4	40	0,35
Погрузка соломы в транспорт	МТЗ-80	ПФ-0,5	1	45	0,31

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ЦЕЛОЧИСЛЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Цель работы: научиться решать задачи по целочисленной оптимизации.

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.

2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.

3. Выполните вариант индивидуального задания.

4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Пример 1. *Фирма выпускает два набора удобрений для сельскохозяйственных растений: обычный и улучшенный. В обычный набор входят 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный – 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 2 кг калийных удобрений. Известно, что для некоторых растений требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 тыс. руб., а улучшенный 4 тыс. руб. Сколько и каких наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?*

Решение: Первоначально переведем задачу на математический язык.

Пусть x – количество обычных наборов удобрений, а y – количество улучшенных наборов удобрений. Тогда $f(x) = 3x + 4y \rightarrow \min$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 3 + 2y \geq 10 \\ 4x + 6y \geq 20 \\ x + 2y \geq 7 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

1. Введем данные в таблицу следующим образом (рис. 13).
2. В ячейку B6 введем формулу:

$$=СУММПРОИЗВ (B2:B3, \$F\$2:\$F\$3)–B5.$$

Для этого выполним следующее: **Вставка** → **Функция**, категория **Математические**, Тип – СУММПРОИЗВ (рис. 14).

	A	B	C	D	E	F
1		Азотные	Фосфорные	Калиевые	Цена	Количество
2	Обычный набор	3	4	1	3	0
3	Улучшенный товар	2	6	2	4	0
4						
5	Требуется	10	20	7	Общая цена	
6	Ограничения					

Рисунок 13 – Ввод данных

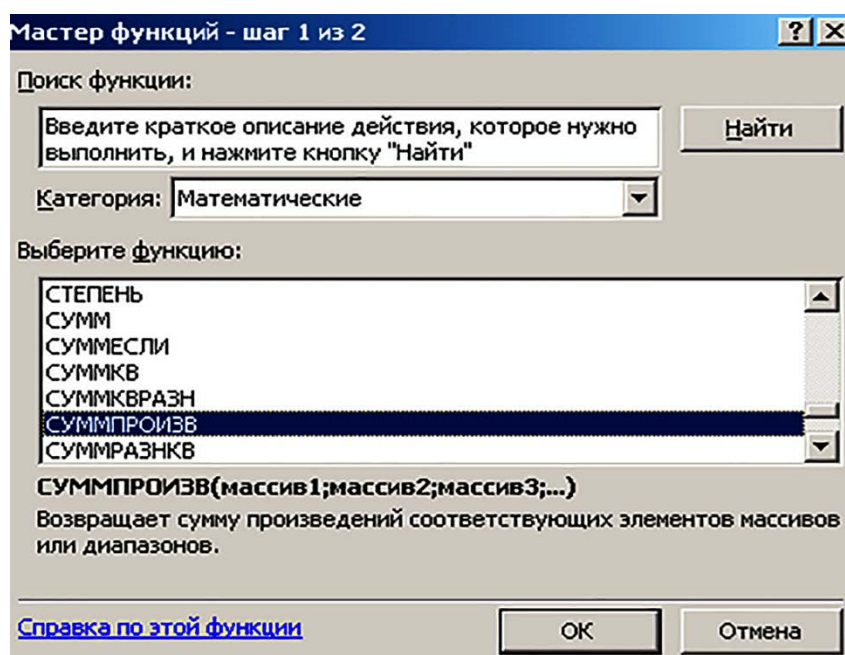


Рисунок 14 – Выбор функции

3. Затем введем массивы, как представлено на образце (рис. 15).

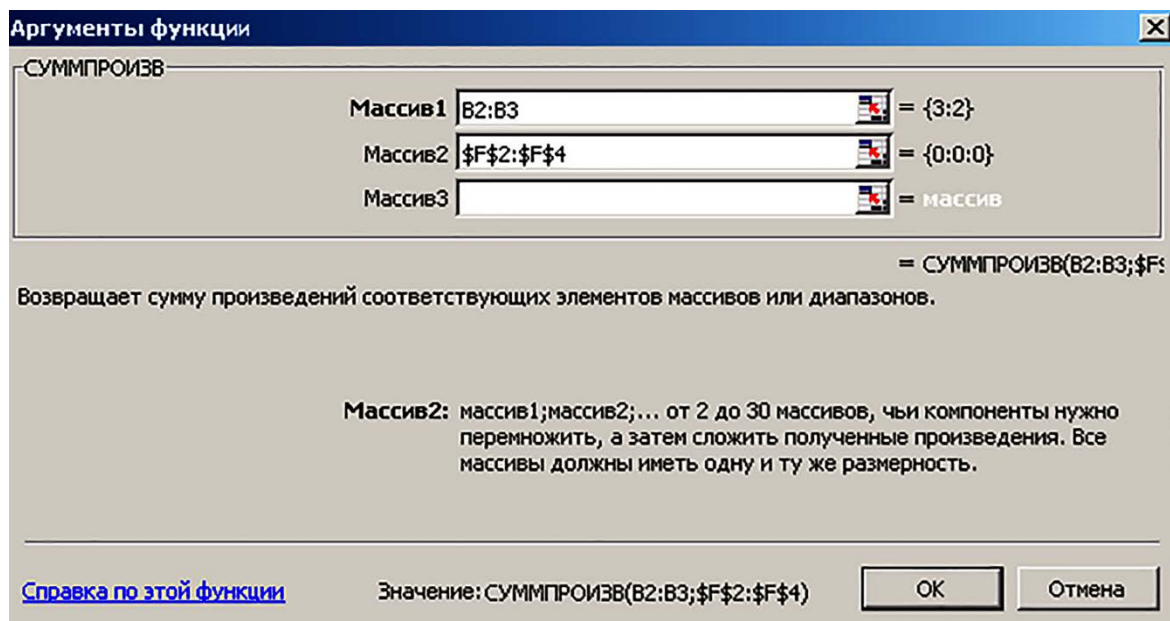


Рисунок 15 – Ввод массива

4. Получим формулу вида:

$$=СУММПРОИЗВ (B2:B3, F2:F3)$$

в строке формул допишем формулу, то есть запишем –**B5**.

5. Затем скопируем данную формулу с помощью маркера автозаполнения в ячейки C6:D6.

6. В ячейку E6 данная формула тоже копируется, но при это нам необходимо убрать вычитаемое E5.

7. Выделим ячейку E6 с целевой функцией.

8. Выполним команду **Сервис** → **Поиск решения**.

9. В диалоговом окне укажем: «Установить целевую ячейку:» **\$E\$6**; «минимальное значение».

10. Затем в строке **Изменяя ячейки**, введем диапазон **\$F\$2:\$F\$3**.

11. Нажмем вкладку **Добавить** и введем ограничения. В строке ссылка на ячейку внесем диапазон **\$B\$6:\$D\$6**; знак **>=**; ограничение **0**. Нажмем кнопку **Выполнить**.

12. В результате мы получим данные (рис. 16).

	A	B	C	D	E	F
1		Азотные	Фосфорные	Калиевые	Цена	Количество
2	Обычный набор	3	4	1	3	1,5
3	Улучшенный товар	2	6	2	4	2,75
4						
5	Требуется	10	20	7	Общая цена	
6	Ограничения	0	2,5	0	15,5	

Рисунок 16 – Результат вычислений

Поиск решения вернет результат:

$$x = 1,5; y = 2,75; \text{целевая функция равна } 15,5.$$

Но наборы удобрений нельзя покупать частями. Нужно наложить еще одно ограничение: x, y – целые числа. Для этого еще раз вызовем **Поиск решения**.

В диалоговом окне **Поиск решения** нажимаем вкладку **Добавить**, не изменяя прежних параметров. В строке **Ссылка на ячейку** вводим диапазон **\$F\$2:\$F\$3**. Выбираем **ЦЕЛ**; в результате замечаем, что появилось ограничение **Целое**. Нажимаем **ОК**.

На этот раз получим значение целевой функции 17 (оно ухудшилось), а количество наборов стало таким: $x = 3; y = 2$. *Самостоятельно проверьте, что данное количество наборов дает худший результат.*

Пример для самостоятельного решения. *В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес одного изделия составляют 400 руб. и 12 кг для первого типа, 500 руб. и 16 кг для второго типа, 600 руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определите максимальную и минимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий..*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.

ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Цель работы: *изучить основные приемы решения транспортных задач.*

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.

2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.

3. Выполните вариант индивидуального задания.

4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

В общем виде транспортную задачу можно сформулировать следующим образом: в m пунктах отправления A_1, \dots, A_m находится однородный груз, количество которого равно соответственно a_1, \dots, a_m единиц. Данный груз необходимо доставить потребителям B_1, \dots, B_n , спрос которых – b_1, \dots, b_n . Стоимость перевозки единицы груза из i -го ($i = 1, m$) пункта отправления в j -ый ($j = 1, n$) пункт назначения равна c_{ij} . Необходимо составить план перевозок, который полностью удовлетворяет спрос потребителей в грузе, и при этом суммарные транспортные издержки минимальны.

Математически транспортную задачу можно записать в следующем виде:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a, i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b, j = \overline{1, n},$$
$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \quad (4)$$

Таким образом, дана система ограничений (2) при условии (3) и линейная функция (1). Требуется среди множества решений системы (2) найти такое неотрицательное решение, которое доставляет минимум линейной функции (1).

Модель транспортной задачи называют закрытой (сбалансированной), если суммарный объем груза, имеющегося у поставщиков, равен суммарному спросу потребителей, то есть выполняется равенство (5):

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (5)$$

Если для транспортной задачи выполняется одно из условий (6), то модель задачи называют открытой (несбалансированной):

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j,$$
$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j \quad (6)$$

Для разрешимости транспортную задачу с открытой моделью следует преобразовать в закрытую.

Так, если выполняется условие $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$, то необходимо ввести фиктивный $(n + 1)$ пункт назначения B_{n+1} , то есть в матрицу задачи вводится дополнительный столбец. Спрос фиктивного потребителя принимается равным $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$. Стоимость перевозок продукции полагается

*Лабораторная работа № 3.
Транспортная задача*

одинаковой, чаще всего равной нулю (если не задана стоимость складирования продукции), то есть $c_{i,n+1} = 0, i = \overline{1, m}$.

Если выполняется условие $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$, то необходимо ввести фиктивного ($n + 1$) поставщика A_{m+1} , то есть в матрицу задачи вводится дополнительная строка. Запас груза данного поставщика принимается равным $a_{m+1} = \sum_{i=1}^m b_i - \sum_{j=1}^n a_j$. Стоимость перевозок продукции полагается одинаковой, чаще всего равной нулю (если не задана стоимость штрафов за недопоставку продукции), то есть $c_{m+1,j} = 0, j = \overline{1, n}$.

При преобразовании открытой задачи в закрытую, целевая функция не меняется, так как все слагаемые, соответствующие дополнительным перевозкам, равны нулю.

Пример 1. *Производство продукции осуществляется на 4-х предприятиях, затем она развозится в 5 пунктов потребления. Предприятия могут выпускать в день 235, 175, 185 и 175 единиц продукции. Пункты потребления готовы принимать ежедневно 125, 160, 60, 250 и 17 единиц продукции. Хранение на предприятии единицы продукции обходится в 2 у. е. в день, штраф за недопоставленную продукцию – 3,5 у. е. в день. Стоимость перевозки единицы продукции с предприятий в пункты потребления приведена в таблице 6. Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке продукции.*

Решение: Анализируем задачу математически. Проверка сбалансированности модели задачи – модель является сбалансированной, так как суммарный объем производимой продукции в день равен суммарному объему потребности в ней:

$$235 + 175 + 185 + 175 = 125 + 160 + 60 + 250 + 175.$$

Таблица 6 – Стоимость перевозки единицы продукции в пункты потребления

Предприятия	Пункты потребления				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2,35	4	3,65
2	3	2,85	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4
4	4	2	2,1	4,1	3,4

Поэтому при решении этой задачи не учитываются издержки, связанные со складированием и недопоставкой продукции.

Неизвестными являются объемы перевозок. Пусть X_{ij} – объем перевозок с i -го предприятия в j -й пункт потребления. Неизвестные должны удовлетворять следующим ограничениям:

- 1) объемы перевозок не могут быть отрицательными;
- 2) поскольку модель сбалансирована, то вся продукция должна быть вывезена с предприятий, а потребности всех пунктов потребления должны быть полностью удовлетворены.

Итак, имеем следующую задачу:

найти минимум функционала:

$$F = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = b, j \in [1, 5],$$

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} = a, i \in [1, 4],$$

$$x_{ij} \geq 0, i \in [1, 4], j \in [1, 5]$$

При этом a_i – объем производства на i -м предприятии, b_j – спрос в j -м пункте потребления.

Лабораторная работа № 3.
Транспортная задача

Решим задачу с помощью Excel.

1. Заполним таблицу данными, как представлено на образце (рис. 17).

L10		A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Транспортная задача									
2		Пункты потребления								
3		Стоимость перевозок								
4	Предприятия	1	2	3	4	5				
5	1	3,2	3	2,35	4	3,65				
6	2	3	2,75	2,5	3,9	3,55				
7	3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4				
8	4	4	2	2,1	4,1	3,4				
9										
10								Ограничения 2	Объемы производства	
11	1									
12	2									
13	3									
14	4									
15	Ограничения 1									
16		Потребность в продукции								
17		125	160	60	250	175				
18	Целевая функция									

Рисунок 17 – Образец заполнения таблицы

2. Произведем расчет первого ограничения. Для этого выполним следующее: в ячейку B15 введем формулу с помощью клавиатуры или с помощью Мастера функций: =СУММ(B11:B14).

3. Аналогичным способом посчитаем следующие диапазоны:

(C11:C14); (D11:D14); (E11:E14); (F11:F14)

Или выполним это действие с помощью маркера автозаполнения.

4. Произведем расчет второго ограничения. Для этого в ячейку G11 введем формулу =СУММ(B11:F11).

5. Аналогичным способом выполним расчеты в диапазонах (B12:F12), (B13:F13), (B14:F14) (или с помощью маркера автозаполнения).

6. Заполним ячейки от H11 до H14 данными об объеме производства. Для этого вводим в ячейку H11 число 235, в H12 – число 175, в H13 – число 185 и в H14 – число 175 (это объемы продукции, которые выпускает предприятие). В итоге у вас получится следующее (рис. 18).

G19								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Транспортная задача							
2		Пункты потребления						
3		Стоимость перевозок						
4	Предприятия	1	2	3	4	5		
5	1	3,2	3	2,35	4	3,65		
6	2	3	2,75	2,5	3,9	3,55		
7	3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4		
8	4	4	2	2,1	4,1	3,4		
9								
10							Ограничения 2	Объемы производства
11	1						0	235
12	2						0	175
13	3						0	185
14	4						0	175
15	Ограничения 1	0	0	0	0	0		
16		Потребность в продукции						
17		125	160	60	250	175		
18	Целевая функция							

Рисунок 18 – Введение функций

7. В ячейку B18 введем формулу =СУММПРОИЗВ(B5:F8; B11:F14). В результате в ячейке B18 появится значение 0.

8. Далее выполним команду **Сервис** → **Поиск решения**.

9. Выделим целевую ячейку **B18** (целевая ячейка всегда содержит формулу).

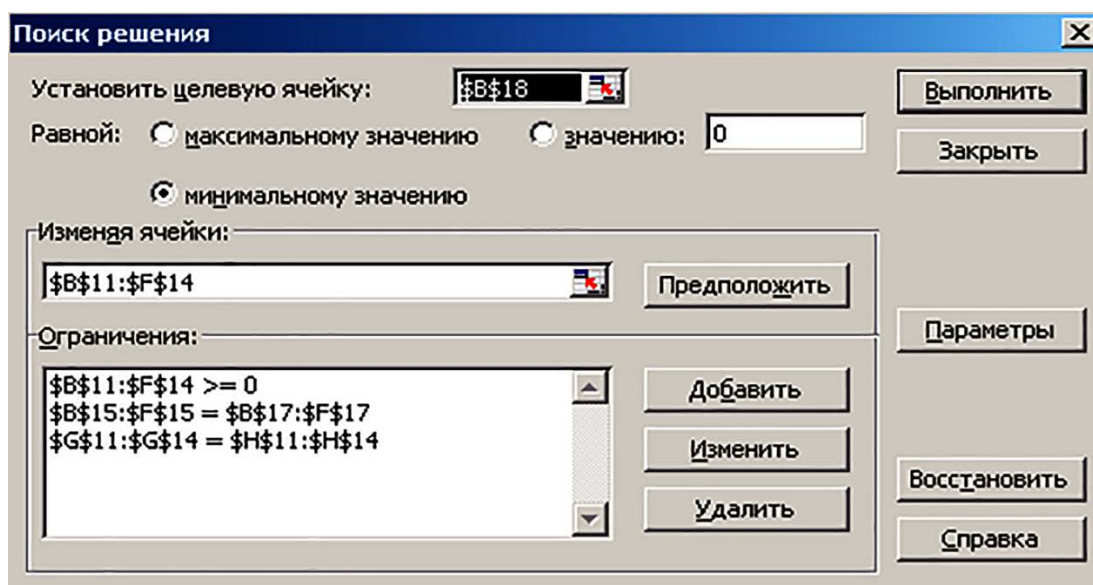


Рисунок 19 – Добавление ограничений по условию задачи

Лабораторная работа № 3.
Транспортная задача

10. Добавим ограничения, которые даны в условии задачи (рис. 19).

11. В результате получим следующие данные решения (рис. 20).

B18		fx =СУММПРОИЗВ(B5:F8;B11:F14)							
	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Транспортная задача								
2		Пункты потребления							
3		Стоимость перевозок							
4	Предприятия	1	2	3	4	5			
5	1	3,2	3	2,35	4	3,65			
6	2	3	2,75	2,5	3,9	3,55			
7	3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4			
8	4	4	2	2,1	4,1	3,4			
9									
10							Ограничения 2	Объемы производства	
11	1	0	0	60	55,62515	119,3748	235	235	
12	2	125	0	0	9,374848	40,62515	175	175	
13	3	0	0	0	185	0	185	185	
14	4	0	160	0	0	15	175	175	
15	Ограничения 1	125	160	60	250	175			
16		Потребность в продукции							
17		125	160	60	250	175			
18	Целевая функция	2373,5							

Рисунок 20 – Результат вычислений

Пример для самостоятельного решения. Имеются n пунктов производства и t пунктов распределения продукции. Стоимость перевозки единицы продукции из i -го пункта производства в j -й центр потребления c_{ij} приведена в таблице (под строкой понимается пункт производства, а под столбцом – пункт потребления). Кроме того, в таблице в i -й строке указан объем производства в i -м пункте, а в j -м столбце указан спрос в j -м центре потребления. Хранение продукции на предприятии обходится в 1,6 у. е. в день, а штраф за просроченную поставку единицы продукции, заказанной потребителем в пункте потребления, но там не находящейся, равен 3,4 у. е. в сутки. Составьте план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты потребления, минимизирующий суммарные транспортные расходы. Необходимые данные для решения задачи примите из таблицы 7.

*Кривуца З. Ф. Использование информационных технологий
при формировании, оптимизации и прогнозировании системы машин*

Таблица 7 – Исходные данные

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции пункты потребления				Объем производства
	1	2	3	4	
	A	5	1,8	6	
B	1	5,1	8	2	42
C	3,5	6	3	3,1	10
D	2,2	4,9	1,3	4	16
E	3	7	8,95	1	10
Объемы потребления	20	38	30	22	–

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, СТРУКТУРНЫХ СХЕМ И АВТОФИГУР ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМ МАШИН

Цель работы: *научиться создавать графические объекты, структурные схемы и автофигуры.*

Методические указания:

1. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Выполните практическое задание.
3. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Задание для самостоятельного выполнения. *Создайте в текстовом редакторе Word документ по предлагаемому образцу, используя:*

- 1) *различные подходящие типы автофигур;*
- 2) *оформление автофигур при помощи тени (в необходимых случаях);*
- 3) *различные типы и цвета линий, цвета заливки.*

Для создания документов Word используйте приведенные ниже изображения:

- 1) технологической поточной линии уборки, перевозки и послеуборочной обработки зерна (рис. 21);
- 2) классификации транспортно-технологических процессов обработки зерна (рис. 22);
- 3) блок-схемы определения эффективности использования транспортных средств (рис. 23);
- 4) основных способов улучшения тягово-сцепных качеств автомобиля (рис. 24).



Рисунок 21 – Технологическая поточная линия уборки, перевозки и послеуборочной обработки зерна



Рисунок 22 – Классификация транспортно-технологических процессов обработки зерна



Рисунок 23 – Блок-схема определения эффективности использования транспортно-технологических средств

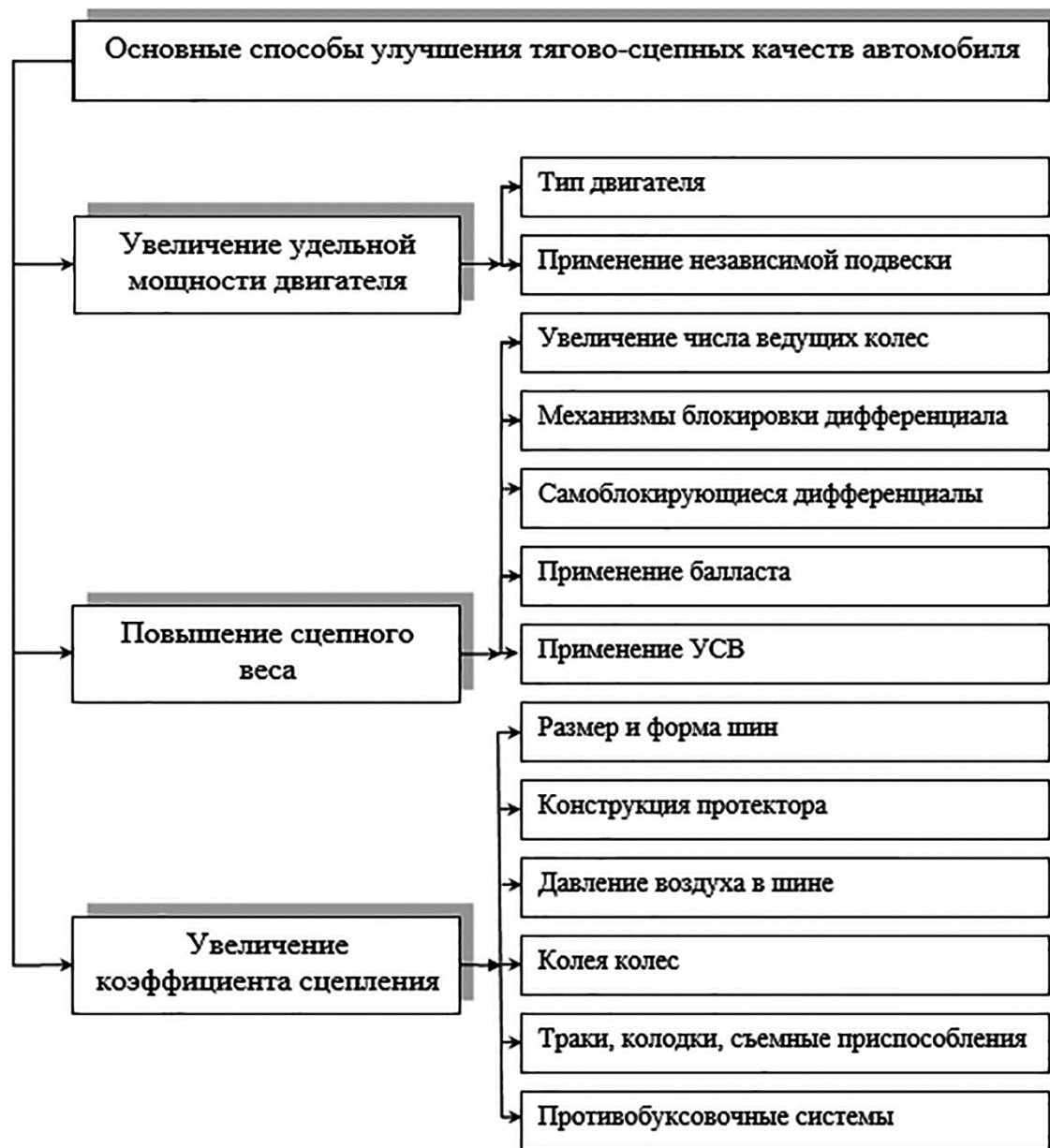


Рисунок 24 – Основные способы улучшения тягово-сцепных качеств автомобиля

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.

МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ

ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Цель работы: научиться создавать, форматировать и редактировать формулы.

Методические указания:

1. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Выполните практическое задание.
3. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Задание для самостоятельного выполнения. Используя средства Редактора формул, создайте документы с формульными фрагментами.

Пример 1. Эффективность перевозки сахарной свеклы предлагается определять следующей экономико-математической моделью оптимизации:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^s \sum_{j=1}^n l_{ij} z_{isj} A_{isj} q_s \rightarrow \min$$

При условиях:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^s z_{isj} A_{isj} q_s \leq Q_j, j = 1, 2, \dots, n,$$
$$\sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^s z_{isj} A_{isj} q_s \leq w_i, i = 1, 2, \dots, m,$$
$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A_{isj} \leq A_s, s = 1, 2, \dots, s,$$

$$a_i \leq \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^s z_{isj} A_{isj} q_s}{W_i} \leq b_i,$$

$$A_{isj} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad s = \overline{1, s}$$

где l_{ij} – расстояние перевозки от i -го пункта погрузки до j -го пункта выгрузки, км;

q_s – номинальная грузоподъемность автомобиля s -го типа, т;

z_{isj} – число ездов, которые совершает автомобиль s -го типа;

A_{isj} – количество автомобилей s -го типа, которое требуется для перевозки свеклы с i -го пункта погрузки на j -й свеклоприемный пункт;

Q_j – суточная мощность j -свеклоприемного пункта, Вт;

w_i – суточная мощность отгрузки, Вт;

A_s – количество автомобилей s -го типа, необходимое для вывоза свеклы со всех пунктов отгрузки на все приемные пункты;

a_i, b_i – величины (в относительных единицах) допустимых нижних и верхних границ вывоза свеклы с i -го пункта отгрузки.

Пример 2. Полные удельные приведенные затраты можно определить следующей целевой функцией:

$$\Pi = M_k \left[\frac{C_{к.пер}}{h} + \frac{C_{к(\bar{t}_{ц.к.о} + t_{пр.к})}}{\varepsilon_б} \right] + M_a \left[\frac{C_{а.пер} \bar{l}_e}{\beta} + \frac{C_a(t_{ц.а.о.} + t_{пр.а})}{q_б \varepsilon_б} \right] \rightarrow \min$$

где M_k – число комбайнов;

M_a – число автомобилей;

C_k, C_a – постоянные затраты за один час работы комбайна и автомобиля, руб.;

$C_{к.пер}$ – переменные затраты на уборку единицы площади, руб./га;

$C_{а.пер}$ – переменные затраты на 1 км пробега автомобиля, руб./км;

$q_б$ – грузоподъемность автомобилей, выраженная в количестве загруженных бункеров комбайна, т;

$\varepsilon_б$ – масса зерна в бункере комбайна, т;

\bar{l}_e – средняя длина ездки, км;

β – коэффициент использования пробега.

Пример 3. При решении задачи проектирования оптимальных грузопотоков одновременно производимых и потребляемых грузов при заданных размещениях взаимосвязанных объектов и их мощности за критерии оптимальности целесообразно выбрать минимум приведенных затрат на уборку и доставку

зерна в требуемом объеме. В рассматриваемом случае целевая функция Π представляет собой сумму приведенных затрат в объеме годовой потребности района:

$$\Pi = \sum_{ijl} C_{ijl} X_{ijl} + \sum_{ikl} C_{ikl} X_{ikl} + \sum_{jkl} C_{jkl} X_{jkl} \rightarrow \min$$

где C_{ijl} – приведенные затраты на уборку и перевозку 1 т зерна с i -го поля на j -й ток l -м способом, руб./т;

C_{ikl} – приведенные затраты на перевозку 1 т зерна с i -го поля k -му потребителю l -м способом, руб./т;

C_{jkl} – приведенные затраты на перевозку 1 т зерна с j -го тока k -му потребителю l -м способом, руб./т;

X_{ijl} – объем перевозок зерна с i -го поля на j -й ток l -м способом, т;

X_{ikl} – объем перевозок зерна с i -го поля k -му потребителю l -м способом, т;

X_{jkl} – объем перевозок зерна с j -го тока k -му потребителю l -м способом, т.

Ограничения по пропускной способности a_i комбайнов:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^G X_{ijl} + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K X_{ikl} \leq a_i$$

где a_i – пропускная способность работающих комбайнов.

Условие удовлетворения k -го потребителя в зерне, которое доставляется ему как с i -го поля, так и с j -го тока:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^I X_{ikl} + \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^G X_{jkl} \geq a_k$$

где a_k – потребность k -го потребителя в зерне.

Условие баланса ввоза и вывоза зерна для j -го тока:

$$\sum_{il} X_{ijl} = \sum_{kl} X_{jkl}$$

Ограничения по пропускной способности тока:

$$\sum_{il} X_{ijl} = b_j$$

где b_j – пропускная способность зерноочистительных и перегрузочных агрегатов.

Условия положительности переменных:

$$X_{ijl} \geq 0; \quad X_{ikl} \geq 0; \quad X_{jkl} \geq 0$$

Пример 4. При решении задачи оптимизации распределения механизированных процессов и работ технологических операций производства сельскохозяйственной продукции в качестве критерия оптимизации В. Б. Дзуганов использует целевую функцию следующего вида:

$$C_{\Pi} = \frac{1}{W_{\text{ч}}} \left[\frac{B_{\text{м}} \cdot K_{\text{Г}}}{R \cdot K_{\text{П}}} + \text{Ч}_{\text{Тс}} \cdot K_{\text{Т}} \cdot K_{\text{д}} \cdot K_{\text{н}} \cdot K_{\text{о}} \right] + \\ + [h \cdot K_{\text{р}} \cdot (\text{Ц}_{\text{Т}} + h_{\text{м}} \cdot \text{Ц}_{\text{м}}) + \text{Н}^{\text{Т}} \cdot K_{\text{П}}] \rightarrow \min$$

где $W_{\text{ч}}$ – часовая производительность машины на конкретной технологической операции, в физических га;

$B_{\text{м}}$ – балансовая стоимость машины, руб.;

R – ресурс машины за срок службы, установленный изготовителем, ч;

$K_{\text{Г}}$ – коэффициент технической готовности;

$K_{\text{П}}$ – коэффициент перевода физических гектар в условно эталонные гектары;

$\text{Ч}_{\text{Тс}}$ – часовая тарифная ставка руб.;

$K_{\text{Т}}$ – тарифный коэффициент работника в соответствии с присвоенным разрядом;

$K_{\text{д}}$ – коэффициент, учитывающий дополнительную заработную плату работника;

$K_{\text{н}}$ – коэффициент, учитывающий единый социальный налог;

$K_{\text{о}}$ – повышающий отраслевой коэффициент;

h – типовая норма расхода топлива на выполнение 1 га механизированных работ технологической операции, кг (л);

$\text{Ц}_{\text{Т}}, \text{Ц}_{\text{м}}$ – цена топлива и масел, руб./кг (л);

$K_{\text{р}}$ – обобщенный поправочный коэффициент для корректировки норм расхода топлива для конкретных производственных условий;

$h_{\text{м}}$ – установившаяся норма расхода масел в процентах от расхода топлива;

$\text{Н}^{\text{Т}}$ – норматив затрат на техническое обслуживание и ремонт для конкретной марки тракторов (комбайнов), руб./усл. эт. га.

Пример 5. Анализ распределения температуры воздуха в течение года показал, что уравнением регрессии являемся уравнение параболы:

$$Y_x = b_0 + b_1x + b_2x^2$$

Параметры b_0, b_1, b_2 находим, применяя метод наименьших квадратов:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_{x_i} - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 x_i + b_2 x_i^2 - \bar{y}_i)^2 \rightarrow \min$$

Приравняв частные производные $\frac{dS}{db_0}, \frac{dS}{db_1}, \frac{dS}{db_2}$ к нулю, после преобразований получим систему нормальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n x_i + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 &= \sum_{i=1}^n y_i x_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 &= \sum_{i=1}^n y_i x_i^2 \end{aligned} \right\}$$

После преобразований, составим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 9b_0 + 63b_1 + 501b_2 &= 45 \\ 63b_0 + 501b_1 + 4347b_2 &= 315 \\ 501b_0 + 4347b_1 + 3995b_2 &= 1661 \end{aligned} \right\}$$

Решая систему методом Гаусса, получим:

$$b_0 = -111; b_1 = 38,37; b_2 = -2,741$$

То есть уравнение регрессии имеет вид:

$$Y = -2,741x^2 + 38,37x - 111$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.

АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ССЫЛКИ В EXCEL.

АВТОЗАПОЛНЕНИЕ. ПРОГРЕССИЯ

Цель работы: *усвоить отличие между абсолютной и относительной ссылками; совершенствовать навыки ввода данных в ячейки таблицы с использованием автозаполнения и прогрессии.*

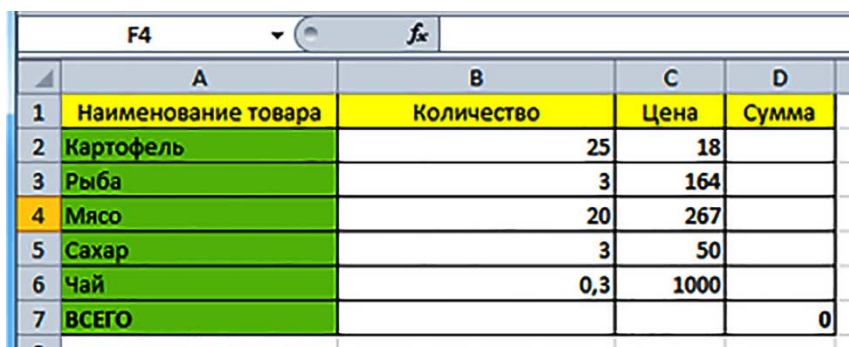
Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.
3. Выполните свой вариант индивидуального задания.
4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

При работе с формулами в программе Microsoft Excel возникает необходимость оперировать ссылками на другие ячейки, расположенными в документе. При этом нужно знать, что эти ссылки бывают двух видов: абсолютные и относительные.

Абсолютные ссылки – это ссылки, при копировании которых координаты ячеек не изменяются, находятся в зафиксированном состоянии. В **относительных ссылках** координаты ячеек изменяются при копировании относительно других ячеек листа.

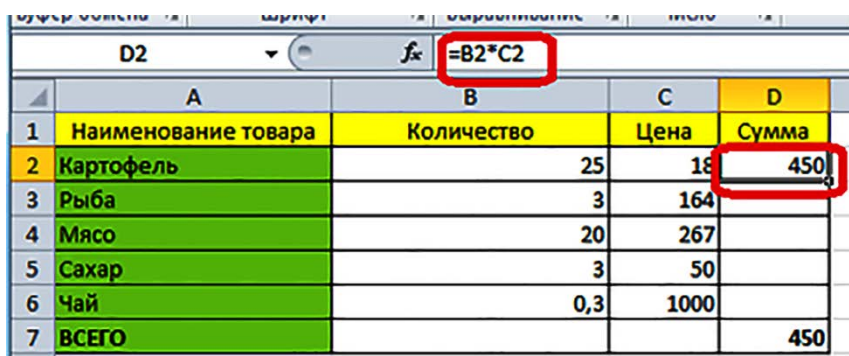
Пример 1. Создание относительной ссылки. Возьмем таблицу, которая содержит количество и цену различных наименований продуктов. Нам нужно посчитать стоимость продуктов (рис. 25).



	A	B	C	D
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма
2	Картофель	25	18	
3	Рыба	3	164	
4	Мясо	20	267	
5	Сахар	3	50	
6	Чай	0,3	1000	
7	ВСЕГО			0

Рисунок 25 – Ввод исходных данных

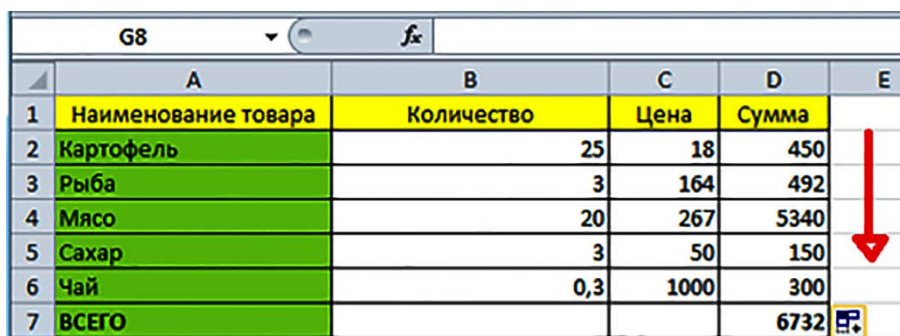
Делается это простым умножением количества (столбец B) на цену (столбец C). Например, для первого наименования товара формула будет выглядеть так $=B2*C2$. Вписываем ее в соответствующую ячейку таблицы (рис. 26).



	A	B	C	D
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма
2	Картофель	25	18	450
3	Рыба	3	164	
4	Мясо	20	267	
5	Сахар	3	50	
6	Чай	0,3	1000	
7	ВСЕГО			450

Рисунок 26 – Определение произведения

Далее, чтобы вручную не вносить формулы для ячеек, которые расположены ниже, просто копируем данную формулу на весь столбец. Становимся на нижний правый край ячейки с формулой, кликаем левой кнопкой мыши, и при зажатой кнопке тянем мышку вниз. Таким образом, формула скопируется и в другие ячейки таблицы (рис. 27).



	A	B	C	D	E
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма	
2	Картофель	25	18	450	
3	Рыба	3	164	492	
4	Мясо	20	267	5340	
5	Сахар	3	50	150	
6	Чай	0,3	1000	300	
7	ВСЕГО			6732	

Рисунок 27 – Автозаполнение столбца

Но, как видим, формула в нижней ячейке уже выглядит не как $=B2*C2$, а как $=B3*C3$. Соответственно, изменились и те формулы, которые расположены ниже. Вот таким свойством изменения при копировании и обладают относительные ссылки (рис. 28).



	A	B	C	D	E
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма	
2	Картофель	25	18	450	
3	Рыба	3	164	492	
4	Мясо	20	267	5340	
5	Сахар	3	50	150	
6	Чай	0,3	1000	300	
7	ВСЕГО			6732	

Рисунок 28 – Результат автозаполнения столбца

Но, далеко не во всех случаях нам нужны именно относительные ссылки. Например, нам нужно в той же таблице рассчитать удельный вес стоимости каждого наименования товара от общей суммы. Это делается путем деления стоимости на общую сумму. Например, чтобы рассчитать удельный вес картофеля, мы его стоимость (D2) делим на общую сумму (D7). Получаем следующую формулу: $=D2/D7$.

В случае, если мы попытаемся скопировать формулу в другие строки тем же способом, что и предыдущий раз, то получим совершенно неудовлетворяющий нас результат. Как видим, уже во второй строке таблицы формула имеет

вид $=D3/D8$, то есть сдвинулась не только ссылка на ячейку с суммой по строке, но и ссылка на ячейку, отвечающую за общий итог (рис. 29).

	A	B	C	D	E
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма	Удельный вес от общей суммы
2	Картофель	25	18	450	0.06684492
3	Рыба	3	164	492	#ДЕЛ/0!
4	Мясо	20	267	5340	#ДЕЛ/0!
5	Сахар	3	50	150	#ДЕЛ/0!
6	Чай	0,3	1000	300	#ДЕЛ/0!
7	ВСЕГО			6732	
8					

Рисунок 29 – Ошибка в относительной ссылке

D8 – это совершенно пустая ячейка, поэтому формула и выдает ошибку. Соответственно, формула в строке ниже будет ссылаться на ячейку D9 и т. д. Нам же нужно, чтобы при копировании постоянно сохранялась ссылка на ячейку D7, где расположен итог общей суммы, а такое свойство имеют как раз абсолютные ссылки.

Пример 2. Создание абсолютной ссылки. Таким образом, для нашего примера делитель должен быть относительной ссылкой и изменяться в каждой строке таблицы, а делимое должно быть абсолютной ссылкой, которая постоянно ссылается на одну ячейку. С созданием относительных ссылок у пользователей проблем не будет, так как все ссылки в Microsoft Excel по умолчанию являются относительными. А вот, если нужно сделать абсолютную ссылку, придется применить один прием.

После того, как формула введена, просто ставим в ячейке, или в строке формул, перед координатами столбца и строки ячейки, на которую нужно сделать абсолютную ссылку, знак доллара. Можно также сразу после ввода адреса нажать функциональную клавишу F7, и знаки доллара перед координатами строки и столбца отобразятся автоматически. Формула в самой верхней ячейке примет такой вид: $=D2/\$D\7 (рис. 30).

	A	B	C	D	E
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма	Удельный вес от общей суммы
2	Картофель	25	18	450	=D2/\$D\$7
3	Рыба	3	164	492	
4	Мясо	20	267	5340	
5	Сахар	3	50	150	
6	Чай	0,3	1000	300	
7	ВСЕГО			6732	

Рисунок 30 – Создание абсолютной ссылки

Копируем формулу вниз по столбцу. Как видим, на этот раз все получилось. В ячейках находятся корректные значения. Например, во второй строке таблицы формула выглядит: =D3/\$D\$7, то есть делитель поменялся, а делимое осталось неизменным (рис. 31).

	A	B	C	D	E
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма	Удельный вес от общей суммы
2	Картофель	25	18	450	0,06684492
3	Рыба	3	164	492	0,073083779
4	Мясо	20	267	5340	0,793226381
5	Сахар	3	50	150	0,02228164
6	Чай	0,3	1000	300	0,04456328
7	ВСЕГО			6732	1
8					

Рисунок 31 – Автозаполнение столбца

Пример 3. Создание смешанной ссылки. Кроме типичных абсолютных и относительных ссылок, существуют так называемые смешанные ссылки. В них одна из составляющих изменяется, а вторая фиксированная. Например, у смешанной ссылки \$D7 строка изменяется, а столбец фиксированный. У ссылки D\$7, наоборот, изменяется столбец, но строка имеет абсолютное значение (рис. 32).

Как видим, при работе с формулами в программе Microsoft Excel для выполнения различных задач приходится работать как с относительными, так и

с абсолютными ссылками. В некоторых случаях используются также смешанные ссылки. Поэтому, пользователь даже среднего уровня должен четко понимать разницу между ними, и уметь пользоваться этими инструментами.

	A	B	C	D	E
1	Наименование товара	Количество	Цена	Сумма	Удельный вес от общей суммы
2	Картофель	25	18	450	=D2,\$D7
3	Рыба	3	164	492	0,073083779
4	Мясо	20	267	5340	0,793226381
5	Сахар	3	50	150	0,02228164
6	Чай	0,3	1000	300	0,04456328
7	ВСЕГО			6732	1

Рисунок 32 – Создание смешанной ссылки

Задание для самостоятельного выполнения. Создайте таблицу исходных данных в соответствии с вариантом (табл. 8). Заполните нужные ячейки формулами, используя относительные, абсолютные или смешанные ссылки при автозаполнении формул.

Рассчитайте удельную энергоёмкость сельскохозяйственной машины по формуле (7):

$$E_M = \frac{M_M \cdot P_M \cdot (\Phi_M + \Phi_{МК})}{100 \cdot T_{HT}} \quad (7)$$

где M_M – масса сельскохозяйственной машины, кг;

P_M – энергетический эквивалент сельскохозяйственной машины, МДж/кг;

$\Phi_M, \Phi_{МК}$ – отчисления на реновацию, капитальный и текущий ремонт тракторов, %;

T_{HT} – годовая загрузка сельскохозяйственной машины, ч.

*Кривуца З. Ф. Использование информационных технологий
при формировании, оптимизации и прогнозировании системы машин*

Таблица 8 – Расчет энергоёмкости энергетических средств и сельскохозяйственных машин

Марка машин	Масса, кг	Энергетический эквивалент сельскохозяйственной машины, МДж/кг	Годовая загрузка, час.	Отчисления	
				на амортизацию, %	на текущий ремонт и техобслуживание, %
Машины для растениеводства					
Вариант 1. Тракторы гусеничные					
T-130	14 300	144	1 945	9,1	19,0
T-130Б	15 520	144	1 945	9,1	19,0
T-130.1Г-1	14 030	144	945	9,1	19,0
T-100М	11 200	144	945	9,1	19,0
T-4А	8 145	144	950	12,5	16,7
ДТ-75С	7 450	144	855	12,5	17,9
ДТ-75Н	6 490	144	910	12,5	17,9
ДТ-75	6 440	144	910	12,5	17,9
ДТ-75Б	7 540	144	910	12,5	17,9
ДТ-75К	7 730	144	910	12,5	17,9
ДТ-75М	6 530	144	910	12,5	17,9
T-150	6 975	144	855	12,5	17,9
T-70С	4 400	144	1 065	12,5	13,7
T-54В	3 660	144	1 065	14,3	13,7
Вариант 2. Тракторы колесные					
К-700, К-700А	11 800	144	890	10,0	16,3
К-701	12 500	144	890	10,0	16,3
T-150К	7 535	144	500	10,0	18,5
ЮМЗ-6А/АМ	3 147	144	1 100	10,0	14,9
МТЗ-80	3 160	144	1 095	10,0	14,9
МТЗ-32	3 370	144	1 095	10,0	14,9
МТЗ-30×	3 470	144	1 095	10,0	14,9
МТЗ-80×М	3 340	144	1 095	10,0	14,9
МТЗ-82К	4 460	144	1 095	10,0	14,9
МТЗ-82Н	3 500	144	1 095	10,0	14,9
МТЗ-50	2 750	144	1 095	10,0	14,9
T-40М	2 380	144	1 095	12,5	14,9
T-40АМ	2 610	144	1 095	12,5	14,9
T-4QАНМ	2 660	144	1 095	12,5	14,9
T-28×4М	2 770	144	1 095	14,3	12,5
T-28×4М-С	2 875	144	1 095	14,3	12,5
T-25А	1 780	144	565	14,3	9,7
T-25АК	2 400	144	565	14,3	9,7
T-16М	1 600	144	760	14,3	9,7
T-16МТ	1 720	144	760	14,3	9,7
Вариант 3. Комбайны самоходные					
СК-6П «Колос»	9 750	104	85	11,1	10,3

Лабораторная работа № 6. Абсолютные и относительные ссылки в Excel. Автозаполнение. Прогрессия

Продолжение таблицы 8

Марка машин	Масса, кг	Энергетический эквивалент сельскохозяйственной машины, МДж/кг	Годовая загрузка, час.	Отчисления	
				на амортизацию, %	на текущий ремонт и техобслуживание, %
СКГД-6 «Колос»	11 500	104	85	11,1	10,3
СК-5 «Нива»	8 000	104	115	11,1	10,3
СКД-6 «Сибиряк»	9 000	104	115	11,1	10,3
СКД.6Н	9 200	104	115	12,5	10,3
СКД-6Р	10 500	104	110	12,5	10,3
«Дон-1500»	13 355	104	120	11,1	10,3
КСКУ-6	12 284	104	100	12,5	10,3
КСК-100	12 000	104	150	12,5	10,3
КС-6	9 200	104	150	12,5	10,3
РКС-6	5 300	104	150	12,5	30,3
Е-684	4 200	104	195	12,5	10,3
Вариант 4. Бороны дисковые, лушпильники					
ЛДГ-20	5 514	120	120	14,2	7,0
ЛДГ-15	3 765	120	120	14,2	7,0
ЛДГ-10	2 450	120	115	14,2	7,0
ЛДГ-5	1 060	120	110	14,2	7,0
БДТ-7	3 500	120	180	14,2	7,0
БД-10	3 700	120	200	14,2	7,0
БДН-3	698	120	175	14,2	7,0
БДТ-3	1 328	120	150	14,2	7,0
Вариант 5. Культиваторы					
КПС-4	969	120	160	14,2	12,5
КЧ-5,1	2 000	120	180	14,2	12,5
КРН-4,2	871	120	200	14,2	12,5
КРН-5,6	896	120	200	14,2	12,5
УСМК-5,4	1 610	120	170	14,2	9,0
УСМП-5,4	763	120	65	14,2	9,0
КОН 2,8М	865	120	205	14,2	9,0
КРН-8,4	1 126	120	210	14,2	9,0
КРН-5,6А	1 093	120	200	14,2	9,0
УСМК-5,45	2 300	120	170	14,2	9,0
КРГ-3,6	774	120	150	14,2	9,0
ХВК-4	1 600	120	130	12,5	5,0
КФГ-3,6	1 320	120	130	14,2	9,0
КРН-5,65	1 530	120	200	14,2	9,0
Вариант 6. Машины для противэрозсионной обработки					
КПГ-2-150	860	104	190	14,2	16,0
КПГ-2,2	1 030	104	195	14,2	16,0
КПГ-250	495	104	200	14,2	16,0
КПШ-5	900	104	170	14,2	16,0

Кривуца З. Ф. Использование информационных технологий при формировании, оптимизации и прогнозировании системы машин

Продолжение таблицы 8

Марка машин	Масса, кг	Энергетический эквивалент сельскохозяйственной машины, МДж/кг	Годовая загрузка, час.	Отчисления	
				на амортизацию, %	на текущий ремонт и техобслуживание, %
КПШ-9	2 200	104	151	14,2	16,0
КПЭ-3,8А	1 000	104	135	14,2	16,0
КШ-3,6А	442	104	125	14,2	12
БИГ-3А	1 100	104	65	14,2	6,0
Вариант 7. Бороны дисковые, лушильники					
ЛДГ-20	5 514	104	120	14,2	7,0
ЛДГ-15	3 765	104	120	14,2	7,0
ЛДГ-10	2 450	104	115	14,2	7,0
ЛДГ-5	1 060	104	110	14,2	7,0
БДТ-7	3 500	104	180	14,2	7,0
БД-10	3 700	104	200	14,2	7,0
БДН-3	698	104	175	14,2	7,0
БДТ-3	1 328	104	150	14,2	7,0
Вариант 8. Культиваторы					
КПС-4	969	104	160	14,2	12,5
КЧ-5,1	2 000	104	180	14,2	12,5
КРН-4,2	871	104	200	14,2	12,5
КРН-5,6	896	104	200	14,2	12,5
УСМК-5,4	1 610	104	170	14,2	9,0
РТТ-4,2А	890	104	215	20,0	12,0
РУМ-8	3 310	104	175	20,0	12,0
ПРТ-10	4 000	104	110	20,0	11,0
ПРТ-16	6 020	104	280	20,0	11,0
РПН-4	2 740	104	285	20,0	11,0
РУМ-5	2 030	104	175	20,0	12,0
РОУ-5	2 000	104	140	20,0	11,0
Вариант 9. Погрузчики					
СПС-4,2	6 350	144	300	14,2	10,0
СНТ-2,1Б	1 180	144	300	14,2	10,0
ПБ-35	1 250	144	600	14,2	10,0
ПГ-0,2	1 275	144	600	14,2	10,0
ПФП-1,2	1 780	144	600	14,2	10,0
ПЭ-0,85	2 400	144	600	14,2	10,0
ПКУ-0,8	1 158	144	600	14,2	10,0
ПЭА-1,0	9 000	144	600	10,0	10,0
ПФ-0,5	300	144	600	14,2	6,0
ЗАУ-3	1 490	144	200	14,2	6,0
Вариант 10. Прицепы тракторные					
ОЗТП-8573	6 600	104	500	14,2	13,0
ОЗТП-8572	6 200	104	500	14,2	13,0
ОЗТП-5554	4 800	104	600	14,2	13,0
ГКБ-8526	2 950	104	650	14,2	13,0

Лабораторная работа № 6. Абсолютные и относительные ссылки в Excel. Автозаполнение. Прогрессия

Продолжение таблицы 8

Марка машин	Масса, кг	Энергетический эквивалент сельскохозяйственной машины, МДж/кг	Годовая загрузка, час.	Отчисления	
				на амортизацию, %	на текущий ремонт и техобслуживание, %
2ПТС-4-887Б	1 880	104	650	14,2	13,0
1ПТС-2	855	104	600	14,2	13,0
ПСЕ-12,5	2 100	104	410	14,2	13,0
ПСЕ-20	3 430	104	410	14,2	13,0
Вариант 11. Сеялки					
СЗ-3,6	1 450	120	90	12,5	7,0
СЗУ-3,6	1 480	120	130	12,5	7,0
СЗП-3,6	1 870	120	80	12,5	7,0
СУПН-8	1 126	120	65	12,5	3,0
СПЧ-6М	820	120	65	12,5	3,0
ССТ12А	1 125	120	40	12,5	3,0
СЗС-2,1М	1 120	120	65	12,5	3,0
СКПП-12	4 600	120	60	12,5	3,0
ССТ-12Б	1 194	120	40	12,5	3,0
ССТ-18	1 960	120	40	12,5	3,0
СУПН-8А	1 332	120	65	12,5	3,0
СН-4Б	1 013	120	80	14,2	6,0
КСМ-4	2 430	120	80	14,2	6,0
КСМ-6	3 020	120	70	14,2	6,0
Вариант 12. Комбайны прицепные					
ККП-3	5 060	104	130	14,2	12,0
БМ-6А	3 000	104	150	14,2	10,0
ККУ-2А	4 440	104	195	14,2	12,0
ППК-5	2 500	104	130	14,2	12,0
КДМ-6	4 304	104	108	14,2	12,0
КИР-1,5	1 800	104	120	14,2	12,0
УКВ-2	2 336	104	135	14,2	12,0
КПК-3	5 900	104	195	14,2	12,0
КСТ-1,4	1 330	104	105	16,6	12,0

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7.

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ДИАГРАММ И ГРАФИКОВ В WORD

Цель работы: *научиться создавать, форматировать и редактировать диаграммы в текстовом процессоре Word.*

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.
3. Выполните вариант индивидуального задания.
4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Пример. 1. На вкладке **Иллюстрации** команда **Строки** меню **Вставка** выбираем иконку **Таблица**. Ее концевая кнопка открывает контекстное меню с вариантами создания таблиц.

2. Создаем таблицу с числовыми данными согласно образцу (табл. 9).

3. На вкладке **Иллюстрации** команда **Строки** меню **Вставка** выбираем иконку **Диаграмма**. При ее активации открывается диалоговое окно **Вставка диаграмм** с образцами диаграмм (рис. 33). На левой панели диалогового окна **Вставка диаграмм** расположен список с названиями типов диаграмм, а на правой панели соответственно названиям отображаются образцы диаграмм.

Лабораторная работа № 7. Обработка экспериментальных данных с помощью диаграмм и графиков в Word

Таблица 9 – Результаты экспериментальных исследований температурных параметров рабочей жидкости и корпуса гидроцилиндра поднятия кузова с подогревающим устройством

Номер опыта	Время, мин.	Внешняя температура гидроцилиндра, °С	Экспериментальная температура гидравлической жидкости при влажности воздуха 65 %, °С
1	1	-39,8	-38,8
2	2	-27,0	-26,0
3	3	-21,8	-20,8
4	4	-16,6	-15,6
5	5	-13,8	-12,9
6	6	-6,1	-5,1
7	7	1,6	3,6
8	8	4,4	5,3
9	9	9,6	10,6
10	10	14,8	15,8
11	15	21,0	22,0
12	20	24,6	25,6
13	25	28,3	32,7
14	30	30,7	34,5

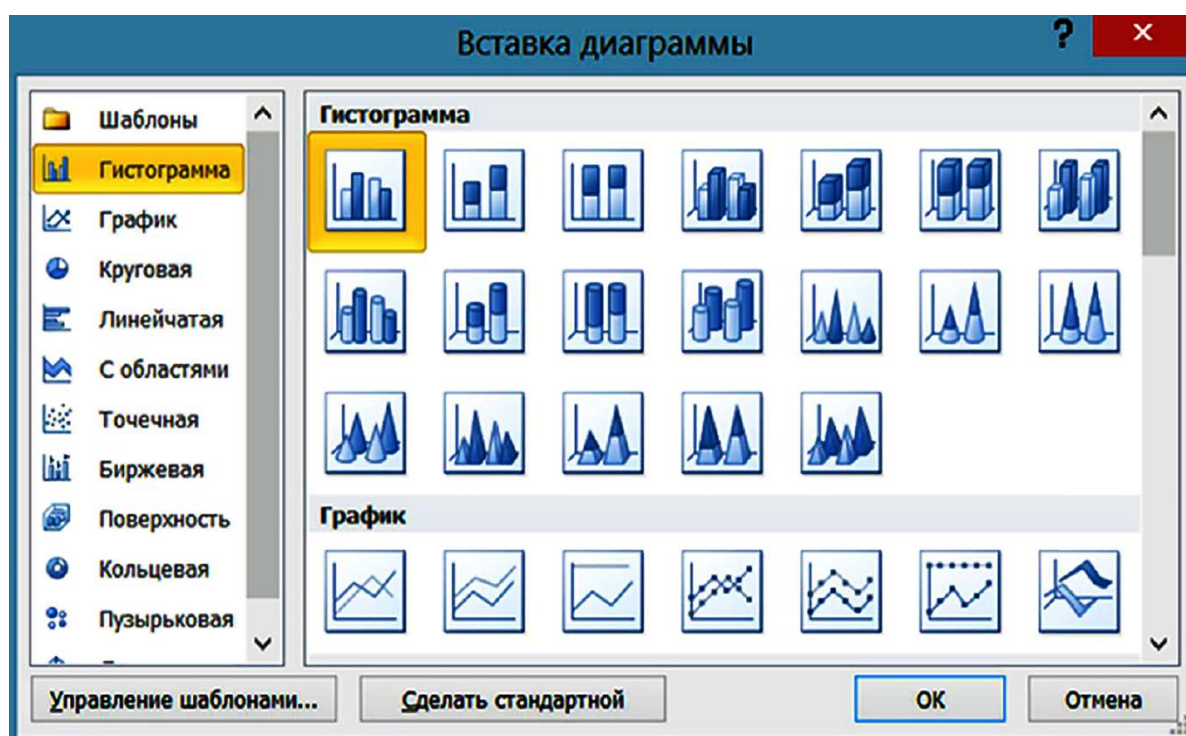


Рисунок 33 – Диалоговое окно Вставка диаграммы

4. Отредактируем и отформатируем диаграмму. Для этого выделим любую область диаграммы, а затем щелкнем правой кнопкой мышки на поле диаграммы. Поле и область диаграммы будут выделены рамками с маркерами. После этого в каждой области диаграммы последовательно щелкнем правой кнопкой мышки для появления контекстного меню, команды которого позволяют выполнить операции редактирования и форматирования диаграммы (рис. 34).

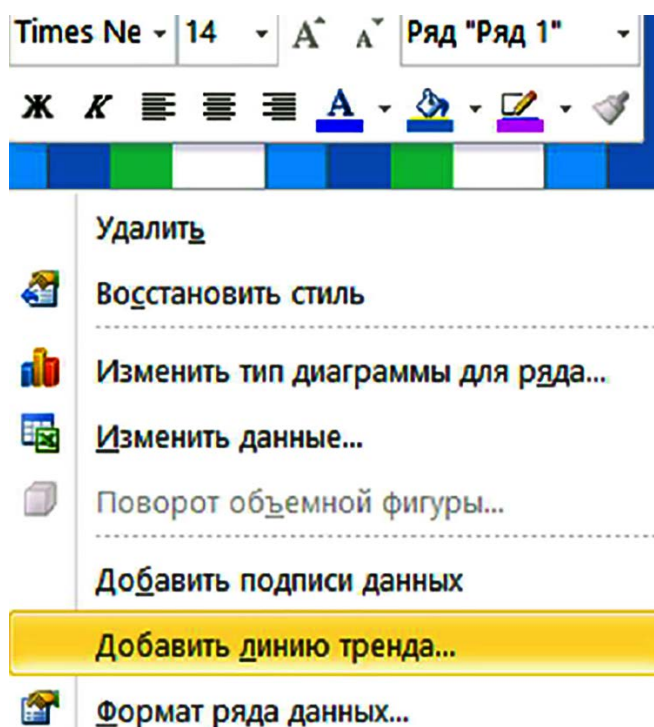


Рисунок 34 – Контекстное меню Диаграмма

4. Выберем из таблицы 9 данные, а из диалогового окна **Вставка диаграммы** – тип диаграммы (рис. 33), нажмем **ОК**. Появится шаблон таблицы в формате Excel (рис. 35).

5. Зададим данные, отредактируем и отформатируем их, используя различные варианты исполняемых команд вкладок лент. Формат шаблона Excel позволяет вносить изменения в данные шаблона-таблицы – редактировать ее.

После удаления листа Excel откроется вкладка **Работа с диаграммами**, которая содержит три режима работы с диаграммой: **Конструктор**; **Макет**; **Формат**.

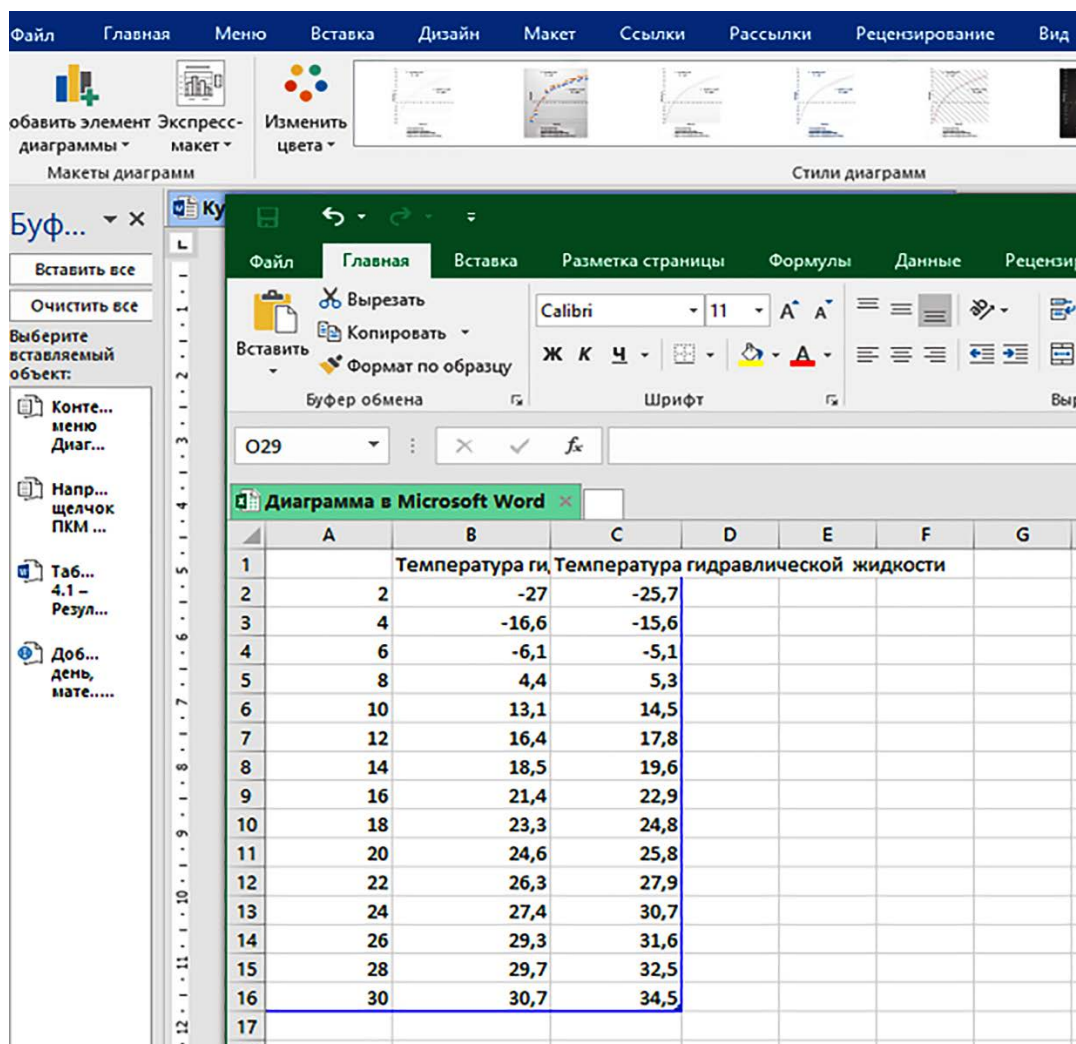


Рисунок 35 – Шаблон таблицы в формате Excel

5.1. Режим **Конструктор** открывает Ленту со списками **Полей вкладок**. Доступные следующие варианты форматирования диаграммы в режиме **Конструктор**:

Тип – *изменяет тип диаграмм и сохраняет как шаблон.*

Данные – *выбирает данные из внешних источников и изменяет существующие данные.*

Макет диаграмм – *открывает список макетов диаграмм для выбора.*

Стиль диаграмм – открывает список цветных вариантов стилей диаграмм.

5.2. Режим **Макет** открывает **Ленту** со списками **Полей вкладок**. Выполним редактирование и форматирование диаграммы в соответствии со следующими полями вкладок:

Текущий фрагмент – *форматирует отдельно выделенный элемент диаграммы.*

Вставка – команда общего назначения; содержит вкладки **Рисунок** – открывает список файлов для выбора и вставки рисунка; **Фигуры** – открывает контекстное меню с вариантами различных геометрических фигур; **Нарисовать надпись** – открывает область создания надписи.

Подписи – содержит ряд вкладок для создания и редактирования различных надписей диаграммы.

Название диаграммы – создает текстовое поле в области диаграммы для внесения надписи с вариантами ее расположения.

Названия осей – создает текстовые поля для внесения надписей осей с вариантами их расположения по выбору в области диаграммы.

Легенда – раскрывает контекстное меню с вариантами расположения легенды. Выбор вариантов ее расположения приводит к появлению области. Щелчок на данной области правой кнопкой мыши приводит к появлению контекстного меню для редактирования названия легенды.

Подписи данных – раскрывает контекстное меню с вариантами расположения подписей данных по выбору.

Таблица данных – раскрывает контекстное меню с вариантами расположения таблицы данных в области диаграммы.

Оси – в контекстном меню показывает варианты расположения осей диаграммы по выбору.

Сетка – включает или выключает варианты линий сетки на диаграмме по выбору.

Фон – содержит активированную вкладку **Область построения**. **Область построения** – раскрывает контекстное меню для установки параметров форматирования фона в области построения диаграммы.

Анализ – активизирует две вкладки: **Линия тренда** – в контекстном меню показывает варианты линий тренда по выбору (рис. 36); **Панки погрешностей** – в контекстном меню представлены варианты установки панок погрешностей.

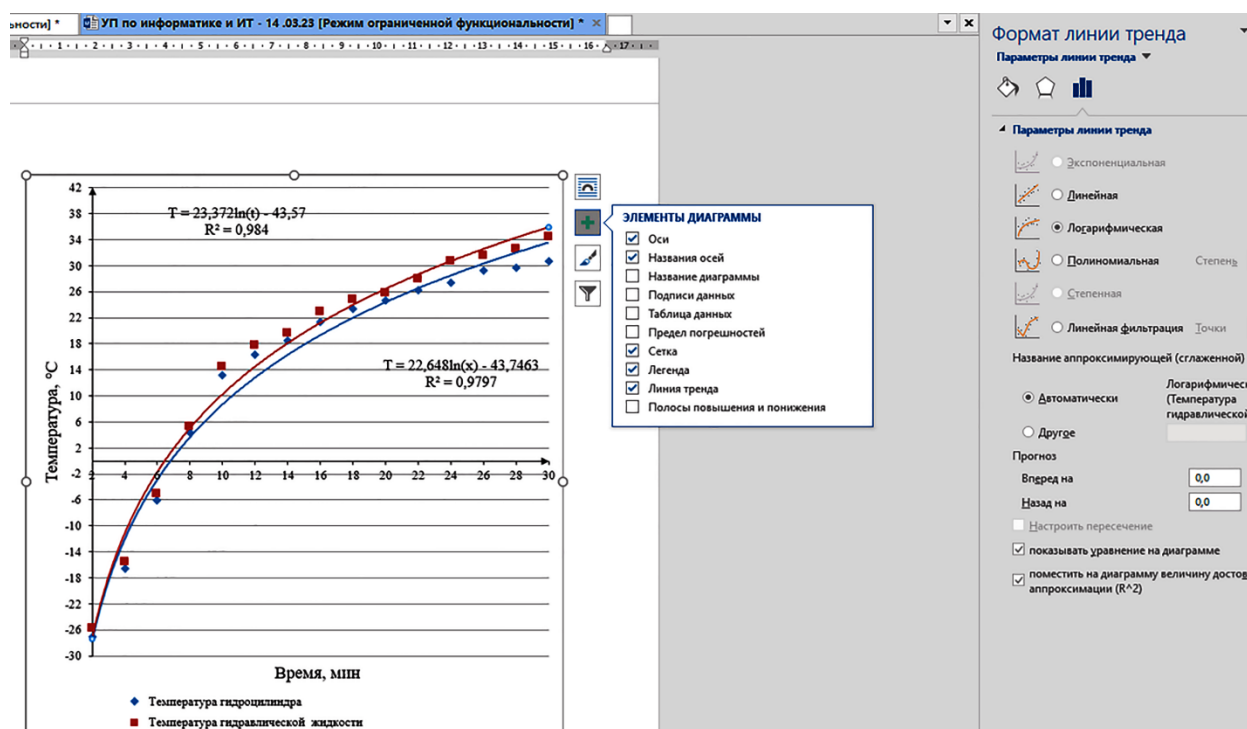


Рисунок 36 – Вариант форматирования и редактирования данных Диаграммы в режимах **Формат линии тренда**

5.3. Режим **Формат** открывает **Ленту** со списками **Полей вкладок**. Выполним редактирование и форматирование диаграммы в соответствии со следующими полями вкладок:

Текущий фрагмент – содержит три вкладки: **Область построения** – раскрывает список всех элементов диаграммы для их редактирования; **Фор-**

мат выделенного – форматирует отдельно выделенный элемент, область диаграммы; **Восстановить стиль** – восстанавливает ранее созданный стиль форматирования.

Стили фигур – содержит образцы стилей фигур для форматирования рамок диаграммы, рамок выделенных областей и их цветной заливки. Кроме этого, дополнительно имеются опции для форматирования и создания различных эффектов для фигур диаграммы (рис. 37).



Рисунок 37 – Стили WordArt для создания текстовых эффектов

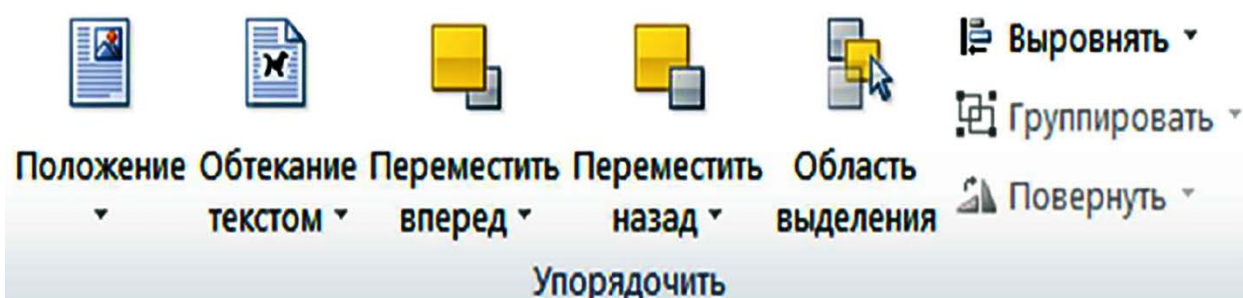


Рисунок 38 – Вкладка Упорядочить с соответствующими опциями

Стили WordArt – предназначены для оформления текста надписей диаграммы путем создания текстовых эффектов (рис. 38). Для этого необходимо выделить область текста и в соответствии с опциями вкладки выполнить текстовые эффекты.

Упорядочить – означает расположить диаграмму в целом относительно листа, а отдельные ее области относительно самой диаграммы. Позволяет изменить порядок их расположения, выровнять границы выделенных объектов.

Задания для самостоятельного выполнения

Задание 1. Построение линии тренда для таблично заданной функции.

Имеется зависимость между двумя величинами X и Y , заданная таблично (табл. 10). Постройте график по табличным значениям своего варианта. Отформатируйте график: отметьте точки символами любого цвета размером 7 пт без соединения отрезками.

Таблица 10 – Варианты заданий для построения графиков

Вариант 1														
X	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5
Y	3,3	3,8	4,6	4,9	5,2	5,8	6,2	6,8	7,3	7,9	8,2	8,4	9,1	9,6
Вариант 2														
X	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	11,5
Y	5,1	5,7	6,1	6,7	7,4	8,4	9,1	9,6	8,2	8,4	9,1	9,6	10,4	10,9
Вариант 3														
X	12,0	11,5	11,0	10,5	10,0	9,5	9,0	8,5	8,0	7,5	7,0	6,5	6,0	5,5
Y	5,3	5,8	6,6	6,9	7,2	7,8	8,2	8,8	9,3	9,9	10,2	10,4	11,1	11,6

Скопируйте график ниже два раза (всего три диаграммы). На первую диаграмму добавьте линейный тренд. Покажите на диаграмме уравнение линии тренда и коэффициент достоверности аппроксимации R^2 . Отформатируйте линию тренда: отобразите ее сплошной линией выбранного цвета.

На вторую диаграмму добавьте полиномиальный тренд второй степени. Покажите на диаграмме уравнение линии тренда и коэффициент достоверности аппроксимации R^2 . Отформатируйте линию тренда: отобразите ее сплошной линией другого цвета.

На третью диаграмму добавьте степенной тренд или экспоненциальный тренд. Покажите уравнение линии тренда и коэффициент достоверности аппроксимации R^2 . Отформатируйте линию тренда: отобразите ее сплошной линией любого цвета.

Задание 2. Анализ результатов аппроксимации.

Определите, какая из приближающих функций, полученных в задании 1, наилучшим образом описывает исходную зависимость.

Кривуца 3. Ф. Использование информационных технологий при формировании, оптимизации и прогнозировании системы машин

Используя выбранную приближающую функцию, найдите значения Y для следующих значений X (табл. 11).

Таблица 11 – Варианты заданий для расчета значений Y

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$X_1 = 2,3$	$X_1 = 6,2$	$X_1 = 52,3$
$X_2 = 5,2$	$X_2 = 9,1$	$X_2 = 8,1$
$X_1 = 9,4$	$X_1 = 12,4$	$X_1 = 12,9$

Отобразите на диаграмме с лучшим трендом эти точки любым символом размером 11 пт красного, зеленого и желтого цвета соответственно.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8. СОЗДАНИЕ ЛИНЕЙЧАТОЙ ДИАГРАММЫ

Цель работы: *освоить создание линейчатой диаграммы и уметь применять ее для конкретных задач.*

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.
3. Выполните вариант индивидуального задания.
4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Линейчатая диаграмма в Excel применяется для отображения совершенно разных информативных данных, касающихся выбранной таблицы. Из-за этого возникает необходимость не только научиться создавать такую диаграмму, но и уметь практически ее использовать. Первым шагом является выбор линейной диаграммы, а затем необходимо перейти к изменению ее параметров.

Пример 1. Создание линейчатой диаграммы.

1. Выделим необходимую часть таблицы или ее целиком, зажав левую кнопку мыши, и перейдем на вкладку **Вставка**.

2. В блоке с **Диаграммами** развернем выпадающее меню **Гистограмма**, где находятся три стандартных шаблона линейных графиков; перейдем в меню с другими гистограммами (рис. 39).

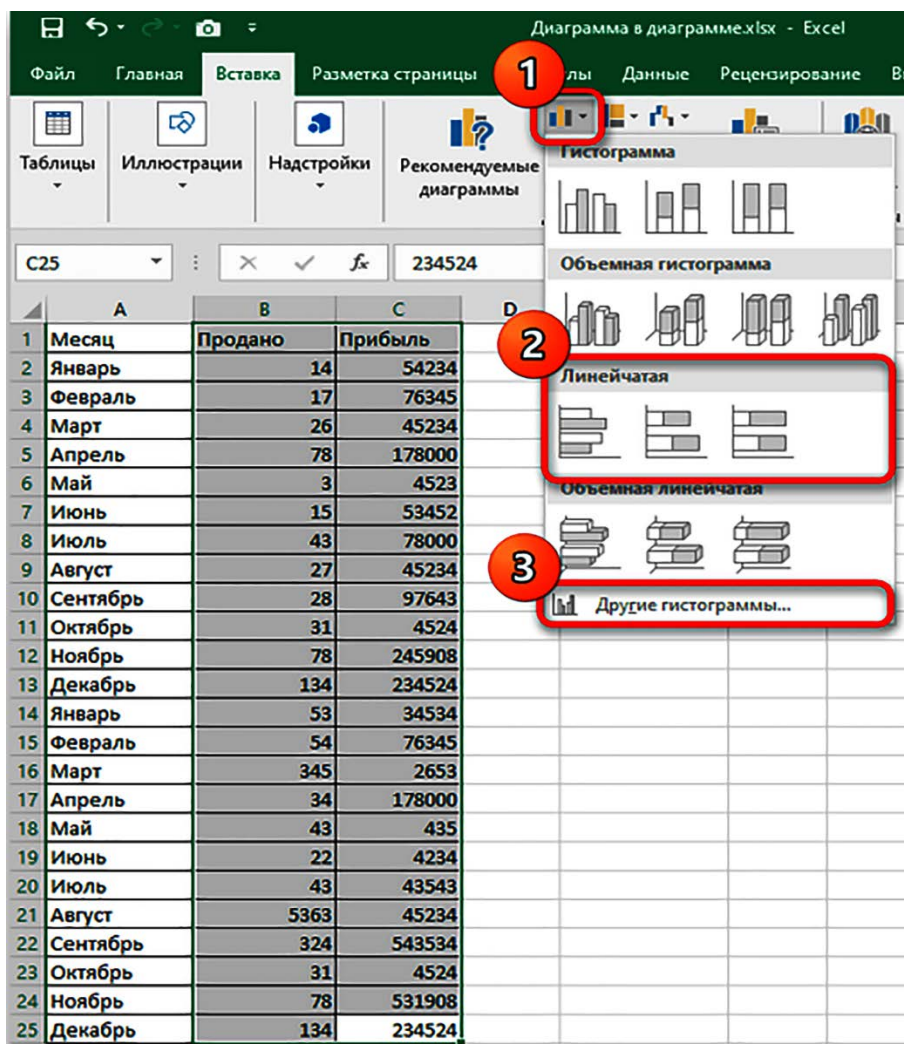


Рисунок 39 – Выбор гистограммы

3. В новом окне **Вставка диаграммы** из сортированного списка выберем пункт **Линейчатая**.

4. Проанализируем все имеющиеся диаграммы с целью определения оптимальной гистограммы для отображения исходных данных. Отметим преимущества и недостатки рассматриваемых видов гистограмм.

5. **Линейчатая с накоплением** позволит визуально отобразить пропорции каждого элемента к одному целому (рис. 40).

Лабораторная работа № 8.
Создание линейчатой диаграммы

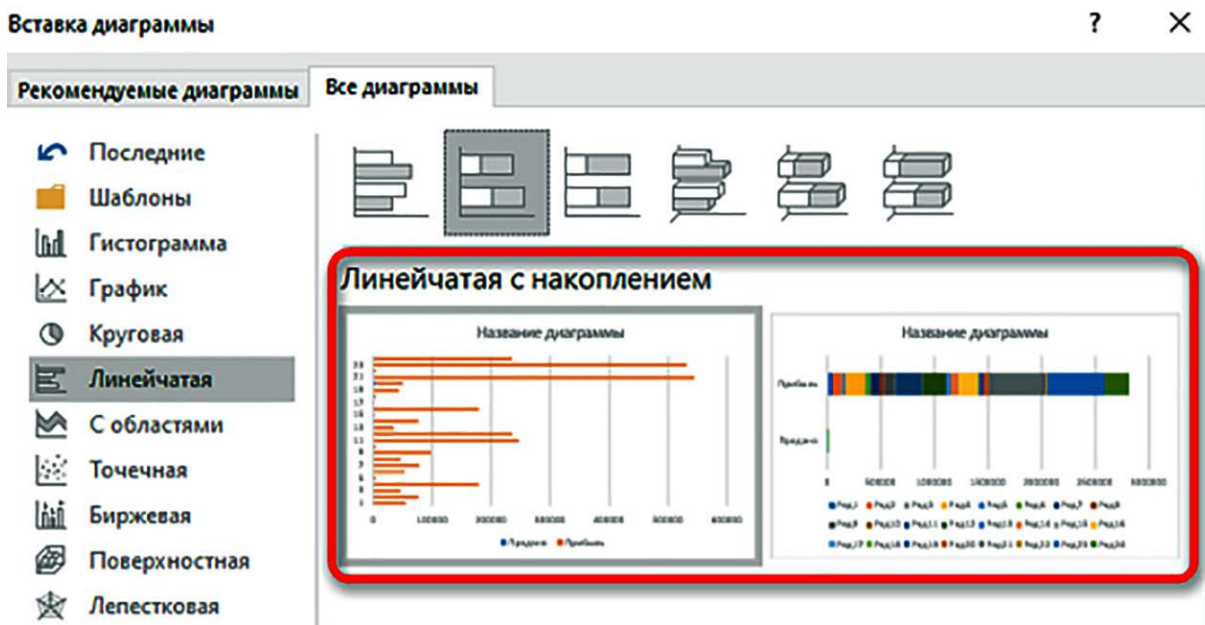


Рисунок 40 – Гистограмма Линейчатая с накоплением

6. Отличие гистограммы **Нормированная линейчатая с накоплениями** от предыдущей лишь единицами представления данных. *Здесь они показываются в процентном соотношении, а не пропорционально* (рис. 41).

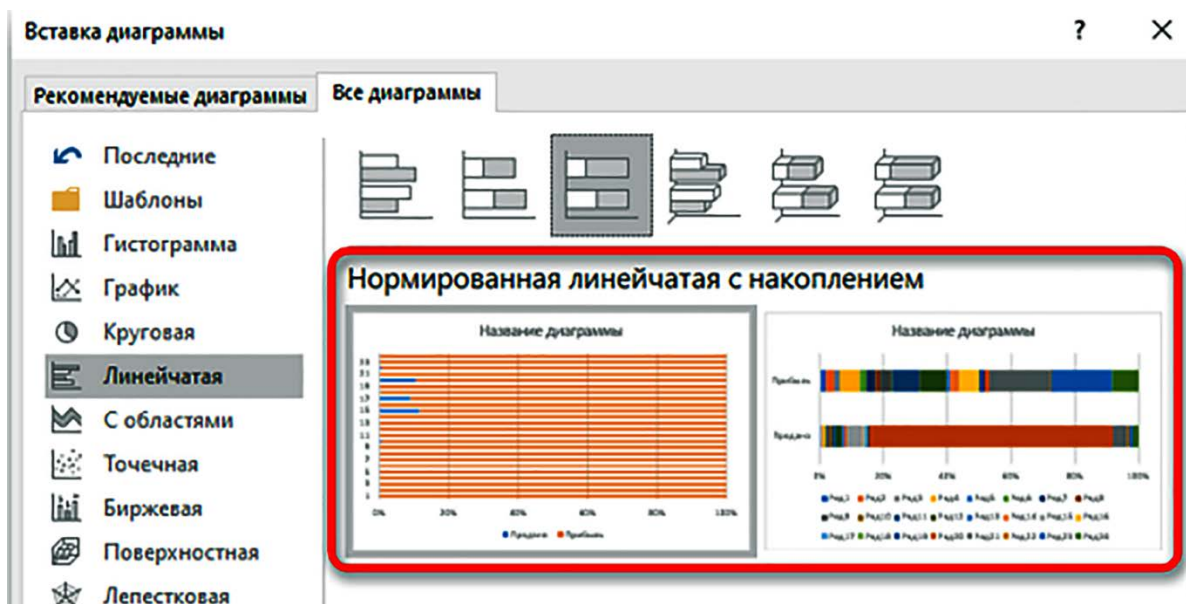


Рисунок 41 – Гистограмма Нормированная линейчатая с накоплением

7. Следующие три типа линейчатых диаграмм – трехмерные. Первая создает точно такую же группировку, о которой шла речь выше (рис. 42).

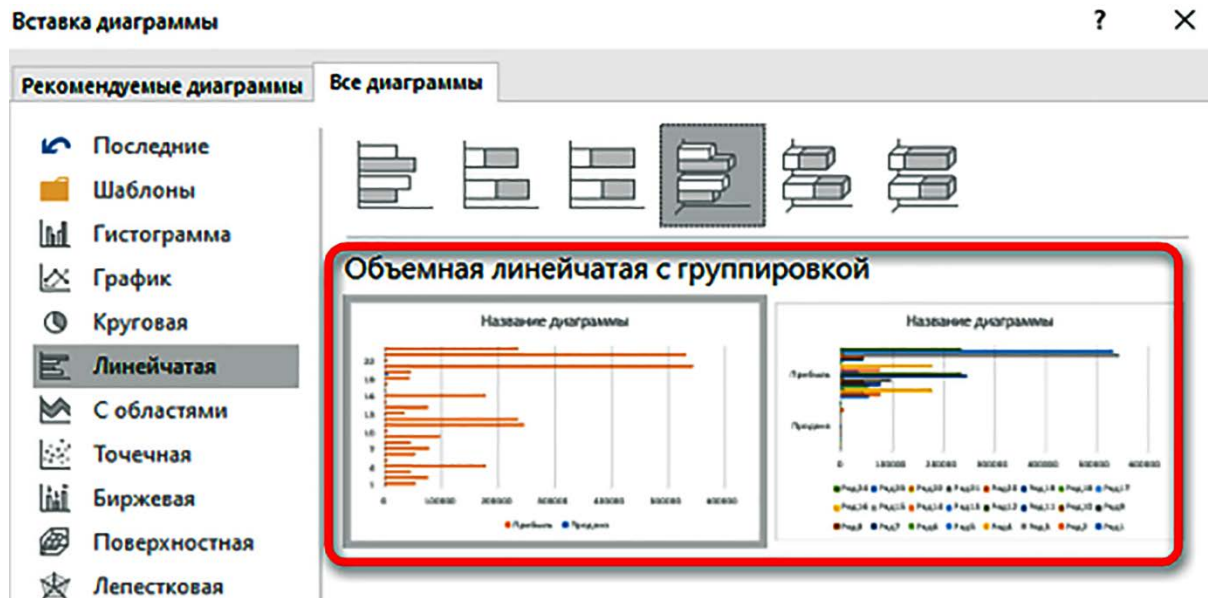


Рисунок 42 – Гистограмма Объемная линейчатая с группировкой

8. Накопительная объемная диаграмма дает возможность просмотреть пропорциональное соотношение в одном целом (рис. 43).

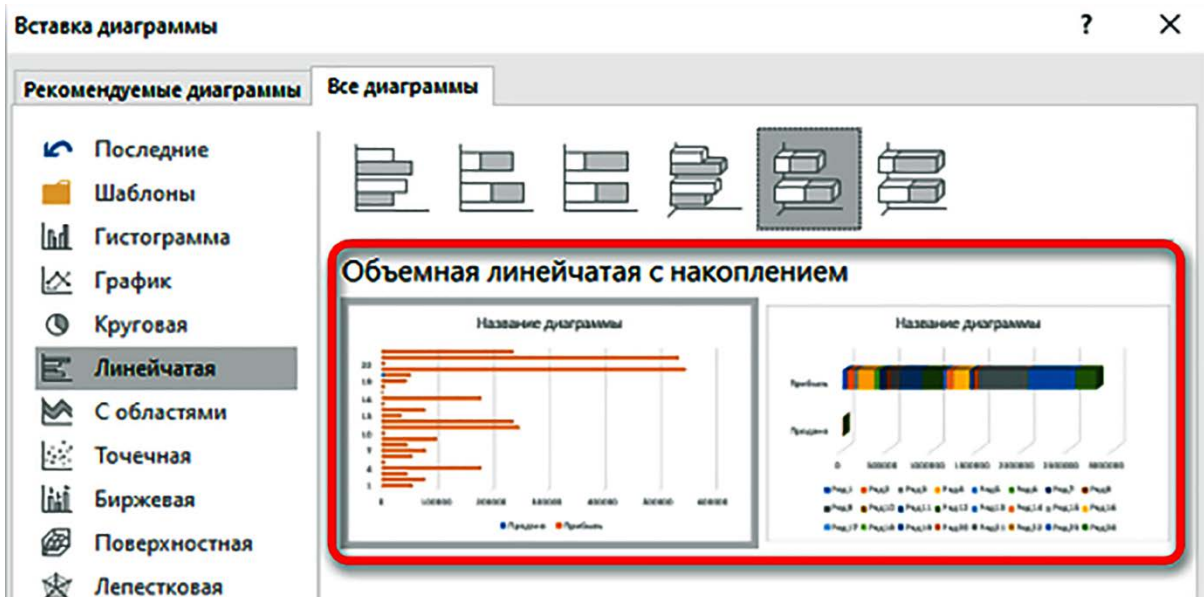


Рисунок 43 – Гистограмма Объемная линейчатая с накоплением

9. Нормированная объемная также, как и двухмерная диаграмма, выводит данные в процентах (рис. 44).

10. После проведения анализа представленных гистограмм выберем одну из предложенных линейчатых диаграмм, посмотрим ее представление и

нажмем на Enter для добавления в таблицу. Зажмем график левой кнопкой мыши, чтобы переместить его в удобное положение.

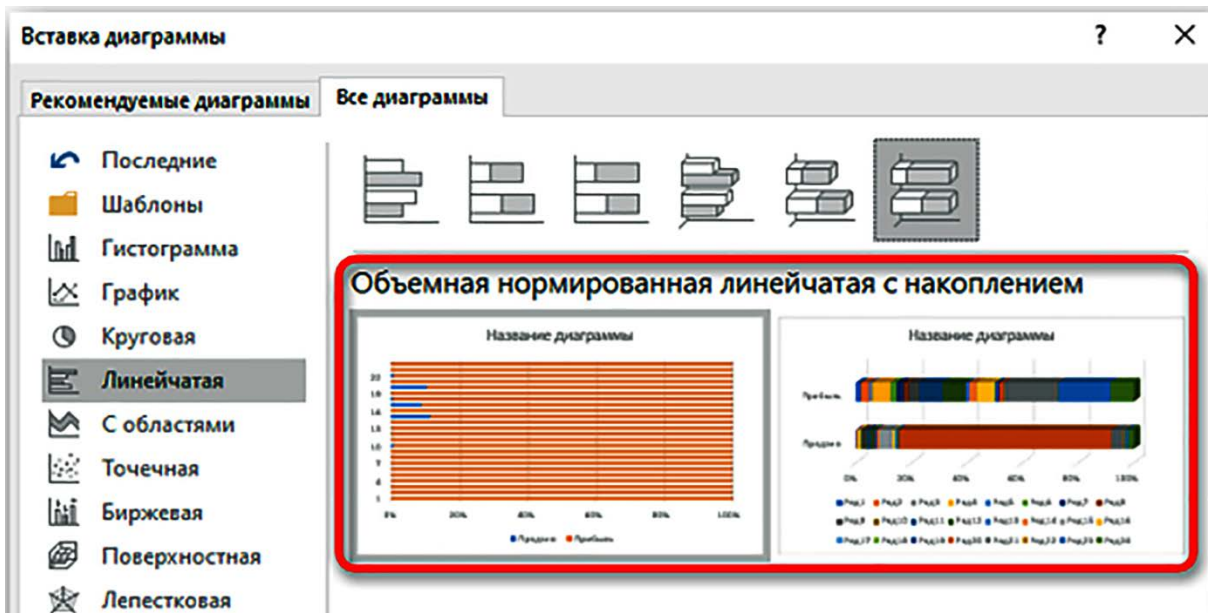


Рисунок 44 – Гистограмма Объемная нормированная линейчатая с накоплением

Пример 2. Редактирование шаблона трехмерной линейчатой диаграммы. Применение трехмерных линейчатых диаграмм позволяет профессионально продемонстрировать сравнение данных при презентации проекта. Стандартные функции Excel умеют менять тип фигуры ряда с данными, уходя от классического варианта. Дальше можно настроить формат фигуры, придав ему индивидуальное оформление. Изменять шаблон линейчатой диаграммы можно тогда, когда она изначально была создана в трехмерном формате, поэтому создадим в соответствии с вариантом таблицу с исходными данными.

1. Нажмем левой кнопкой мыши по рядам данных диаграммы и немного проведем вверх, чтобы выделить все значения.

2. Сделаем клик правой кнопкой мыши и через контекстное меню перейдем к разделу **Формат ряда данных**.

3. Справа откроется небольшое окно, отвечающее за настройку параметров трехмерного ряда. В блоке **Фигура** отметим маркером подходящую фигуру для замены стандартной и посмотрим на результат в таблице (рис. 45).

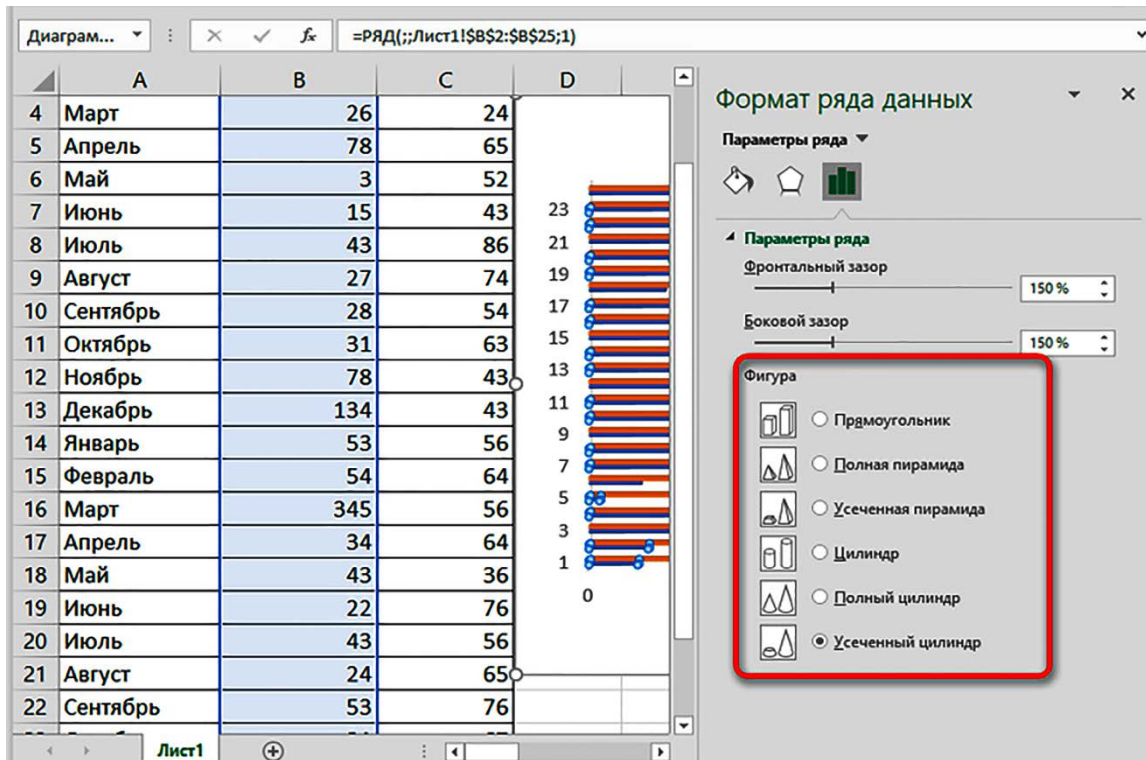


Рисунок 45 – Блок Фигура

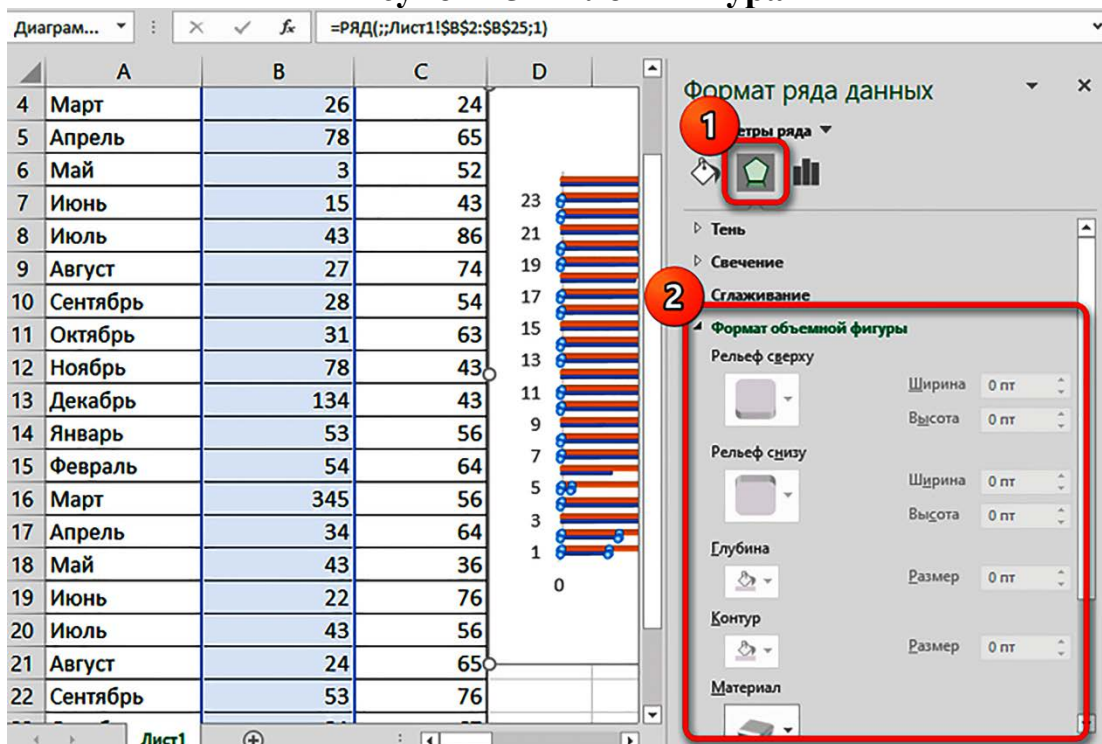


Рисунок 46 – Редактирование формата объемной фигуры

5. Сразу же после этого откроем раздел посередине, отвечающий за редактирование формата объемной фигуры. Зададим ей рельеф, контур и присвоим текстуру при необходимости (рис. 46). При этом нужно не забывать следить за изменениями в диаграмме и отменять их, если что-то не нравится.

Пример 3. Изменение расстояния между линиями диаграммы. В этом же меню работы с диаграммой ряда есть отдельная настройка, открывающаяся через выпадающий раздел **Параметры ряда**. Настройка отвечает за увеличение или уменьшение зазора между рядами как с фронтальной стороны, так и сбоку. Для выбора оптимального расстояния передвигаем ползунки. Если вдруг настройка нас не устраивает, возвращаем значение по умолчанию.

Нажмем по оси правой кнопкой мыши. Появится контекстное меню, через которое откроем окно **Формат оси**.

В нем перейдем к последней вкладке с параметрами (рис. 47). Развернем раздел **Подписи** (рис. 48).

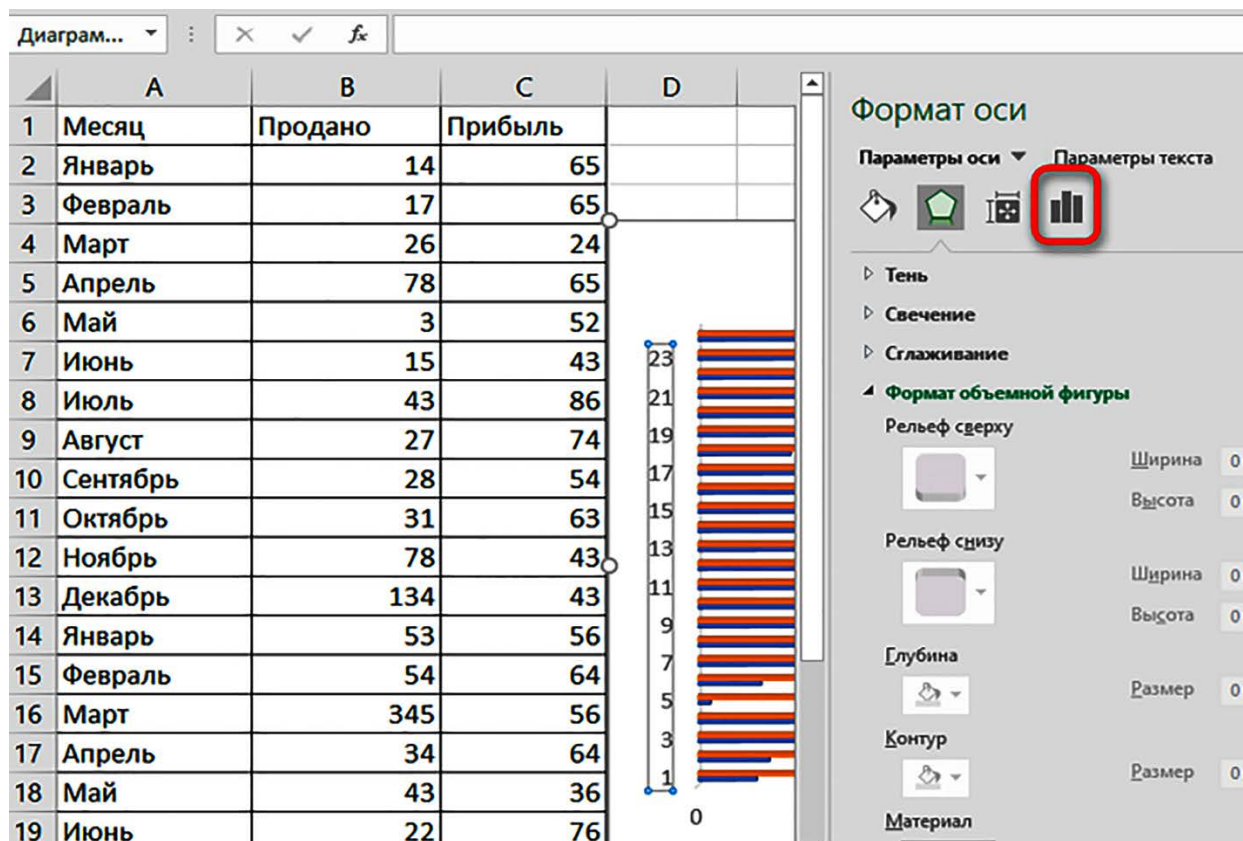


Рисунок 47 – Параметры текста

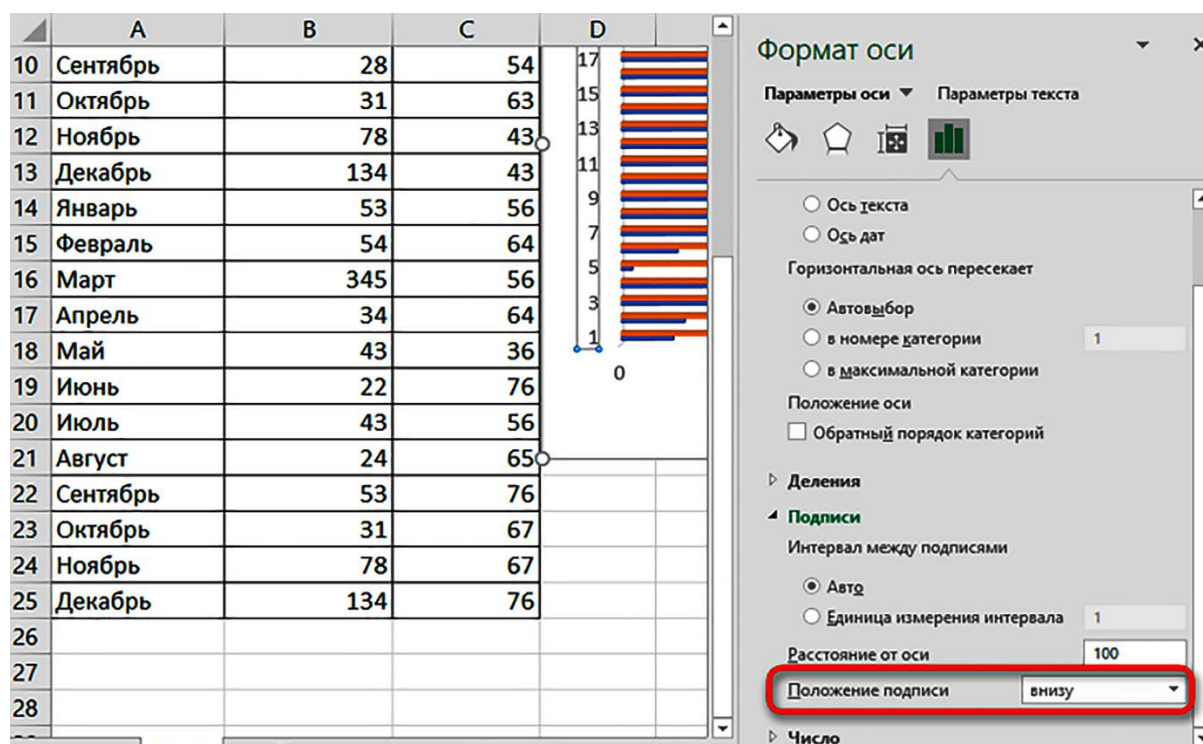


Рисунок 48 – Выбор положения подписи

Через выпадающее меню **Положение подписи** выберем желаемое расположение, например, внизу или сверху, а после проверим результат.

Задание для самостоятельного выполнения. Постройте линейчатую диаграмму «Состав машинно-тракторного парка по районам Амурской области» по значениям своего варианта (табл. 12–15).

Лабораторная работа № 8.
Создание линейчатой диаграммы

Таблица 12 – Динамика изменения тракторного парка в разрезе районов Амурской области

Район Амурской области	Всего	Вариант № 1 (2021 г.)															МТЗ всех модификации	прочие	Бульдозеры	Полуэвакуаторы	
		Бюллер Вертайл	Нью Холланд	Кейс, АТМ 3180	Челенжер, Террион	Джон Дир	К-744	К-700 К-701	T-150K	T-150/KT3	ДТ-175	ДТ-75	T-4	BT-100(150)	Ватра, КамАЗ	T-170					
Архаринский	163	1	1	3	2	6	3	20	2	3	0	26	3	0	0	0	0	80	13	0	3
Белогорский	354	8	13	3	0	2	8	53	35	0	9	57	6	0	1	0	159	0	0	2	10
Благовещенский	258	1	6	0	0	2	13	25	11	9	0	19	0	0	0	0	126	46	1	20	
Бурейский	115	5	4	6	1	0	6	11	1	2	0	21	6	1	0	0	45	6	0	0	
Завитинский	134	10	4	3	0	0	10	6	4	3	1	20	1	0	1	0	66	5	1	3	
Зейский	36	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	3	0	0	2	0	16	13	0	1	
Ивановский	292	32	9	0	3	5	5	49	7	4	8	31	6	0	10	3	120	0	2	14	
Константиновский	388	16	14	4	0	19	12	50	11	9	0	30	35	1	0	1	160	26	5	35	
Мазановский	168	0	0	0	0	0	0	22	11	0	0	75	0	0	0	0	51	9	0	16	
Михайловский	434	12	5	2	0	17	35	57	31	26	5	40	6	1	4	0	152	41	4	33	
Октябрьский	190	16	10	2	5	14	6	24	7	5	2	17	3	1	1	0	69	8	4	15	
Ромненский	165	5	5	4	3	7	8	17	9	2	1	24	9	1	0	1	58	11	1	18	
Свободненский	131	2	2	0	2	0	1	17	12	4	0	23	2	0	0	0	54	12	0	1	
Серьшевский	254	14	6	1	0	13	9	35	25	9	5	18	2	0	0	0	93	24	4	21	
Тамбовский	560	21	18	2	1	9	35	105	30	3	4	24	14	24	4	5	241	20	14	26	
Шимановский	34	0	2	0	1	0	2	0	1	0	0	3	0	0	0	0	23	2	2	2	
Всего по области	3 676	143	99	30	18	94	153	491	199	79	35	431	93	29	23	10	1 513	236	40	218	

Продолжение таблицы 12

Район Амурской области	Всего	Бюллер Версайл	Нью Холланд	Кейс, АТМ 3180	Челенжер, Террион	Джон Дир	К-744	К-700 К-701	Т-150К	Т-150/ХТ3	ДТ-175	ДТ-75	Т-4	ВТ-100(150)	Валтра, КамАЗ	Т-170	МТЗ всех модификаций	прочие	Бульдозеры	Погрузчики	Вариант № 2 (2022 г.)										
																					Архаринский	Белогорский	Благовещенский	Бурейский	Завитинский	Зейский	Ивановский	Константиновский	Мазановский	Михайловский	Октябрьский
	172	2	1	3	2	6	7	20	2	3	0	26	0	0	0	4	83	13	6	17											
Архаринский	340	9	14	5	2	2	10	53	33	0	9	57	6	0	1	0	139	0	8	26											
Белогорский	208	6	11	0	0	2	13	25	11	9	0	19	0	0	0	0	82	30	4	27											
Благовещенский	99	5	6	7	1	0	6	4	1	0	0	20	6	1	0	0	42	0	7												
Бурейский	132	10	6	3	0	0	10	6	4	3	1	21	1	0	1	0	61	5	1	3											
Завитинский	37	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	3	0	0	2	0	16	14	0	1											
Зейский	313	46	18	0	5	8	11	49	7	0	0	30	5	0	12	4	110	8	9	19											
Ивановский	377	16	15	5	1	20	13	50	10	9	0	28	35	1	0	1	147	26	5	33											
Константиновский	174	0	0	0	3	0	1	22	11	0	0	75	0	0	0	0	53	9	0	28											
Мазановский	410	12	7	2	0	25	36	54	26	20	5	32	4	1	4	0	144	38	5	31											
Михайловский	202	18	14	4	5	16	16	24	8	5	3	16	3	1	1	0	61	7	4	15											
Октябрьский	152	5	5	4	3	7	8	17	9	2	1	24	9	1	0	1	45	11	1	18											
Ромненский	148	4	3	0	2	1	2	17	12	2	0	23	2	0	0	0	67	13	0	0											
Свободненский	267	14	10	4	1	23	10	35	25	9	1	10	0	0	0	0	99	26	3	19											
Серышевский	587	21	18	2	1	9	45	104	27	1	3	24	10	22	3	5	267	25	10	30											
Тамбовский	34	0	2	0	1	0	2	0	1	0	0	3	0	0	0	0	23	2	2	2											
Шимановский	3 652	168	130	39	27	119	190	480	189	63	23	411	81	27	24	15	1 439	227	65	269											

Лабораторная работа № 8.
Создание линейчатой диаграммы

Продолжение таблицы 12

Район Амурской области	Всего	Бюлтер Версайнт	Нью Холланд	Кенс, АТМ 3180	Челенжер, Терптон	Джон Дир	К-744	К-700 К-701	Т-150К	Т-150/КТ3	ДТ-175	ДТ-75	Т-4	ВТ-100(150)	Вагтра, КамАЗ	Т-170	МТЗ всех модификации	прочие	Будьдзеры	Полурывки	
																					Вариант № 3 (2023 г.)
Архаринский	174	2	1	3	2	6	7	20	2	1	0	26	0	0	0	0	1	90	13	4	14
Белогорский	345	10	14	8	2	3	10	53	31	0	9	57	6	0	1	0	140	1	1	2	9
Благовещенский	204	9	11	0	0	2	2	26	12	10	0	19	0	0	0	0	81	32	4	29	
Бурейский	94	5	6	7	1	0	6	4	1	0	0	20	2	1	0	0	41	0	0	1	
Завитинский	134	10	7	3	0	0	13	6	4	3	1	21	1	0	1	0	59	5	1	4	
Зейский	39	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	3	0	0	2	0	16	14	0	0	
Ивановский	325	46	20	3	5	9	13	49	7	0	0	30	5	0	12	4	114	8	9	21	
Константиновский	389	19	16	7	1	21	17	50	10	9	0	27	32	1	1	1	154	23	6	47	
Мазановский	174	0	0	0	3	2	3	22	11	0	0	70	0	0	0	0	54	9	0	28	
Михайловский	387	16	10	2	0	43	49	52	17	5	5	4	1	3	4	10	134	32	0	0	
Октябрьский	208	18	17	13	7	16	16	24	8	5	3	12	3	1	1	0	57	7	4	16	
Ромненский	145	5	5	4	3	8	8	17	9	2	1	20	9	1	0	1	42	10	4	42	
Свободненский	151	4	4	0	2	0	3	19	13	3	0	20	2	0	0	0	67	14	0	7	
Серышевский	271	14	11	5	1	23	10	35	25	11	1	6	0	0	0	0	104	25	3	19	
Тамбовский	592	23	18	6	1	9	54	102	27	2	3	18	9	19	3	5	273	20	6	31	
Шимановский	38	0	1	0	0	0	2	2	2	0	0	3	0	0	1	0	25	2	1	3	

Таблица 13 – Динамика изменения зерноуборочных комбайнов в разрезе районов Амурской области

Район Амурской области	Всего	Вариант № 4 (2021 г.)																		
		Мера 350, Меднон Тукано	Е-950, Е-954 Е-958	Е-1200 Е-1200НМ	Е-1200Р Е-1200РМ, СКД-6р	КЗС-1218-40	КЗС-10	КЗС-7 КЗС 812-04	КЗС-6 Цзялянь	КЗС-5	КЗС-812С гусеничный	Лида 1300	Акрос-530, Дон 1500	Вектор колесный	Вектор гусеничный	Нива, Колос СК-5 СК-6	Джон-Дир всех модификаций	Сампо	КЕЙС-2388	Прочие
Архаринский	98	0	3	3	27	1	0	21	8	0	7	13	0	2	0	0	11	0	0	2
Белогорский	248	18	0	12	79	51	2	13	14	0	18	0	0	17	0	2	16	0	5	1
Благовещенский	135	23	0	12	28	16	0	5	16	1	1	0	1	8	0	1	22	0	0	1
Бурейский	65	4	0	2	23	3	0	5	2	0	2	12	0	7	0	0	1	0	0	4
Завитинский	84	0	3	2	15	20	0	8	6	0	6	0	0	9	0	0	12	0	0	1
Зейский	11	0	0	3	2	0	0	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ивановский	203	27	1	13	34	40	0	16	2	0	23	2	5	18	1	0	14	4	3	0
Константиновский	226	16	6	27	30	20	0	0	3	0	16	3	1	67	14	1	20	0	1	1
Магдагачинский	10	0	0	0	0	0	0	0	0	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Мазановский	97	0	0	4	43	3	0	8	5	0	8	0	0	0	0	2	21	0	0	3
Михайловский	253	0	12	8	46	24	0	2	4	0	26	16	0	62	22	0	20	0	7	4
Октябрьский	153	0	0	0	12	26	0	17	9	0	25	0	2	40	3	0	17	0	2	0
Ромненский	104	0	0	0	39	18	0	3	0	0	4	0	0	8	3	1	26	0	0	2
Свободненский	71	0	1	11	4	2	0	27	3	0	6	0	0	7	0	0	10	0	0	0
Серышевский	240	2	2	15	64	32	0	23	4	0	20	2	0	24	8	0	43	0	0	1
Таловский	313	21	1	19	33	35	0	19	0	0	89	0	10	51	8	10	11	0	0	6
Шингановский	17	0	0	0	0	0	0	0	4	5	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0
Всего по области	2 328	111	29	131	479	291	2	171	82	12	259	48	19	320	61	17	248	4	18	26

Лабораторная работа № 8.
Создание линейчатой диаграммы

Продолжение таблицы 13

Район Амурской области		Вариант № 5 (2022 г.)																			
		Всего	Мега 350, Медсон Туконо	E-950, E-954 E-958	E-1200 E-1200NM	E-1200P E-1200PM, СКД-6P	КЭС-1218-40	КЭС-10	КЭС-7КЭС 812-04	КЭС-6 Цзявань	КЭС-5	КЭС-812С гусеничные	Лица 1300	Акрес-530, Дон 1500	Вектор колесный	Вектор гусеничный	Нива, Колос СК-5 СК-6	Джон-Дир всех модификации	Сапо	КЕИС-2388	Прочие
Архаринский	102	0	3	3	23	4	0	21	8	0	7	13	0	4	0	1	13	0	0	0	2
Белогорский	245	18	0	9	62	61	1	13	14	0	18	0	1	19	3	2	16	0	7	1	
Благовещенский	128	23	0	8	20	17	0	5	16	1	1	0	1	8	0	1	26	0	0	1	
Бурейский	54	4	0	0	18	0	0	8	2	0	2	12	0	7	1	0	0	0	0	0	
Завитинский	86	0	3	2	15	20	0	9	6	0	8	0	0	9	2	0	12	0	0	0	
Зейский	11	0	0	3	2	0	0	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Ивановский	219	27	1	13	28	34	0	16	2	2	23	3	4	36	1	0	20	4	3	2	
Константиновский	233	16	2	17	25	22	0	6	3	0	16	2	0	82	19	2	20	0	0	1	
Магдагачинский	10	0	0	0	0	0	0	0	0	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Мазановский	90	0	0	4	34	3	0	8	5	2	8	0	0	3	0	2	21	0	0	0	
Михайловский	256	0	6	4	40	28	0	2	4	2	26	16	2	65	29	0	22	0	8	2	
Октябрьский	174	0	0	0	12	29	0	17	9	0	25	0	2	58	3	0	17	0	2	0	
Ромненский	101		0	0	34	20	0	3	0	0	6	0	0	8	3	1	26	0	0	0	
Свободненский	70	0	1	11	4	2	0	27	3	0	3	0	0	7	3	0	9	0	0	0	
Сершевский	233	2	2	15	57	32	0	23	4	0	20	2	0	24	8	0	43	0	0	1	
Тамбовский	324	21	1	12	27	49	0	14	0	0	89	0	10	68	8	8	11	0	0	6	
Шимановский	17	0	0	0	0	0	0	0	4	5	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	
Всего по области	2 353	111	19	101	389	292	1	159	73	18	235	48	18	340	77	17	243	4	18	16	

Продолжение таблицы 13

Район Амурской области	Всего	Вариант № 6 (2023 г.)																		
		Мега 350, Медюн Туконо	Е-950, Е-954 Е-958	Е-1200 Е-1200НМ	Е-1200Р Е-1200РМ, СКД-6р	КЗС-1218-40	КЗС-10	КЗС-7 КЗС 812-04	КЗС-6 Цзялянь	КЗС-5	КЗС-812С гусеничный	Лица 1300	Акрос-530, Дон 1500	Вектор колесный	Вектор гусеничный	Нива, Колос СК-5 СК-6	Джон-Дир всех модификаций	Сампо	КЕЙС-2388	Прочие
Архаринский	103	0	3	3	22	6	0	21	8	0	7	13	0	0	4	1	13	0	0	2
Белогорский	261	18	0	9	60	69	1	14	14	0	18	0	6	26	0	2	16	0	7	1
Благовещенский	132	23	0	8	20	19	0	5	16	1	1	0	1	11	0	1	26	0	0	0
Бурейский	52	4	0	0	15	0	0	9	2	0	2	12	0	7	1	0	0	0	0	0
Завитинский	89	0	3	2	14	21	0	12	6	0	8	0	0	9	2	0	12	0	0	0
Зейский	10	0	0	3	2	0	0	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ивановский	247	27	1	12	26	30	0	16	2	2	23	0	17	58	1	0	20	4	6	2
Константиновский	283	16	2	17	22	27	0	7	3	0	16	2	4	119	25	2	20	0	0	1
Магдагачинский	10	0	0	0	0	0	0	0	0	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Мазановский	90	0	0	4	32	3	0	8	5	2	8	0	0	3	2	2	21	0	0	0
Михайловский	291	0	6	13	38	33	0	0	4	2	26	14	2	86	32	0	25	0	8	2
Октябрьский	181	0	0	0	9	29	0	17	9	0	25	0	2	68	3	0	17	0	2	0
Ромненский	105	0	0	0	28	27	0	1	0	0	6	0	0	8	3	1	31	0	0	0
Свободненский	77	0	1	11	4	2	0	31	3	0	3	0	0	7	3	0	12	0	0	0
Серышевский	265	1	1	15	50	37	0	26	4	0	22	2	3	40	17	0	46	0	0	1
Табовский	348	21	1	11	26	61	0	14	0	0	89	0	14	78	8	8	11	0	0	6
Шимановский	20	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	0	0
Всего по области	2 393	110	18	108	359	335	1	167	73	18	237	43	47	452	98	17	253	11	21	15

Лабораторная работа № 8.
Создание линейчатой диаграммы

Таблица 14 – Парк машин сельскохозяйственного назначения по районам Амурской области

Район Амурской области	Цуги	Культиваторы	Сетки	Посевные комплексы	Лущильники	Дисковые	Борона дисковые	Борона ружьиные	Валяльные жатки – всего	в том числе навесные	прицепные	самоходные	Курчурные жатки	Косилки – всего	в том числе самоходные	тракторные	Косилки-плющилки	Пресс-подборщики	Грабли	Опрыскиватели и опылыватели	Машины для внесения минеральных удобрений	Машины для внесения органических удобрений
Архаринский	32	28	51	2	15	23	0	0	2	0	2	0	3	11	1	10	0	11	8	21	0	1
Белогорский	78	139	138	14	0	40	3	0	34	34	0	0	6	40	14	25	1	37	29	42	0	0
Благовещенский	74	115	120	20	2	40	38	17	16	14	2	0	14	33	3	26	4	31	21	53	3	0
Бурейский	0	0	39	8	1	12	11	6	0	0	0	0	6	1	1	0	0	9	7	18	2	0
Завитинский	49	42	78	5	0	26	24	3	4	1	3	0	0	9	0	8	1	16	11	12	1	0
Зейский	29	10	13	0	1	4	3	5	0	0	0	0	0	26	3	17	6	21	20	1	0	1
Ивановский	37	54	38	33	0	27	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	22	2	0
Константиновский	82	118	131	35	6	61	33	28	96	79	16	1	4	30	6	13	11	33	21	72	14	3
Маяновский	64	28	73	1	1	23	21	19	12	0	0	12	0	35	11	24	0	31	29	17	0	0
Михайловский	60	83	138	21	7	45	32	19	23	9	14	0	5	26	1	23	2	29	21	72	3	0
Октябрьский	54	75	68	27	0	35	16	15	19	12	6	1	0	22	6	16	0	22	20	34	0	0
Ромненский	47	54	93	14	12	46	19	18	10	5	1	4	4	26	8	15	3	29	26	21	0	0
Свободненский	52	44	58	9	0	15	28	3	14	13	1	0	0	0	0	0	0	21	20	21	0	0
Серышевский	147	92	103	25	2	24	76	9	36	34	1	1	3	59	19	39	1	43	38	39	1	0
Таловский	58	157	98	51	3	49	37	55	46	25	18	3	19	47	18	11	18	41	31	75	8	0
Шимановский	3	4	11	1	0	3	1	0	0	0	0	0	5	2	0	2	0	5	5	2	0	0
Всего по области	866	1 043	1 250	266	50	473	385	197	312	226	64	22	69	367	91	229	47	382	308	522	34	5

Таблица 15 – Транспортное обеспечение сельскохозяйственных предприятий по районам Амурской области за 2023 год

Район Амурской области	Грузовые автомобили – всего	в том числе с бензиновым двигателем	автомобили специальные	бензовозы и заправщики	в том числе КАМАЗ	ЗИЛ	ГАЗ	МАЗ	прочие	Автомобили легковые	Автобусы	Прицепы тракторные
Арухдинский	54	12	9	9	16	2	11	0	16	6	2	37
Белогорский	113	69	0	0	44	31	27	0	11	5	0	0
Благовещенский	46	29	0	0	14	3	26	0	3	4	2	22
Бурейский	43	16	3	3	24	6	8	0	2	13	2	32
Завитинский	77	0	8	6	26	9	19	4	11	20	4	26
Зейский	15	0	3	0	1	3	4	0	4	5	4	8
Ивановский	205	60	21	19	80	61	32	1	10	70	7	70
Константиновский	201	78	23	15	83	29	35	1	30	83	9	68
Мазановский	74	22	7	4	19	20	17	4	7	24	4	47
Михайловский	180	92	26	18	55	37	41	3	18	40	8	40
Октябрьский	66	0	6	6	32	11	14	0	3	21	8	0
Ромненский	122	47	18	14	31	24	23	1	25	47	4	18
Свободненский	28	17	0	0	3	10	9	1	5	2	0	25
Сербшевский	143	17	22	22	31	31	36	7	16	52	1	56
Тамбовский	254	81	65	29	101	23	58	0	7	146	31	80
Пимановский	10	0	0	0	5	4	1	0	0	2	0	7
Всего по области	1 631	540	211	145	565	304	361	22	168	540	86	536

и системы возрастает погрешность вычисления неизвестных x_1, x_2, \dots, x_n .

Итерационные методы позволяют получить решение с приближением (итерацию), однако эффективность итерационных алгоритмов существенно зависит от удачного выбора начального приближения и быстроты сходимости итерационного процесса.

Один из прямых методов, который достаточно просто реализуется средствами Microsoft Excel, использует вычисление обратной матрицы.

Представим систему линейных уравнений (8) в матричном виде:

$$AX = B, \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

где A – матрица коэффициентов;
 X – вектор-столбец неизвестных;
 B – вектор-столбец свободных членов.

Тогда решение системы (8) находится следующим образом:

$$X = \frac{B}{A} = A^{-1}B \quad (13)$$

где A^{-1} – матрица, обратная к матрице A .

Пример. Найдите решение системы линейных уравнений (14) методами: прямым, с использованием обратной матрицы, и итерационным:

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 3, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 1, \\ x_2 + 2x_3 &= 8 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Сравните полученные решения.

Порядок выполнения задания:

1. Запустим приложение Microsoft Excel. В окне программы откроется новая рабочая книга с тремя листами.
2. Сохраним рабочую книгу в своей рабочей папке на диске или на личном внешнем носителе: вкладка *Файл* – команда *Сохранить как*.
3. Заменяем имя текущего рабочего листа. Для этого дважды щелкнем левой кнопкой мыши по ярлычку рабочего листа с надписью *Лист1* и наберем имя листа *Прямой метод*.
4. Для решения системы линейных уравнений (14) с помощью обратной матрицы сформируем массивы коэффициентов, как показано на рисунке 49.

	A	B	C	D	E
	Матрица коэффициентов А				Вектор-столбец свободных членов В
1					В
2	2	-1	1		3
3	1	3	-2		1
4	0	1	2		8
5					
	Обратная матрица А⁻¹				Вектор-столбец неизвестных X
6					X
7					
8					
9					

Рисунок 49 – Массивы коэффициентов

5. Для формирования обратной матрицы заносим в ячейку A7 функцию

МОБР, аргументом которой является диапазон ячеек A2:C4 с матрицей коэффициентов системы линейных уравнений (14), как показано на рисунке 50.

	A	B	C	D	E
	Матрица коэффициентов A				Вектор-столбец свободных членов B
1					
2	2	-1	1		3
3	1	3	-2		1
4	0	1	2		8
5					
	Обратная матрица A ⁻¹				Вектор-столбец неизвестных X
6					
7	0,421				
8					
9					

Рисунок 50 – Использование функции МОБР для формирования обратной матрицы

6. Выделим диапазон ячеек A7:C9, в котором будут находиться коэффициенты обратной матрицы; нажмем клавишу F2, а затем комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. Полученная обратная матрица должна выглядеть так, как показано на рисунке 51.

7. Сформируем выражение для вычисления первого элемента вектора-столбца неизвестных X по формуле (13). Для этого в ячейке E7 запишем выражение для умножения элементов первой строки обратной матрицы A⁻¹ на вектор-столбец свободных членов B = A7*E\$2+B7*E\$3+C7*E\$4, как показано на рисунке 52.

Здесь используется абсолютная адресация по строкам для того, чтобы при копировании формулы в ячейки диапазона E8:E9 номера строк, в которых рас-

Лабораторная работа № 9.
Решение систем линейных уравнений

положены значения элементов вектора-столбца свободных членов B , не изменились.

	A	B	C	D	E
	Матрица коэффициентов A				Вектор-столбец свободных членов B
1					
2	2	-1	1		3
3	1	3	-2		1
4	0	1	2		8
5					
	Обратная матрица A ⁻¹				Вектор-столбец неизвестных X
6					
7	0,421	0,158	-0,053		
8	-0,105	0,211	0,263		
9	0,053	-0,105	0,368		

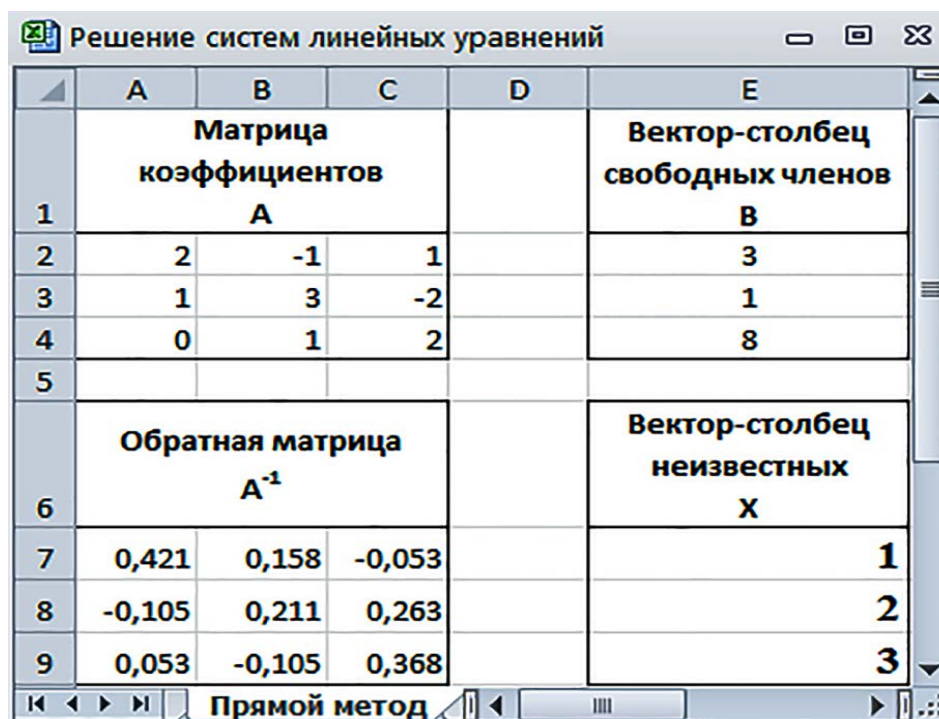
Рисунок 51 – Формирование обратной матрицы

E7 fx =A7*E\$2+B7*E\$3+C7*E\$4

	A	B	C	D	E
	Матрица коэффициентов A				Вектор-столбец свободных членов B
1					
2	2	-1	1		3
3	1	3	-2		1
4	0	1	2		8
5					
	Обратная матрица A ⁻¹				Вектор-столбец неизвестных X
6					
7	0,421	0,158	-0,053		1
8	-0,105	0,211	0,263		
9	0,053	-0,105	0,368		

Рисунок 52 – Формирование первого элемента вектора-столбца неизвестных X

8. Пользуясь маркером заполнения, скопируем формулу из ячейки E7 в ячейки диапазона E8:E9. Полученное таким образом решение системы линейных уравнений (14) должно выглядеть так, как показано на рисунке 53.



	A	B	C	D	E
	Матрица коэффициентов				Вектор-столбец свободных членов
1	A				B
2	2	-1	1		3
3	1	3	-2		1
4	0	1	2		8
5					
6	Обратная матрица A ⁻¹				Вектор-столбец неизвестных X
7	0,421	0,158	-0,053		1
8	-0,105	0,211	0,263		2
9	0,053	-0,105	0,368		3

Рисунок 53 – Решение системы линейных уравнений (14) прямым методом

9. Решим систему линейных уравнений (14) итерационным методом. Перейдем на новый рабочий лист и заменим его имя. Для этого дважды щелкнем левой кнопкой мыши по ярлычку рабочего листа с надписью *Лист2* и наберем имя листа *Итерационный метод*.

10. Матрицу коэффициентов A занесем в ячейки диапазона A2:C4, а вектор-столбец свободных членов B – в ячейки G2:G4, как показано на рисунке 54.

11. Сделаем соответствующие надписи и сформируем выражение для вычисления левой части формулы (9). Для этого в ячейку D2 занесем формулу для вычисления произведения элементов первой строки матрицы A на вектор-столбец неизвестных $X = A2*E\$2+B2*E\$3+C2*E\$4$, как показано на рисунке 54. Здесь в формуле используется абсолютная адресация по строкам для того,

Лабораторная работа № 9.
Решение систем линейных уравнений

чтобы при копировании формулы в ячейки диапазона **D3:D4**, номера строк, в которых расположены значения элементов вектора-столбца свободных членов *B*, не изменялись.

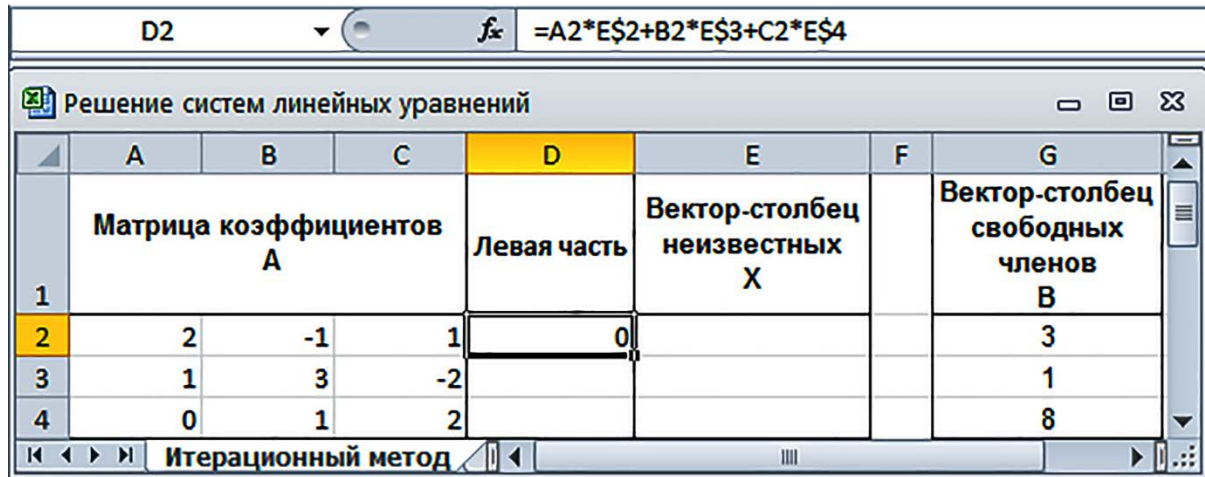



Рисунок 54 – Формула для вычисления левой части выражения (9)

12. Пользуясь маркером заполнения, скопируем формулу из ячейки **D2** в ячейки диапазона **D3:D4**.

13. В ячейке **D5** сформируем целевую функцию как сумму содержимого ячеек **D2:D4**. Для этого выделим диапазон ячеек **D2:D4** и в группе **Редактирование** нажмем на иконку  (Сумма). Вид панели интерфейса Microsoft Excel показан на рисунке 55.

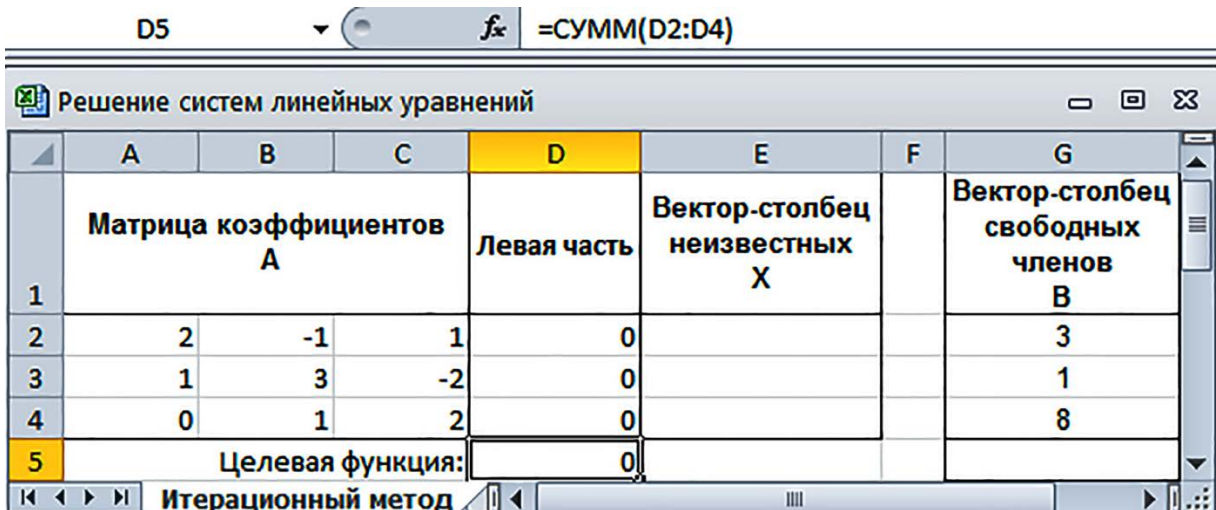



Рисунок 55 – Вид панели интерфейса Microsoft Excel после формирования целевой функции

14. В ячейке **G5** сформируем значение целевой функции как сумму содержимого ячеек **G2:G4**. Для этого выделим диапазон ячеек **G2:G4** и в группе **Редактирование** нажмем на иконку  (Сумма). Вид панели интерфейса Microsoft Excel показан на рисунке 56.

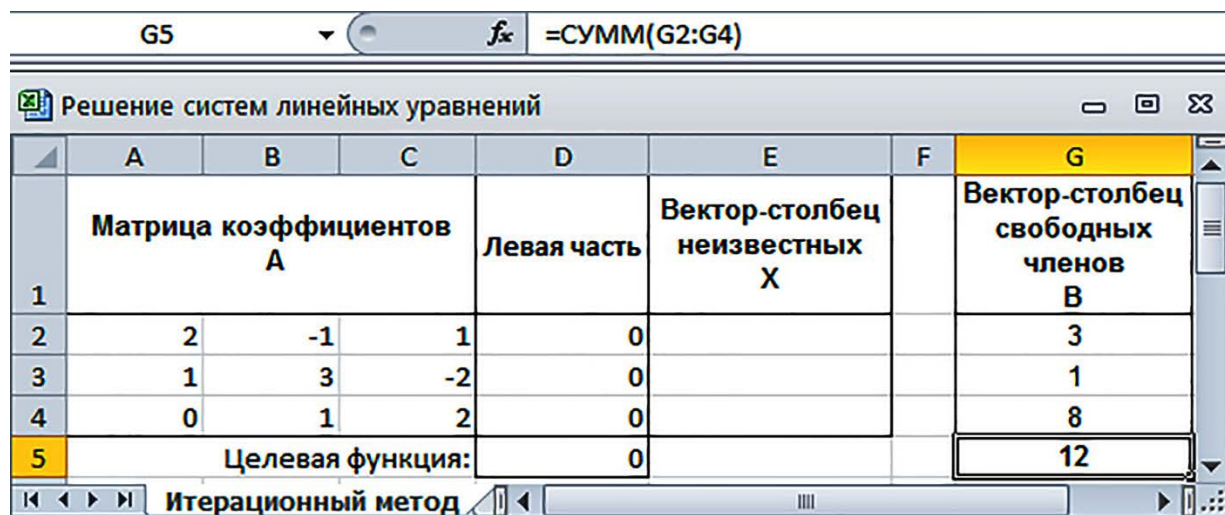


Рисунок 56 – Вид панели интерфейса *Microsoft Excel* после формирования значения целевой функции

15. На вкладке **Файл** выберем команду **Параметры**, а затем категорию **Формулы**.

16. Установим флажок **Включить итеративные вычисления** в положение **Включено**.

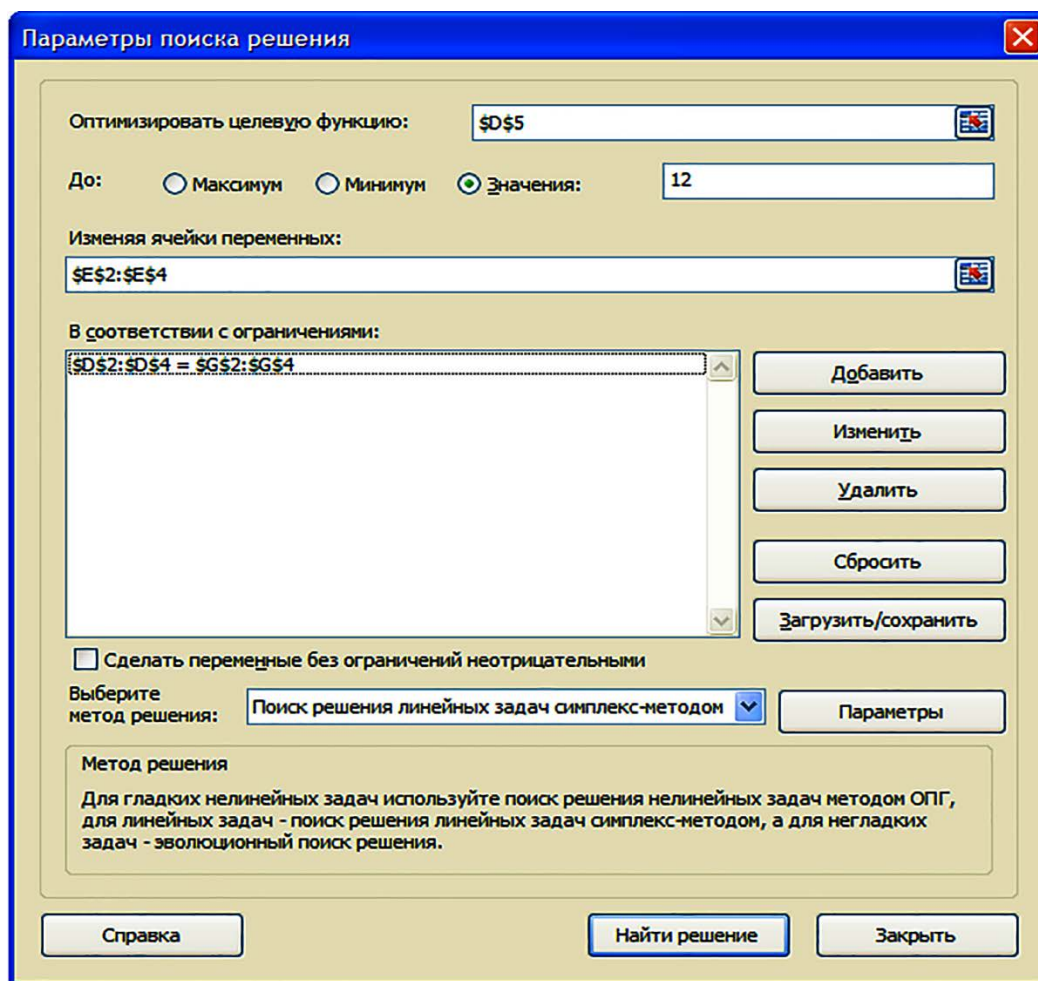
17. Перейдем в категорию **Надстройки**: в поле **Управление** выберем значение **Надстройки Excel** и нажмем кнопку **Перейти**.

18. В поле **Доступные надстройки** установим флажок рядом с пунктом **Поиск решения** в положение **Включено** и нажмем кнопку **ОК**.

19. Перейдем на вкладку **Данные** и в группе **Анализ** укажем **Поиск решения**.

20. В панели **Параметры поиска решения** установим значения параметров, как показано на рисунке 57.

Для установления значений параметров поиска решения следует:



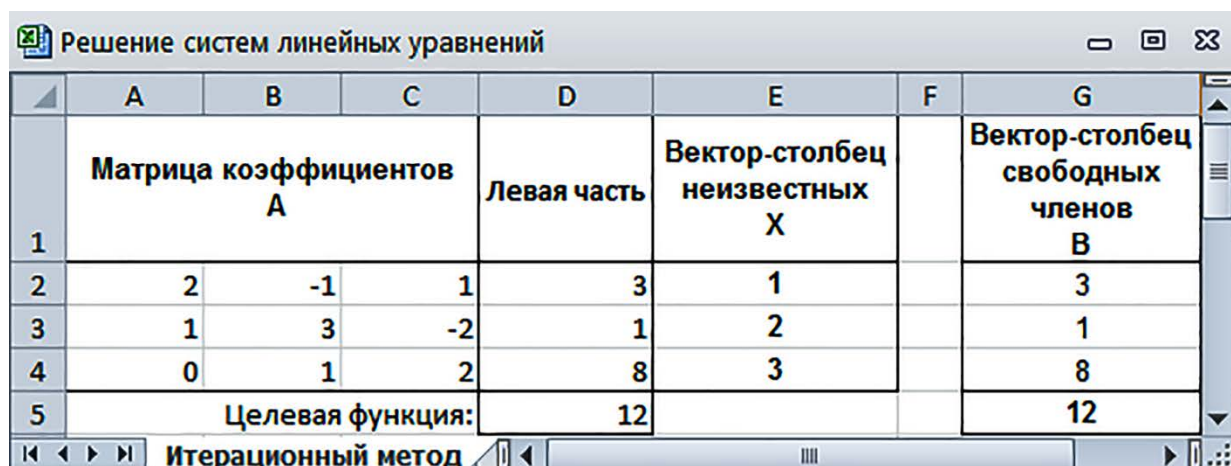
**Рисунок 57 – Панель установки
необходимых параметров поиска решения**

- 1) в поле **Оптимизировать целевую функцию:** указываем адрес ячейки, в которую занесена целевая функция **D5**;
- 2) установим переключатель **До:** в положение **Значения:**, а в поле ввода занесем значение целевой функции из ячейки **G5** равное **12**;
- 3) в поле **Изменяя ячейки переменных:** укажем диапазон ячеек, в которых будет находиться искомое решение **E2:E4**;
- 4) в поле **В соответствии с ограничениями:** с помощью кнопки **Добавить** занесем ограничение **D2:D4=G2:G4**;
- 5) флажок **Сделать переменные без ограничений неотрицательными** установим в положение **Выключено**;
- 6) в раскрывающемся списке **Выберите метод решения:** укажем **Поиск**

решения линейных задач симплекс-методом.

21. После установки всех параметров, необходимых для решения системы уравнений, нажмем кнопку **Найти решение**.

22. В панели **Результаты поиска решения** изучим полученные результаты и нажмем кнопку ОК, чтобы сохранить найденное решение, которое должно выглядеть так, как показано на рисунке 58.



	A	B	C	D	E	F	G
	Матрица коэффициентов A			Левая часть	Вектор-столбец неизвестных X		Вектор-столбец свободных членов B
1							
2	2	-1	1	3	1		3
3	1	3	-2	1	2		1
4	0	1	2	8	3		8
5	Целевая функция:			12			12

Рисунок 58 – Решение системы линейных уравнений (14) итерационным методом

23. Сравним результаты решения системы линейных уравнений (14) прямым и итерационным методами.

Вывод. Анализ результатов, представленных на рисунках 53 и 58, показывает, что векторы-столбцы неизвестных X , вычисленные прямым и итерационным методами, имеют одинаковые значения, следовательно, система (14) решена правильно.

Варианты для самостоятельного выполнения

В соответствии с определенным преподавателем вариантом, найдите решение системы линейных уравнений прямым и итерационным методами. Сравните полученные результаты.

Вариант 1

$$\left. \begin{aligned} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + x_4 - 2x_5 + 3x_6 &= 18, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 &= 26, \\ x_1 - 6x_2 + 8x_3 + 2x_4 - 3x_5 + x_6 &= 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 - 5x_6 &= -12, \\ 5x_1 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 + 2x_6 &= 29, \\ x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 + x_6 &= 5. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 2

$$\left. \begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 + 3x_6 &= 10, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + x_5 + 3x_6 &= -2, \\ -5x_1 + x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 - 3x_6 &= 7, \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 + 4x_6 &= -4, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 - x_6 &= 6, \\ 7x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 3x_5 + 5x_6 &= 15. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 3

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 &= 8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 3x_6 &= 6, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 + x_6 &= 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 &= 7, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 + 2x_6 &= 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 + x_6 &= 9. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 4

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5 + 2x_6 &= 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 + 2x_6 &= 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 + x_5 + 4x_6 &= -2, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 + 5x_6 &= 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 - 6x_5 + 2x_6 &= 2, \\ -4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 - 11x_6 &= 5. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 5

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 + 3x_6 &= 9, \\ -2x_1 + x_2 + 5x_4 - 3x_5 + 4x_6 &= 6, \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 3x_5 + 2x_6 &= 5, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 - x_5 + 3x_6 &= -7, \\ 3x_1 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 - 5x_6 &= 8, \\ x_2 + 2x_3 - x_4 + 6x_5 + 3x_6 &= 4. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 6

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 - x_5 &= -1, \\ 4x_2 - 7x_3 + x_4 - 3x_5 + x_6 &= 6, \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 + x_4 - 2x_5 + x_6 &= -3, \\ -x_1 + 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 - 5x_6 &= 8, \\ 4x_1 + 6x_3 - x_4 - 3x_5 + 8x_6 &= -9, \\ x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 4x_5 - 7x_6 &= 5. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 7

$$\left. \begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 + 2x_5 &= -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 &= -3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 &= -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 8

$$\left. \begin{aligned} -x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 &= 1, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 &= -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 &= 5, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 &= 3, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= -1. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 9

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 &= 1, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 &= 5, \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + 6x_4 &= 3, \\ 5x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 12. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 10

$$\left. \begin{aligned} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 8, \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 &= 7, \\ -2x_1 - x_2 - 5x_4 &= 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 11

$$\left. \begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 &= 2, \\ 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= -4, \\ 4x_1 + 8x_2 - 8x_3 + 16x_4 &= 3, \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 12

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= 1, \\ 5x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 &= 3, \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 &= 3. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 13

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 &= 3, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 &= -1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 2. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 14

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 &= 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= -1, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 &= 4. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 15

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 2, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_4 &= 1, \\ -x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 5. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 16

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= -3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 &= -4, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_4 &= -1, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= -5. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 17

$$\left. \begin{aligned} 8,2x_1 - 3,2x_2 + 14,2x_3 + 14,8x_4 &= -8,4, \\ 5,6x_1 - 12x_2 + 15x_3 - 6,4x_4 &= 4,5, \\ 5,7x_1 + 3,6x_2 - 12,4x_3 - 2,3x_4 &= 3,3, \\ 6,8x_1 + 13,2x_2 - 6,3x_3 - 8,7x_4 &= 14,3. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 18

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_3 + 3x_4 &= -5, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= 8, \\ x_1 - x_2 + 4x_4 &= -9, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= -2. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 19

$$\left. \begin{aligned} x_1 - x_3 + x_4 &= 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= 2, \\ 5x_1 - 3x_4 &= -6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 20

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 8x_4 &= 0, \\ x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0, \\ x_3 + 2x_4 &= 1, \\ x_1 + x_4 &= -24. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 21

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_3 + 3x_4 &= 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= -4, \\ x_1 - x_2 + 4x_4 &= -4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= -6. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 22

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 2, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 &= -7. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 23

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 &= 2, \\ 7x_3 - 5x_4 &= 3, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 &= 4. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 24

$$\left. \begin{aligned} -3x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 &= 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= -2, \\ 4x_1 + x_2 + 7x_3 + 5x_4 &= 3, \\ 5x_1 - x_2 + 5x_3 + 7x_4 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 25

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= -3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 8, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 6, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 3. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 26

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_3 + 3x_4 &= 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= 2, \\ x_1 - x_2 + 4x_4 &= 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 &= 3. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 27

$$\left. \begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 &= 0, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= 7, \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= 2. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 28

$$\left. \begin{aligned} 0,42x_1 + 0,26x_2 + 0,33x_3 - 0,22x_4 &= 1, \\ 0,74x_1 - 0,55x_2 + 0,28x_3 - 0,65x_4 &= 1, \\ 0,88x_1 + 0,42x_2 - 0,33x_3 + 0,75x_4 &= 1, \\ 0,92x_1 + 0,82x_2 - 0,62x_3 + 0,75x_4 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 29

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 &= -2, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_4 &= 8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= -2. \end{aligned} \right\}$$

Вариант 30

$$\left. \begin{aligned} 4,4x_1 - 2,5x_2 + 19,2x_3 - 10,8x_4 &= 4,3, \\ 5,5x_1 - 9,3x_2 - 14,2x_3 + 13,2x_4 &= 6,8, \\ 7,1x_1 - 11,5x_2 + 5,3x_3 - 6,7x_4 &= -1,8, \\ 14,2x_1 + 23,4x_2 - 8,8x_3 + 5,3x_4 &= 7,2. \end{aligned} \right\}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10.
РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: *изучить основные возможности приложения Microsoft Excel для решения нелинейных уравнений.*

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.
3. Выполните вариант индивидуального задания.
4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Краткие теоретические сведения. Для нахождения корней нелинейного уравнения с заданной погрешностью используют различные численные методы.

Численные методы основаны на последовательном уточнении значения корня от какого-то начального значения до достижения требуемой точности. Каждое повторное уточнение корня называется **итерацией**. Количество итераций, которое необходимо сделать, заранее неизвестно и *зависит от удачного выбора начального значения корня, вида функции $y = f(x)$, требуемой точности вычисления корня и, наконец, от выбранного численного метода.*

Для нахождения начального значения корня проще всего построить график функции $y = f(x)$ в окрестности предполагаемого корня и найти точку

пересечения функции с осью x . Полученное таким образом начальное значение искомого корня используется в дальнейшем при уточнении корня численным методом до получения требуемой точности.

Пример. Найдите все действительные корни нелинейного уравнения (15) с относительной погрешностью $\varepsilon = 10^{-5}$:

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \quad (15)$$

Порядок выполнения задания:

1. Как показано на рисунке 59, занесем в ячейки **A1**, **B1** и **C1** начальное, конечное значения и шаг изменения аргумента x соответственно.

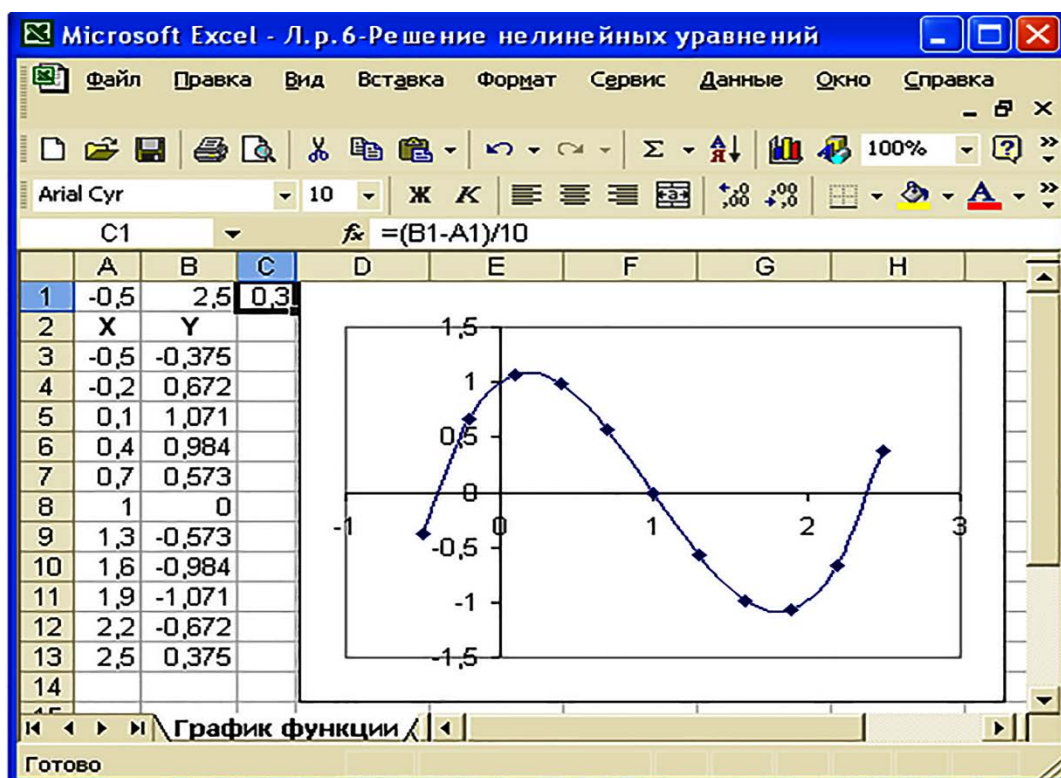


Рисунок 59 – Результаты табулирования и построения графика функции $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$

2. Построим график функции $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ (рис. 59).
3. Пользуясь графиком, определим точки, в которых значения функции равны нулю: $x_1 \approx -0,5$; $x_2 \approx 1,0$; $x_3 \approx 2,5$. Это и есть начальные значения

корней уравнения (15).

4. Уточним значения корней с заданной относительной погрешностью $\varepsilon = 10^{-5}$. Для этого откроем новый лист и назовем его, например, **Корни уравнения**. Вычисленные значения корней будут находиться в ячейке **A1**, а уравнение – в ячейке **B1**.

5. Занесем в ячейку **A1** приближенное значение первого корня: **-0,5**.

6. В ячейку **B1** занесем левую часть уравнения (15), используя в качестве независимой переменной x адрес ячейки **A1**.

7. В меню **Сервис\Параметры...\Вычисления** установим флажок **Итерации** в положение **включено**; в поле **Предельное число итераций**: укажем значение **100**, а в поле **Относительная погрешность**: укажем заданное значение относительной погрешности **1e-5**.

8. Выполним команду **Сервис\Подбор параметра...**

9. В открывшемся диалоговом окне **Подбор параметра** в поле **Установить в ячейке**: укажем адрес ячейки, в которую занесена левая часть уравнения (**B1**); в поле **Значение**: зададим значение правой части уравнения (**0**), а в поле **Изменяя значение ячейки**: укажем адрес ячейки, в которую занесен аргумент (**A1**).

10. Щелкнем на кнопке **ОК** и проанализируем результат, отображаемый в диалоговом окне **Результат подбора параметра**.

Щелкнем на кнопке **ОК**, чтобы сохранить полученные значения ячеек, участвовавших в операции.

11. Повторим расчет, задавая в ячейке **A1** приближенные значения корней **1,0** и **2,5**. Полученные результаты занесем в таблицу, как показано на рисунке 60.

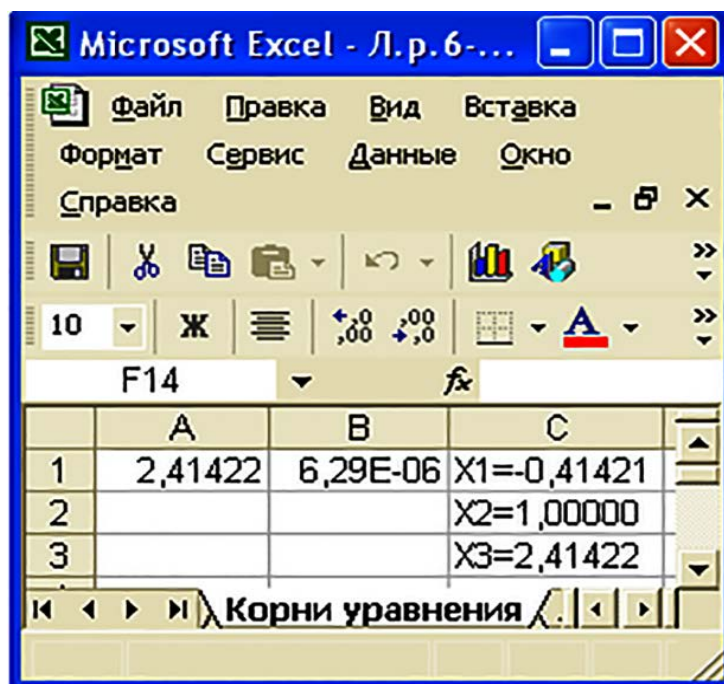


Рисунок 60 – Результаты вычисления корней нелинейного уравнения (15)

Задания для самостоятельного выполнения. Найдите все действительные корни нелинейных уравнений с относительной погрешностью ϵ .

Таблица 6 – Варианты задания для решения нелинейного уравнения

Номер варианта	Уравнение	Количество корней	ϵ
1	$0,5x^3 - x + 0,2502 = 0$	3	10^{-4}
2	$1,7x^2 + 6,9x - 4,6 = 0$	2	10^{-5}
4	$x - \frac{1}{3 - 3,6x^2} = 0$	2	10^{-4}
3	$0,1x^2 + (x - 0,5)e^x = 0$	2	10^{-5}
5	$\sqrt{x - 5} + \sqrt{10 - x} = 3$	2	10^{-5}
6	$\sqrt{4 - x} + \sqrt{5 + x} = 3$	2	10^{-5}
7	$\sqrt{1 + x\sqrt{x^2 + 24}} = x + 1$	2	10^{-4}
8	$(x^2 - 3x)^2 + 3(x^2 - 3x) - 28 = 0$	2	10^{-5}
9	$\frac{24}{x^2 + 2x - 8} - \frac{15}{x^2 + 2x - 3} = 2$	4	10^{-5}
10	$\log_x(3x^{\log_5 x} + 4) = 2\log_5 x$	2	10^{-4}

Лабораторная работа № 10.
Решение нелинейных уравнений

Продолжение таблицы 6

Номер варианта	Уравнение	Количество корней	ε
11	$x^2 + \frac{4}{x^2} = x - \frac{2}{x} + 4$	4	10^{-5}
12	$x^2 - \ln x = 1,8$	2	10^{-5}
13	$2,3x^2 - 0,6 \cdot 3^x = 3$	3	10^{-5}
14	$x^2 - \frac{1}{x} = 2$	3	10^{-5}
15	$\sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7$	2	10^{-5}

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: *изучить основные возможности приложения Microsoft Excel для решения систем нелинейных уравнений.*

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.
3. Выполните вариант индивидуального задания.
4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Пример. *Найдите решение системы нелинейных уравнений (16) с относительной погрешностью $\varepsilon = 10^{-3}$:*

$$\begin{cases} x^2 - y = 1; \\ y + x = 2 \end{cases} \quad (16)$$

Порядок выполнения задания:

1. Преобразуем систему уравнений (16) к виду:

$$\begin{cases} y = x^2 - 1; \\ y = 2 - x \end{cases}$$

2. Построим графики функций $y = x^2 - 1$ и $y = 2 - x$, как показано на рисунке 61. На рисунке видно, что графики функций пересекаются в двух точках. Следовательно, система уравнений (16) имеет два решения.

Лабораторная работа № 11.
Решение систем нелинейных уравнений

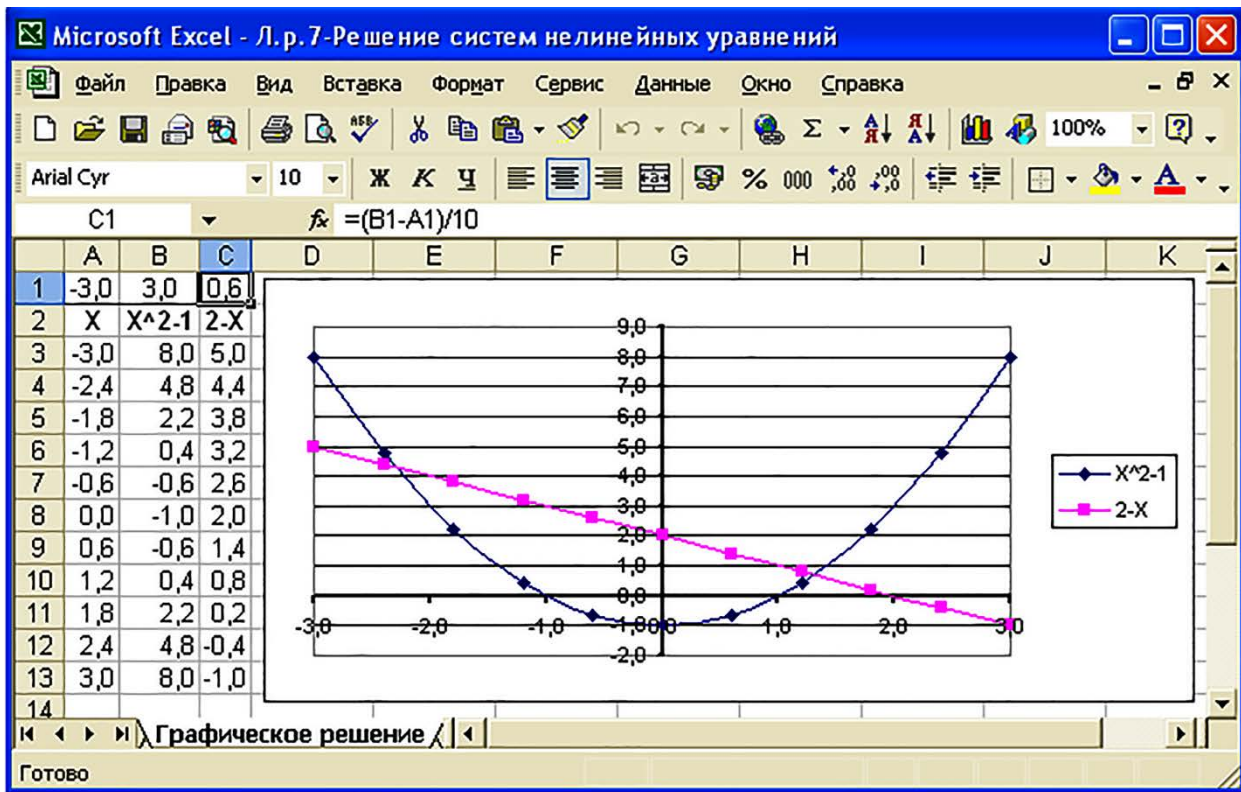


Рисунок 61 – Результаты табулирования и построения графиков функций $y = x^2 - 1$ и $y = 2 - x$

3. Пользуясь графиком, определим приблизительные значения координат x_i для точек в которых функции пересекаются: $x_1 \approx -2$; $x_2 \approx 1,5$. Это и есть начальное приближение корней x_i системы уравнений.

4. Уточним значения корней с заданной относительной погрешностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Для этого откроем новый лист и назовем его, например, **Корни системы уравнений**.

5. Как показано на рисунке 62, заносим в ячейку **A2** приближенное значение первого корня: -2 . В ячейки **B2** и **B3** заносим обе функции, которые в качестве аргумента x ссылаются на ячейку **A2**. Для организации процесса вычислений в ячейку **C2** введем целевую функцию, которая вычисляет среднее отклонение значений функций друг от друга. Очевидно, если эти функции пересекаются (то есть имеются решения), значение в ячейке **C16** должно быть равно нулю.

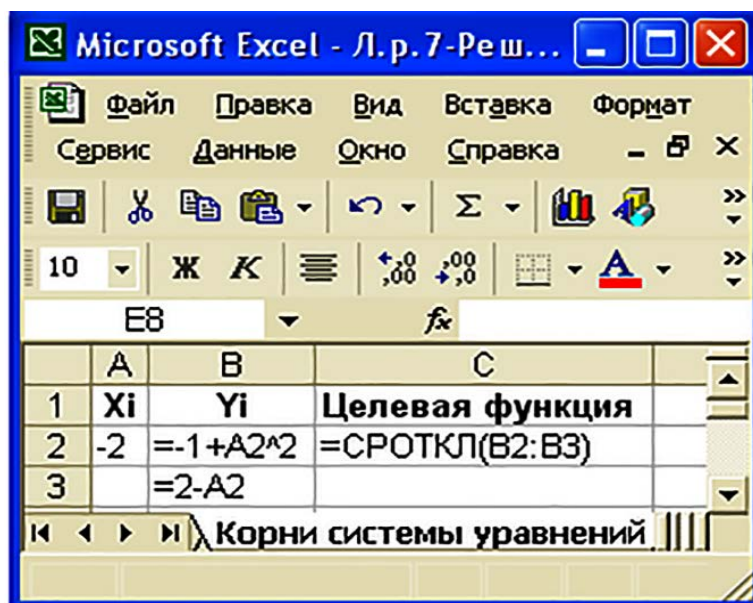


Рисунок 62 – Панель интерфейса Microsoft Excel в режиме проверки формул

6. В меню **Сервис\Параметры...\Вычисления** установим флажок **Итерации** в положение **включено**; в поле **Предельное число итераций**: укажем значение **100**, а в поле **Относительная погрешность**: укажем заданное значение относительной погрешности **1e-3**.

7. Выполним команду **Сервис\Поиск решения...**

8. Для уточнения корня в открывшемся диалоговом окне **Поиск решения...** введем необходимые параметры процесса вычисления: в поле **Установить целевую ячейку**: укажем адрес ячейки, в которую занесена целевая функция (**\$C\$2**); установим переключатель **Равной**: в положение (**значение: 0**), а в поле **Изменяя ячейки**: укажем адрес ячейки, в которую занесен аргумент (**\$A\$2**). Проверим правильность установки параметров расчета и нажмем кнопку **Выполнить**.

9. На рисунке 63 приведены начальный и конечный вид панели интерфейса Microsoft Excel, если задать начальное значение корня $x_1 = -2$.

10. Получим второе решение системы (16), для чего повторим расчет, задавая начальное значение корня $x_2 = 1,5$. Вид панели интерфейса Microsoft Excel для этого варианта показан на рисунке 64.

	A	B	C
1	X ₁	Y ₁	Целевая функция
2	-2,000	3,000	0,500
3		4,000	

	A	B	C
1	X ₁	Y ₁	Целевая функция
2	-2,303	4,303	0,000
3		4,303	

Рисунок 63 – Начальный и конечный вид таблицы вычисления корней x_1, y_1 системы (16)

	A	B	C
1	X ₂	Y ₂	Целевая функция
2	1,500	1,250	0,375
3		0,500	

	A	B	C
1	X ₂	Y ₂	Целевая функция
2	1,303	0,697	0,000
3		0,697	

Рисунок 64 – Начальный и конечный вид таблицы вычисления корней x_2, y_2 системы (16)

Необходимо иметь в виду, что результат вычислений существенно зависит от заданного начального приближения.

Вывод. Таким образом, найдены два решения системы (16) с относительной погрешностью $\varepsilon = 10^{-3}$:

$$x_1 \approx -2,303; y_1 \approx 4,303; \text{ и } x_2 \approx 1,303; y_2 \approx 0,697.$$

Задания для самостоятельного выполнения. Найдите решение системы нелинейных уравнений с относительной погрешностью $\varepsilon = 10^{-4}$:

$$1) \begin{cases} x + 2y = 13,5; \\ xy = 15,5; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 3x + 45,6 = -2y; \\ xy = 44,9; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 2y = 10,5; \\ x - y = -1,5; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x^2 - 3,2y = 12,3; \\ 3,5x + 1,7y = 6,4; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y = 4,1; \\ x + y = 2,6; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 3,1x^2 + 2y = 13,4; \\ 2,7x^2 - y = -1,5; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x^2 - y = -2,3; \\ 3x + y = 1,7; \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 1,4y + 2x^2 = 3,6; \\ y - 1,6x^2 - 2,3x + 1,9 = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} y + 2x^2 = 3,1; \\ x + y = 2,8; \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 14,7x^2 - 3,8y = 12,9; \\ 2,4x^2 + 1,3x + 5,7y = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 - y = 1,9; \\ x^2 - 2x + y = -1,8; \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x^2 - 2y - 13,8 = 0; \\ xy - 4,2y = 15,3; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x - 3y = -18,4; \\ xy = -12,3; \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 1,3y - 6,5x^2 = 2,4x - 7,8; \\ xy + 3,6y = 13,2x + 5,9. \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 5y - x^2 = 1,2; \\ x - y = -3,5; \end{cases}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Цель работы: научиться решать задачи методом наименьших квадратов, систематизировать полученные навыки с поиском решения.

Методические указания:

1. Ознакомьтесь с методическими указаниями к данной лабораторной работе. Создайте папку с названием своей группы. В папке создайте рабочий файл под своим именем.
2. Внимательно ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями для выполнения лабораторной работы.
3. Выполните вариант индивидуального задания.
4. Результаты выполненной работы оформите в виде отчета, сохраните в своем файле и представьте преподавателю.

Краткие теоретические сведения. В экономике и технике часто возникает задача подбора функциональной зависимости для двух наборов данных. Независимые переменные X_i называют факторами, а зависимые Y_i – откликами. Функция $y = f(x)$ позволяет предсказывать значение отклика для факторов, не входящих в исходную совокупность.

Дан набор точек $(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$. Пусть имеется класс функций F (линейные, квадратичные, экспоненциальные и т. д.). Требуется найти функцию $y = f(x)$ из F , такую, чтобы ее значения $f(x)$ наилучшим образом приближали значения y_i .

Что означают слова «наилучшим образом»? Нужно выбрать критерий, насколько одна функция лучше другой. Для этого рассмотрим набор остатков

$e_i = y_i - f(x)$. Выбором функции $f(x)$ нужно сделать их как можно меньшими. Но для сравнения качества приближения необходимо свернуть e_i в одну функцию $I(e_1, \dots, e_n)$. Просто сложить остатки нельзя, ведь они могут иметь разные знаки, и тогда ошибки могут взаимно компенсироваться. Поэтому следует выбирать либо сумму абсолютных значений остатков, либо сумму квадратов остатков. По ряду причин удобнее всего выбрать минимизацию квадратов остатков (17):

$$I = (e_1, \dots, e_n) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \rightarrow \min \quad (17)$$

Пример 1. Дан набор точек (x, y) : $(0, 3), (1, 1), (2, 6), (3, 3), (4, 7)$. Найдите коэффициенты m и b прямой линии $y = m \cdot x + b$, наилучшим образом аппроксимирующей эти данные по критерию наименьших квадратов.

Решение: Заполним для этого таблицу.

1. Разместим координаты точек в диапазоне **A2:A6**.
2. В ячейки **A9** и **B9** поместим начальные значения коэффициентов, то есть $(0, 0)$ и присвоим им имена m и b соответственно.

	A	B	C	D
1				
2	0	3	=m*A2+b	
3	1	1		
4	2	6		
5	3	3		
6	4	7		
7				
8	m	b		
9	0	0		

Рисунок 65 – Вычисление функции

3. В ячейке **C2** вычислим $y = m \cdot x_i + b$ (рис. 65) и с помощью маркера автозаполнения заполним диапазон **C2:C6**.

4. В диапазоне **D2:D6** вычислим остатки (то есть в **D2** вводится формула $=B2-C2$; затем с помощью маркера автозаполнения заполняется диапазон **D2:D6**).

5. В ячейке **D9** вычислим сумму квадратов остатков. Для этого воспользуйтесь формулой $=СУММКВ(D2:D6)$. Формулу можно вводить с помощью **Мастера функции**, используя категорию **Математические** тип **СУММКВ**. В результате в ячейке **D9** получим число 104.

Проще было бы воспользоваться формулой:

$$=СУММКВРАЗН(B2:B6, C2:C6)$$

Тогда не надо было использовать блок **D2:D6**, но анализ остатков очень полезен, и их всегда надо вычислять.

6. Теперь решим задачу по оптимизации. Выделим целевую ячейку **D9**, вызовем поиск решения.

7. Установим флажок на минимальном значении путем изменения ячеек **A9:B9**, ограничений нет. Результат приведен на рисунке 66.

	A	B	C	D
1				
2	0	3	2	1
3	1	1	3	-2
4	2	6	4	2
5	3	3	5	-2
6	4	7	6	1
7				
8	m	b		
9	1	2		14

Рисунок 66 – Решение задачи по оптимизации

Пример 2. Постройте диаграмму с исходными данными и приближающим их линейным графиком (рис. 67). Покажите отклонения данных от графика вертикальными отрезками.

Для данных, входящих в категории, добавим снизу ячейку с минус единицей (то есть в ячейку A1 ввести -1), а сверху ячейку со значением 5. Перед вызовом Мастера диаграмм выделим A1:C7. Для ряда C1:C7 укажем пользовательские погрешности из D1:D7. Для ряда B1:B7 сделаем линию невидимой.

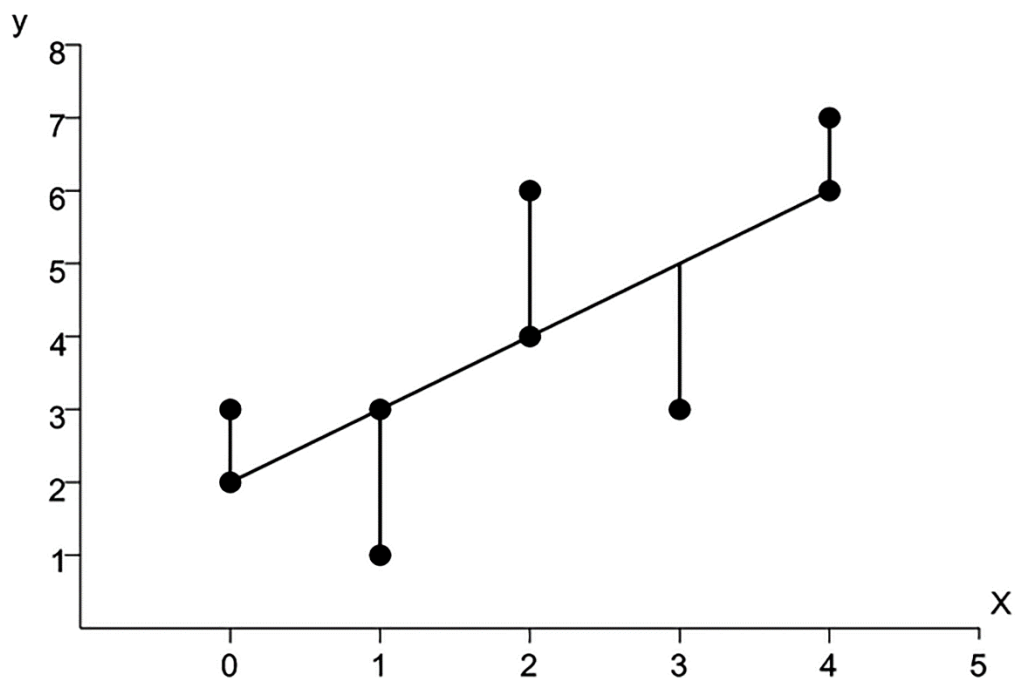


Рисунок 67 – Построение диаграммы

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов, И. Microsoft Excel 2010 для квалифицированного пользователя / И. Иванов. – М. : Академия АЙТИ, 2011. – 244 с.
2. Леоненков, А. В. Решение задач оптимизации в среде MS Excel / А. В. Леоненков. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 704 с.
3. Мюррей, А. Эффективная работа в Microsoft Excel / А. Мюррей. – М. : ДМК Пресс, 2021. – 276 с.
4. Островская, И. Э. Экономико-математическое моделирование в АПК : учебное пособие / И. Э. Островская. – Уссурийск : Приморская государственная сельскохозяйственная академия, 2015. – 126 с.
5. Решение задач линейного программирования в Microsoft Excel 2010 : методические указания / сост. Н. Д. Берман, Н. И. Шадрина. – Хабаровск : Тихоокеанский государственный университет, 2015. – 27 с.
6. Создание линейчатой диаграммы в Microsoft Excel // Lumpics : [сайт]. – URL: <https://lumpics.ru/bar-chart-in-excel> (дата обращения: 28.02.2023).
7. Справка и инструкции по Excel // Microsoft Office : [сайт]. – URL: <https://office.microsoft.com/ru-ru/excel-help> (дата обращения: 28.02.2023).
8. Уокенбах, Дж. Microsoft Excel 2010. Библия пользователя / Дж. Уокенбах. – Москва : И. Д. Вильямс, 2011. – 912 с.
9. Уокенбах, Дж. Формулы в Microsoft Excel 2010 / Дж. Уокенбах. – Москва : И. Д. Вильямс, 2011. – 704 с.

Учебное издание

*Кривуца Зоя Федоровна,
доктор технических наук, доцент*

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
ПРИ ФОРМИРОВАНИИ, ОПТИМИЗАЦИИ
И ПРОГНОЗИРОВАНИИ СИСТЕМЫ МАШИН**

Практикум

Подписано в печать 10.08.2023 г.
Формат 60x90/16. Уч.-изд. л – 2,44. Усл. печ. л. – 6,84.
Тираж по требованию. Заказ 46.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Дальневосточный государственный аграрный университет»

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии
Дальневосточного государственного
аграрного университета
675005, г. Благовещенск, ул. Политехническая, 86

